


近海环境流体动力学 数值模型

孙文心

编著

江文胜 李磊

 科学出版社
www.sciencep.com

近海环境流体动力学数值模型

孙文心
江文胜 李 磊 编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书比较系统地介绍了设计和使用近海环境流体力学数值模型的相关知识,内容包括海洋流体力学若干基础模型和完整方程组及定解条件;离散动力学方程的一些数值方法和差分格式以及格式与物理规律的关系;展示了从二维至三维,由均匀海洋至非均匀海洋,由固定岸界至运动岸界,由规则矩形网格至无结构网格,由正问题至逆问题等诸多模型或设计模型的特殊方法。书中强调了对近海环境至关重要的近海天文潮和近海环流模型的特征;对与海洋环境动力学直接相关的物质运输模型,也做了普遍性的介绍。

本书可作为海洋科学和环境科学相关专业的研究生与本科生的参考书,也可供开始涉足海洋环境动力学的科技工作者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

近海环境流体力学数值模型/孙文心,江文胜,李磊编著. —北京:科学出版社,2004

ISBN 7-03-012461-8

I. 近… II. ①孙…②江…③李… III. 近海—海洋动力学:流体力学—数学模型 IV. P731.2

中国版本图书馆 CIP 数据

责任编辑:彭胜潮 姚岁寒/责任校对:柏连海

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2004年1月第一次印刷 印张:27

印数:1—800 字数:617 000

定价:68.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

20 世纪后半叶,数值计算方法使物理学领域中各个学科获益匪浅,从而在“实验物理学”、“理论物理学”之后又产生了第三个分支——“计算物理学”。作为海洋科学基础的物理海洋学也不例外,在第一台电子计算机问世不久的 20 世纪 50 年代,海洋数值模拟的工作即从欧洲北海开始了,到 60 年代末至 70 年代初,三大洋乃至全球大洋的环流和潮波数值模式接踵出现,甚至出现了三维模式;而几乎在同时,环境科学逐渐形成。由于这一学科关系着环境的保护和经济的可持续发展,从它一出现就获得了空前的发展速度,环境海洋学也很快应运而生。这同样是一个交叉的和综合的学科,而环境海洋动力学便受益于物理海洋学的数值模拟和数值预报、预测的成果。譬如,特定海域污染物的运移和扩散以及海域对污染的物理自净能力研究等问题,便是最早使用数值计算的手段完成的。数学“在生物学中等于零”的恩格斯时代已远远地离去了,当前在海洋学领域中发展颇为迅速的海洋生态学,竟也以多姿多彩的数值模型作为研究海洋生态系统动力学的有力工具,这当然也得归功于较为成熟的海洋流体动力学数值模型。

数值模型可以分为两大类——机制模型和仿真(模拟)模型,后者可发展用于预报、预测。不只一位模型的研制、设计者这样划分,就是为了提示初学者,数值模型不单是用来预测、预报的工具。一个“精致”的模型应该是一个“实验室”,它可以用来试验研究相关现象的机制,并发现尚未被发现的规律,在计算流体动力学领域中不乏这样的实例。在这个“实验室”里不仅会让你获得一定的试验结果,更有辅助你思考的工具。一个有抱负的数值模拟工作者,不只满足使用现有的模型做模拟和预测,他必然有兴趣建立有特色或有特别需要的“实验室”。这个“实验室”建筑的好坏——具有什么样的性能,有多少功能,甚至“风格”如何,都会与建模者丰富的知识、纯熟的经验,以及他的“爱好”有关。Roache 在其名著《计算流体力学》中即已阐明:“应该告诉初学者,在这一领域中,艺术与科学都很重要”。

本书是作者在为海洋科学的本科生、研究生授课讲稿的基础上增删、修改而成的。编写本书的目的也主要是为他们和年轻的读者更便于取得相关知识,因而本书以阐明基础知识和介绍基本方法为主旨,所展示的具体数值模型也主要是为启发读者研制出更优质的模型,建成更“漂亮”的“实验室”。书中有些内容是作者参加国家科研项目的研究成果,如 973 国家重点基础研究发展规划项目:“河口-近海系统物质输运机制和模型研究(2002CB412402)”及“东、黄海重点海区生态系统动力学模型的数值研究(G1999043703)”,国家自然科学基金项目“黄海环流及营养盐物质输运研究(49736190)”及“东海陆架水和物质在陆架边缘与外海的交换过程研究(40076002)”,以及国家“七五”、“八五”、“九五”、“十五”(“业务化风暴潮数值预报模式及减灾技术研究”)科技攻关项目等。

本书第一章是设计海洋模型的物理基础。具有流体力学和地球物理流体力学知识的读者,对这一章可能会有兴趣,因为作者没有像一般流体力学专著那样从建立基本方程组

开始,而是给出了若干简单的“平衡模型”,既说明了现象的主要机制,又展示了构造高阶模型的“元件”。在此基础上用无因次方程进行尺度分析,不仅可以获得各阶模型,而且可以在求解之前就分析出各变量间的量阶关系。在这一章中指出模型的“谱窗”概念将提醒模型设计者和使用者,任何一个特定的模型,都只能在一定的尺度范围内才可以获得令人满意的模拟结果。第二章则是选择和设计模型数值离散方案的基础,同样也不是像一般数值计算专著那样,详尽介绍方法的数学原理,而是以最简单的微分模型在尽量展示各种数值离散方法的同时,也尽量找出数值方案与物理规律之间的关系。相信具有有限差分法基础知识的读者会顺利地掌握这一章的诸多方法及其物理特性,并关注模型的数值伪效应问题。第三章也仍然在于介绍基础知识。在这一章介绍了二维近海流体动力学模型的初始条件和边界条件的原理及处理方法,分析了几种地球物理流体力学计算网格的数值性能和经典格式的稳定性及伪效应,并展示了可以作为实际应用的几个数值模型。第四章针对近海具有不规则岸边界的特点,专门介绍了几种适应岸界弥合的数值模型。由于海洋数值模型中采用有限元离散方法的为数不多,因而只将这一大类的数值方法,从适应岸界弥合的角度,给了一节的篇幅做了简介。同理不规则网格的有限差分方法,也只介绍一节。只是坐标变换方法篇幅稍多,既介绍代数坐标变换也介绍微分坐标变换,既介绍正交网格的生成也给出非正交变换,以便于使用者有更多的选择余地;这两章的模型都将岸界作为没有通量的垂直壁,这显然对具有潮滩、低地、三角洲的岸边是不适宜的。因此,第五章专门介绍具有可移动的岸边界的数值模型,包括早期使用较多的干-湿网格法,同时还有代数坐标变换方法。但本章一开始就强调了运动边界的运动学原理,并以此指明干-湿网格法的缺陷。然后介绍了将自适应坐标变换用于确定运动边界的原理。但坐标变换显然对岸边地形复杂的海域又使用不便。近些年来出现的部分湿(半湿)网格法则综合了上述两方法的优点,当然也要给以适当的介绍。从第六章开始介绍三维近海数值模型。首先指明虽然二维模型在有些问题中仍可使用,但由于它的局限性,很多海洋环境问题以使用三维模型为宜。在第六章介绍了几种三维海洋模型的数值方法——分层法、谱方法以及流速分解法。对三维海洋模型一个重要问题——湍封闭问题介绍了从经验系数至双方程模型的基本知识。最后一节简介了当前使用较为普遍的 HAMSOM、RAND 和 POM 三个模型的基本构架和特点。第七章则专门介绍了研究各种近海环境动力学所需的几个近海水动力模型——近海潮波模型、潮余流及潮致环流模型、近海及边缘海环流模型、近海潮与环流耦合模型、浪潮流耦合模型以及海洋锋模型。所有这类模型都不是惟一的,本章介绍的上述模型都是作者认为具有某种特点 of 模型。第八章介绍近海环境动力学必然涉及和使用的物质输运方程。在介绍了输运机制的几个问题和方程的几种离散方法之后,作者选择了悬浮质、海上溢油和海洋生态系统动力学三类环境模型加以介绍。由于这几类模型也并非惟一的,所以也只简介其中一个或两个具体模型;而生态系统动力学模型更是多种多样,所以作者只对系统模型的守恒性、稳定性及生态流体力学几个问题的基础知识进行了提炼。最后一章则简介了近海流体动力学的逆问题及近廿多年来在大气和海洋预测、预报上已经研究和使用的伴随方法和 Kalman 滤波方法。这两类方法无疑对动力学正问题模型如何结合足够数量和精度的资料以获得更接近实际的预测和预报是非常有益的。

作者首先感谢中国科学院科学出版基金委员会及有关专家的支持,获得该基金的资

助并由科学出版社出版,使作者深感荣幸。中国科学院院士文圣常教授和冯士筭教授对本书撰写的支持,使作者受到极大的鼓舞。感谢中国海洋大学学校领导(特别是于志刚副校长和李巍然处长)对本书编写和出版的关注,并使本书获得中国海洋大学教材基金资助。此外,作者的同事高会旺教授、魏皓教授、翟雪梅教授对本书部分内容提出了宝贵的意见,也在此一并致谢。张平女士则协助打印了全部书稿,作者仅致以诚挚的谢意。

由于作者水平所限,书中错误在所难免,望读者给以指正,作者将不胜感激。

目 录

前 言

第一章 近海环境流体动力学基础	1
§ 1.1 海洋流场主要的流体动力学特征	1
I. 薄层空间流场	1
II. 不可压缩流场	1
III. 湍流运动	4
§ 1.2 海洋环境流体动力学的基础模型	5
I. 旋转平衡模型	6
II. 非旋转平衡模型	11
III. 旋转修正模型	23
IV. 物质输运模型	27
§ 1.3 海洋流体动力学方程组及定解条件	30
I. 球面坐标系中的方程组	30
II. 局部区域中的方程组	32
III. 海底和海面边界条件	35
§ 1.4 量阶(尺度)分析——确定动力学模型的一种方法	38
I. 海洋现象的时、空尺度	38
II. 量阶分析法	40
§ 1.5 近海环境流场的守恒性	44
I. 总体海水质量守恒	44
II. 二维空间中的守恒	45
III. 具有运动边界的守恒性	46
IV. 三维空间中的守恒	47
第二章 数值计算方法基础	49
§ 2.1 有限差分法的几个基本问题	49
I. 分辨率和精度	49
II. 亚网格短波的折叠与混淆	51
III. 差分方程的物理解和计算解	52
IV. 差分方程的三个基本特性	53
§ 2.2 差分方程的构造方法	56
I. 差商直接取代微商	56
II. 利用 Taylor 展式构成差分方程	60
III. 待定系数法	61

IV. 两步格式和分裂算子法	63
V. 多项式插值法	65
VI. 有限体积法	66
VII. 有限元离散格式	67
VIII. Hermite 方法与紧致格式	69
IX. 谱方法	71
X. 有限解析法	72
XI. Euler-Lagrange 格式	74
XII. 特征线法	75
XIII. TVD 格式	77
XIV. 辛差分格式	78
§ 2.3 线性差分方程的稳定性和有效性	79
I. 线性方程稳定性判别方法	79
II. 稳定性与边界条件	88
III. 稳定性与边界误差传播	89
IV. 平滑与滤波	90
V. 人工黏性	94
§ 2.4 差分模式的物理分析	95
I. 物理方程与非物理方程	95
II. 修正方程及伪物理效应	96
III. 差分方程的频散关系	98
IV. 差分方程稳定性的物理意义	101
V. 差分方程的守恒性与边界条件处理	102
§ 2.5 非线性方程的计算不稳定问题	104
I. 非线性耦合短波	104
II. 初值与非线性计算不稳定	105
III. 非线性平流方程的守恒差分格式	108
IV. 非线性不稳定的特点、机制及克服方法	110
V. 平方守恒型差分格式的构造示例	111
附录一 向量的范数	114
附录二 矩阵的范数	115
附录三 差分符号	115
第三章 近海二维动力学数值模型	117
§ 3.1 近海二维动力学方程组及定解条件	117
I. 全流型方程组	118
II. 深度平均流模型	118
III. 定解条件	118
§ 3.2 长重力波方程的经典差分格式及其伪物理效应	122
I. 蛙跃格式	122

II. 半隐半显格式	125
III. 有耗散格式	127
IV. 一个包含滤波的数值格式	130
§ 3.3 地球物理流体力学数值计算网格	131
I. 一维网格的数值效应	132
II. 二维网格的数值效应	134
§ 3.4 分潮波数值模型	138
I. 二维 H-N 线性模型	139
II. 边值问题分潮模型	141
§ 3.5 非线性 H-N 数值模型	142
I. F-H 模型	142
II. ADI 模型	144
III. 一种分裂算子方法	147
§ 3.6 水位抛物型方程数值模型	148
I. 隐格式方法	149
II. 时间有限解析格式	149
III. 投影法	151
IV. 抛物型方程的两种数值方法	151
V. 一个物理学外推公式	153
§ 3.7 开边界条件(OBC——Open Boundary Condition)	154
I. 边界条件的个数	154
II. 开边界条件类别	158
第四章 岸线弥合数值模型	164
§ 4.1 近海流体动力学有限元数值模型	164
I. 变分法	165
II. 加权余量法(权余法)	168
III. 有限元技术	169
IV. 二维近海流体动力学有限元数值模型	172
V. 边界元方法	174
§ 4.2 不规则网格有限差分数值模型	176
§ 4.3 正交曲线坐标系下的二维近海动力学方程组	181
I. 连续方程	181
II. 运动方程	181
§ 4.4 坐标变换岸界弥合数值模型	183
I. 代数坐标变换数值模型	183
II. 微分坐标变换	189
§ 4.5 自适应坐标变换数值模型	197
I. 光滑性泛函	197
II. 正交性泛函	198

III. 控制网格疏密泛函	198
§ 4.6 网格的生成方法	202
I. 生成正交网格的方法	202
II. 一种生成三角网格的技术	207
第五章 运动边界数值模型	211
§ 5.1 干-湿网格方法	211
I. Flather-Heaps 模型	211
II. Leendertse (ADI) 模型	212
§ 5.2 坐标变换模型	213
I. 运动岸边界条件	213
II. Johns 代数坐标变换模型	215
III. 极坐标系中的一个代数变换模型	218
IV. 一个微分坐标变换的岸界自适应模型	220
§ 5.3 一种无结构正交网格及潮滩模拟的半湿网格方法	222
I. 正交无结构网格	222
II. 半湿网格漫滩计算方法	223
附录 多重网格法——一种加速迭代收敛的方法	225
I. Poisson 方程的几种迭代方法	225
II. 多重网格法	228
III. 非线性方程	229
第六章 三维近海流体动力学的数值模型	230
§ 6.1 深度平均二维模型的局限	230
§ 6.2 正压分层平均模式	232
I. 层内平均运动方程	233
II. 连续方程和垂直流速	234
§ 6.3 三维正压 Heaps 谱模型	236
I. 垂向本征问题	236
II. 垂向 Galerkin 权余式	237
III. 模型计算	237
IV. 一个特殊的本征序列	238
V. 非线性的处理	239
§ 6.4 三维正压浅海的流速分解模型	240
I. 准平衡模式的流速分解方法	240
II. 含时变项的流速分解模型	243
III. 有限时间解析格式	244
§ 6.5 三维坐标变换模型	247
I. σ (Sigma) 坐标	247
II. σ 坐标下水平压强梯度力的离散问题	249
III. σ 坐标下的三维方程组及定解条件	254

§ 6.6	密度分层模型	255
	I. 两层二维无摩擦全流模式	255
	II. 两层或三层三维模式	256
	III. 谱方法	257
	IV. 连续层化的分层模型	259
§ 6.7	湍封闭模型	260
	I. 经验公式	260
	II. 湍封闭模型	262
§ 6.8	几个三维近海流体动力学数值模型简介	266
	I. HAMSOM 模型	267
	II. RAND 模型	269
	III. POM 模型	272
第七章	近海环境水动力模型	277
§ 7.1	三维近海分潮波模型	277
	I. 近海潮波的一次耦合	278
	II. 潮波模型的数值漂移	280
	III. 三维分潮波模型	284
	IV. 分潮波模型的数值离散方法	286
	V. 分潮模型的准二维 H-N 方法	293
§ 7.2	三维潮致余流模型	296
§ 7.3	浪-流相互作用模型	300
§ 7.4	近海环流数值模型	303
	I. Euler 潮余流和 Lagrange 潮余流	304
	II. Longuet-Higgins 公式及潮余流的漂移速度	304
	III. Lagrange 漂移速度	307
	IV. 近海潮致环流模型	308
	V. 潮致环流的数值计算方案	309
	VI. 近海环流模型	312
§ 7.5	一个边缘海环流数值模型	312
	I. 黄、东海环流动力-热力学模型	313
	II. 数值离散方案	317
	III. 高阶模型	321
§ 7.6	近海环流与天文潮耦合模型	322
	I. 控制方程	323
	II. 单元剖分	324
	III. 离散和求解过程	325
§ 7.7	一个海洋锋数值模型	327
	I. 横锋截面动力学模型	328
	II. 三维变换方程组	329

III. 锋区自适应方法	332
IV. 跃层自适应网格	333
第八章 近海物质运输数值模型	335
§ 8.1 近海物质运输的基本问题	335
I. 运输机制及输运方程	335
II. 边界条件	336
III. 源汇项	337
IV. 对流输运	338
V. 扩散输运	338
VI. 对流输运与扩散输运的占优区间	340
VII. 扩散(diffusion)与弥散(或分散——dispersion)	341
VIII. Langmuir 环流与物质输运	343
§ 8.2 输运方程的数值格式	344
I. 有限解析格式	344
II. Euler-Lagrange 格式	347
III. ADI 格式	351
IV. 三维问题的一种分步格式	352
§ 8.3 悬浮颗粒物三维输运模型	353
I. 模式的结构	353
II. 悬浮颗粒物在海水中的输运	354
III. 细颗粒物在底质中的过程	357
IV. 沉积与侵蚀过程	358
§ 8.4 海上溢油模型	360
I. 油膜动力、非动力过程及其尺度分析	360
II. 油膜模型	363
III. 溢油多相态动力模型	365
§ 8.5 海洋生态系统动力学模型	368
I. 系统模型的守恒性	369
II. 系统模型的稳定性	372
III. 海水运动对生态的调整及模型谱窗	376
附录	380
第九章 近海中的不适定问题和反问题模型	381
§ 9.1 近海潮波的超定问题	381
I. 一个不适定的著名定理	381
II. 有限差分最小二乘法	383
§ 9.2 逆问题与伴随方法	384
I. 对偶原理和伴随问题	385
II. 最优化——伴随问题	388
III. 差分伴随	392

§ 9.3 Kalman 滤波方法·····	396
I. 随机过程估计理论的基本概念 ·····	397
II. Kalman 滤波理论简介 ·····	397
III. Kalman 滤波在海洋中的实际应用 ·····	402
主要参考书目 ·····	406
参考文献 ·····	407

第一章 近海环境流体动力学基础

近岸海域一般地指陆架海、沿岸海湾以及感潮河口等。从流场的几何与力学特征上也有“浅海”之称,但为避免与一般流体力学和地球物理流体力学中的“浅水”相混淆,还是用“近海”更为恰当。这类海域与深海大洋的流场自然有所不同,但这里主要涉及大、中尺度流动,而这两种尺度的流场则有一些本质的共性。

§ 1.1 海洋流场主要的流体动力学特征

正如上述,当只涉及大、中尺度问题,如下几个主要特征是共有的。

I. 薄层空间流场

近岸海域最深不过一二百米,大洋的深度可达几千米,但对大、中尺度的运动(无论是环流还是潮波)其流场水平尺度则为几百乃至上千公里,大洋环流则可达上万公里,所以这类流动的深度尺度(D)与其水平尺度(L)之比是个小量,即 $\delta = D/L \ll 1$,一般地 $O(\delta) = 10^{-3} \sim 10^{-5}$,可见这类流场是异常“薄”的。因此,它有流体力学中边界层流场的空间特征(其实它比一般的流体力学边界层流场更“薄”)。根据这一薄层空间特征,便得到两个力学特征:

(1) 在深度(与海平面垂直的)方向的运动方程可近似(高阶近似)采用静力平衡方程,即垂直压强梯度力与重力平衡。垂直加速度及其他作用力的垂直分量并非绝对不存在,只是比起上述两力为高阶小量。故这一平衡又称垂直准静力平衡。

(2) 结合下面的不可压缩性,还可知该类大、中尺度流场的主要流动方向是水平的。其垂直方向的流速分量与其水平流速相比,同样是 δ 量阶的高阶小量。

II. 不可压缩流场

在一般流体力学中,依据定常状态下的压强梯度力与对流惯性力的平衡分析出了判断运动着的流体的压缩性准则——Mach 数,即当有基本运动方程

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p$$

将其以各量的特征值而化为无因次方程后,即有

$$\frac{U^2}{\Delta p / \Delta \rho} (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{\mathbf{v}} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \tilde{\nabla} \tilde{p} \quad (U \text{ 为流速特征值, } \Delta p \text{ 为微团压强差特征值})$$

其中:凡带“~”的量,均已是无因次量,从而其量阶为 1。这样在上述平衡下,即有

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = O\left(\frac{U^2}{\Delta p/\Delta\rho}\right) = O(M_c^2)$$

因 $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{1/2} \approx \left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)^{1/2} = a$ 为绝热声速, 而 $M_c = \frac{U}{a}$ 即为 Mach 数, 它是流场特征流速与绝热声速的比值。而 $\Delta\rho/\rho$ 为流体微团密度变化的相对值, 无疑它可以表征流体的压缩性。由上式可见, 在一般流体运动中, 其压缩性大小, 取决于流速相对声速的比值 (M_c) 的平方。

在海洋大尺度流场中, 由于流场在空间尺度上的极端不均匀性, 使其在垂直方向和水平方向有两种不同的基本力平衡, 即垂直静力(或称准静力)平衡

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad (g \text{ 为重力加速度}) \quad (1.1.1)$$

和水平的地转平衡

$$f\mathbf{V} \times \mathbf{e}_3 - \frac{1}{\rho} \nabla_H p = 0 \quad (1.1.2)$$

其中: ∇_H 为水平梯度算子, f 为柯氏参数, \mathbf{e}_3 为垂直向上(z 轴)的单位向量。根据这两个不同的平衡, 类似一般流体力学中的方法, 可以预见对大尺度海洋运动, 将会产生两个不同的判断压缩性的准则, 在垂直方向有

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}\right) = -\frac{gD}{\Delta p/\Delta\rho}$$

从而有

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = O\left(\frac{gD}{\Delta p/\Delta\rho}\right) = O\left(\frac{c}{a}\right)^2$$

其中 $c = \sqrt{gD}$ 为重力长波波速特征值。

在水平方向则有

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \tilde{\nabla}_H \tilde{p} = -\frac{fUL}{\Delta p/\Delta\rho} \tilde{\mathbf{V}} \times \mathbf{e}_3$$

从而有

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = O\left(\frac{fUL}{\Delta p/\Delta\rho}\right) = O\left[\left|\frac{\frac{fL}{U} \cdot U^2}{a^2}\right|\right] = O(M_c^2/R_0)$$

其中 R_0 为 Rossby 数 ($R_0 = U/fL$)。

对近海潮波的基本平衡

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p$$

类似上面的分析可有

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) = O\left(\frac{Uc}{a^2}\right) = O\left[\frac{R}{D}\left(\frac{c}{a}\right)^2\right]$$

其中 R 为潮幅特征值。

这样便导出了三个判断可压缩性的准则, 可以用海洋中的典型值来分析。

对于垂直准静力方程获得的结果, 与重力长波波速有关, 即使取大洋深度典型值, 则

波速 c 也不过是 10^2 m/s 的范围,从而

$$O\left(\frac{c}{a}\right)^2 = 10^{-2} \quad (\text{取海水声速 } a \approx 1500\text{m/s})$$

对于地转平衡的结果, R_0 也取大洋值则

$$O(R_0) \approx 10^{-3}$$

对于估值 Mach 数,即使用西边界流的流速,也不过

$$O(M_c) = 10^{-3}$$

从而

$$O(M_c^2/R_0) = 10^{-3}$$

对于近海由于 c 比大洋小, R_0 比大洋大,故而上两判据都比大洋更小。

对于近海潮波平衡,因总有 $O(R/D) \leq 1$

$$\text{从而} \quad O\left[\frac{R}{D}(c/a)^2\right] \leq O(c/a)^2$$

因此根据上述几种判据都可知,海洋大、中尺度流场的流体压缩性确实是微不足道的,特别在近海更是如此,因而都采用了不可压缩的流体动力学模型。

所谓不可压缩,即对特定流体微团(质点)在运动过程中保持密度不变,即

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\rho = 0 \quad (1.1.3)$$

将这一结果代入流体力学一般的微团质量守恒方程,即最终得到描述不可压缩流体运动的连续方程,即速度散度为零的方程,其直角坐标形式为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.1.4)$$

其中 (u, v) 为水平流速分量, w 为垂直流速分量。

方程(1.1.4)是描述质量守恒的方程,因而其各项是不能被忽略的,否则就破坏了质量守恒这一根本规律。这样,依上小节指明的薄层流场特性,通过对(1.1.4)量阶分析可知,必有

$$\frac{U}{L} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) + \frac{W}{D} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = 0$$

W 为垂直流速特征量,将此式无因次后,即有

$$O\left(\frac{W}{U} \cdot \frac{L}{D}\right) = 1$$

或

$$O\left(\frac{W}{U}\right) = O\left(\frac{D}{L}\right) = O(\delta) = 10^{-3} \sim 10^{-5}$$

由此证明了上小节中指出的,对于海洋大、中尺度的流动,垂直流速远小于水平流速。

既然是不可压缩流体运动,其密度便不再是压强函数,也不再具有流体力学中的“正压”与“斜压”概念。在某些海洋文献中,所谓“正压海洋”和“斜压海洋”,即应理解为“均匀海洋”(即流场密度为常数)和“非均匀海洋”(或层化海洋)。

海洋流场密度的不均匀性既然是很小的,因而可以用 Boussinesq 近似来表达由密度差造成的压强梯度力,即令 $\rho = \rho_0 + \rho'$, 其中 $\rho_0 \equiv \text{const}$ 称参考密度或背景密度,而其密度的差异 ρ' 则远比参考密度为小

$$(\rho'/\rho_0) = 10^{-3}$$

按照这一近似,单位质量流体微团所受到的压强梯度力,可近似地表为

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p \approx -\frac{1}{\rho_0} \nabla p$$

在垂直方向上的准静力平衡(1.1.1)可写为

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g \frac{\rho}{\rho_0} = 0$$

该方程在垂直方向上积分,即

$$-\frac{1}{\rho_0} (p_a - p) = \frac{g}{\rho_0} \int_z^\zeta \rho dz' = g(\zeta - z) + \frac{g}{\rho_0} \int_z^\zeta \rho' dz'$$

其中 ζ 为海面升降或称水位, p_a 为海面气压。依此则水平方向的压强梯度力为

$$-\frac{1}{\rho_0} \nabla_H p = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_H p_a - g \nabla_H \zeta - \frac{g}{\rho_0} \nabla_H \int_z^\zeta \rho' dz' \quad (1.1.5)$$

依此式可见,海水微团在水平方向所受到的压强梯度力,来源于三种因素:① 海面气压的水平不均匀;② 海面有倾斜;③ 海水柱密度的水平不均匀。前两项为正压项,惟第三项为斜压项,然而若海水密度只是深度函数,而在水平方向是均匀的,这斜压项也不存在了。

III. 湍流运动

由海洋现象的观测可知,大概除了深海大洋的底部有可能存在极薄层的层流运动外,由下述三个方面可知,湍流运动是必然的。

1. 极大的 Reynolds 数

大、中尺度海水运动形成的 Reynolds 数之大远远超过平面流动的临界 Reynolds 数。

2. 海水无时无刻不被扰动

大气的扰动、不光滑海底的扰动、生物游动的扰动以及各种人造海上运动器的扰动。

3. 具有广阔的海面——自由面

这是一个极不稳定的界面。而它受到的扰动还会向海内传播。

速度的切变是层流不稳定而转化为湍流的一个重要因素,而稳定的层化又可起到抑制湍流发生的作用。前者可用 Kelvin-Helmholtz 频率 ($M = \left\| \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right\|$) 表达,后者可用 Brunt-Väisälä 频率 ($N = \left(-\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho'}{\partial z} \right)^{1/2}$) 来表达,所以两者一个无因次组合——Richard-