簡明数学用表

苏联 A. K. 米特罗波里斯基著

科学普及出版社

簡明数学用表

〔苏联〕A·K·米特罗波里斯基著
金　成　梁譯　刘　麟　仲校

科学普及出版社
一九六三年·北京

内容簡介

本书各表基本上精确到十进制数字的第四位数字（在某些情形下精确度还要高一些）。这样的精确度已經超过了計算尺，并且对于熟练工人、技师和設計师、生产部門的工作者和农业工作者以及中学生和专科学校学生在解数学、物理和技术課程的习题时所进行的絕大多数实际計算是足够的。

本书包括实际工作所需要的极为詳尽的一套表：乘法表，平方表，立方表，整数的乘方表，平方根和立方根表，倒数表（作除法所需的），常用对数和反对数表，阶乘（和它的倒数），与 π 和 e 有关的数，自然对数表，和差对数表，常用对数与自然对数的換算表，弧度和度的換算表，对于角度和弧度数的三角函数以及三角函数对数表，双曲綫函数和它的对数表，反三角函数和反双曲綫函数表，漸伸綫函数表，圓周长表，圓面积表，弓形元素表，以及中外計量表。为便于使用，在本书的开始部分說明了表的用法。

A. K. 米特罗波里斯基的表是經过实践考驗的，它在实际工作中非常便于应用。

А. К. МИТРОПОЛЬСКИЙ

КРАТКИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТАБЛИЦЫ

簡明数学用表

〔苏联〕A·K·米特罗波里斯基著
金成梁譯　刘麟仲校

*

科学普及出版社出版
北京市西直門外郝家湾
北京市书刊出版业营业許可証出字第112号
北京市印刷一厂印刷　　新华书店发行

*

开本 850×1168 1/32　印张 3 10/23　字数 82,000
1963年10月第1版　　1963年10月第1次印刷
印数 1—23,900

总号 028　統一书号 13051·016
定价 0.43 元

目　次

表的用法

表 1. 乘法表（第23—31頁）

乘法表包含三位数乘以一位数的积。例如，积 147×7 列于标题为 147 的行和标题为 7 的纵列的相交处：

$$147\times 7=1029$$

当三位数乘以多位数时顺次地乘以乘数的每位数字，所得数的和即为所求的乘积。例如，147 乘以 2673，我們得到：

$$\begin{array}{r}
147\times 2000=294000\\
\times\ 600=\ 88200\\
\times\ 70=\ 10290\\
\times\ 3=\ 441\\
\hline
147\times 2673=392931
\end{array}$$

如果每个因数都不止三个数字，則把其中一个数分为不多于三位数字的部分，然后对每一部分应用上述方法

例如，設 147254 乘以 26731：

$$\begin{array}{rcl}
\begin{array}{r}
147\times 20000=2940000\\
147\times 6000=882000\\
147\times 700=102900\\
147\times 30=4410\\
147\times 1=147\\
\hline
147\times 26731=3929457
\end{array}
& \quad &
\begin{array}{r}
254\times 20000=5080000\\
254\times 6000=1524000\\
254\times 700=177300\\
254\times 30=7620\\
254\times 1=254\\
\hline
254\times 26731=6789674
\end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
3929457000\\
+\quad 6789674\\
\hline
3936246674
\end{array}$$

如果在算盘上做加法，則所有这些算式都不必写出；我們只需写下“部分和”——数 3929457 和 6789674——与最后結果。

用表 1 还可以作数的除法，除法的施行用例說明如下。

假定要用354028除以147首先我們在表1中找出标題为147的行。分出被除数左边的三个数字：得到354然后在这一行中找这个数或和它最接近而又小于它的数。我們找到了294，和它对应的商的数字是2。从354减去294：得60把被除数的下一个数字併入这个差中：得600。在表的这一行中和这个数最接近的小于它的数等于588，和它对应的商的数字是4。588和600的差等于12。把被除数的下一个数字併入：得到122。因为这一行沒有等于或小于122的数，因此商的下一个数字是0。再併入一个被除数的数字：得1228。这一行和它最接近的小于它的数等于1176，幷且商的对应数字是8。类此可以得到我們所需要的任何精确度的商。

詳細写下所有上述各步时，很象通常的“竪式”除法：

```
354028 | 147
294    |-------
       | 2408.35
------
 600
 588
 -------
  1228
  1176
  -------
    520
    441
    -------
     790
     735
     -------
      55
```

但在实际上只写下商的一个个数字，所有其它的运算都在脑中进行。

$$354028 \div 147 = 2408.35\cdots$$

*　　　　*　　　　*

表 2. 平方表 (第32—33頁)

在表的左纵列中写下了数的前二个数字(个位和小数第一位)。而頂上一行是数的第三个数字(小数第二位)。数的平方位于对应的行和

列的相交处。例如，数 1.13 的平方位于标题为 1.1 的行和标题为 3 的纵列的相交处，它等于 1.2769。

当数的小数点移一位时，平方里的小数点要向同一方向移二位。例如，

0.113的平方等于 0.012769

1.13 的平方等于 1.2769

11.3 的平方等于 127.69

113 的平方等于12769

* * *

表 3. 立方表（第34—35頁）

立方表的构造和平方表一样，区别只是在表 2 中給出了平方的精确值，而表 3 給出的只是立方的前 6 位数字。例如，

$$1.39^3 \approx 2.68562,$$

$$6.53^3 \approx 278.445.$$

当数的小数点移一位时，立方里的小数点要向同一方向移三位。例如，

$$13.9^3 \approx 2685.62,$$

$$0.139^3 \approx 0.00268562.$$

* * *

表 4. 乘方表（第36—39頁）

表 4 包括 1—100 各个数的前十次方。例如，$19^4 = 130321$。

* * *

表 5 和表 6. 平方根（第40—43頁）

为了求所給数的平方根，必須从小数点起向左右两边每二位数字分为一“段”。如果在数的（最左的）第一段中只有一个有效数字*，例如，

* 第一个非零数字和以后所有数字（包括“0”）都叫有效数字。

$$2'.83'47,\ 5'31'.94,\ 0'.06'27,$$

则用表 5 (1.00—9.99 各数的平方根表)；如果数的第一段有两个有效数字，例如，

$$87'.43,\ 62'15'.88,\ 0'.00'56'27,$$

则用表 6 (10.0—99.9各数的平方根表)。

平方根表的构造和平方表(表 2)一样。在平方根表中給出了根的六位数字，并且第一个数字排在标题为“ 0 ”的列中，其它五个数字排在对应的各列中。例如，

$$\sqrt{2.73}\approx1.65227\ (\text{根据表 5})$$
$$\sqrt{27.3}\approx5.22494\ (\text{根据表 6})$$

当数的小数点移二位时，平方根里的小数点向同一方向移一位。例如，

$$\sqrt{0.273}\approx0.522494,\quad \sqrt{2.73}\approx1.65227,$$
$$\sqrt{27.3}\approx5.22494,\quad \sqrt{273}\approx16.5227,$$

为了求所含有效数字不止三位的数的平方根，可以应用**綫性内插法**。关于这一点我們用例說明。

我們求 2.657 的平方根。用表 5。写下 2.65 和最接近的下一个数 2.66 的平方根，求出它們的差。得到

$$\begin{array}{r} 1.63095 \\ -\underline{1.62788} \\ 0.00307 \end{array}$$

于是随着数增大 0.01，平方根增大 0.00307 假定平方根的增大和数的增大成比例，我們得到，当数增大 0.007 时平方根增大

$$0.00307\times0.7\doteq0.002149,$$

或者，舍入到小数点后五位(平方根表的值的精确度)，即 0.00215。把这个“修正值”加到平方根上：

$$\begin{array}{r} 1.62788 \\ +\underline{0.00215} \\ 1.63003 \end{array}$$

我們得到

$$\sqrt{2.657}\approx1.63003$$

*　　*　　*

表 7.8.9. 立方根 (第44—49頁)

立方根表和平方根表是按同样的原理构成的。表中也是給出根的六位数字，其中第一个到标題为“零”的列中去取，其它各个数字在对应的列中取。但在这里应該注意，如果表值前注有小星号，則根的第一介数字应該不在这一行或上一行取，而到零列的下一行取。例如，求 $\sqrt[3]{347}$，我們在表 9 中找出行 34 和列 7 的相交处的数字*02711。星号向我們指明第一个数字不是行 34 的“6”，而是行 35 的“7”，因此

$$\sqrt[3]{347}\approx 7.02711.$$

求立方根时，要从小数点起向左右二边把所給数每三个数字分为一段。如果第一段有一个数字*，則用表 7(1.00—9.99 各数的立方根)；如果有二个数字，則用表 8 (10.0—99.9 各数的立方根)；最后，如果有三个数字，則用表 9 (100—999 各数的立方根)。例如，

$$\sqrt[3]{3.45}\approx 1.51103,\quad \sqrt[3]{3'450}\approx 15.1103,\quad \sqrt[3]{0'003'45}\approx 0.151103;$$
$$\sqrt[3]{34.5}\approx 3.25542,\quad \sqrt[3]{34'500}\approx 32.5542,\quad \sqrt[3]{0.0345}\approx 0.325542;$$
$$\sqrt[3]{345}\approx 7.01358,\quad \sqrt[3]{345'000}\approx 70.1358,\quad \sqrt[3]{0.345}\approx 0.701358.$$

*　　　　*　　　　*

表 10. 倒　数 (第50—51頁)

倒数表的构造和平方表一样，为簡短起見，倒数表中的整数零被省去，例如，1.53 的倒数等于

$$\frac{1}{1.53}\approx 0.65359.$$

当数的小数点移动一位时，倒数中的小数点向相反的方向移动一位。例如，

0.153的倒数等于6.5359，

1.53 的倒数等于0.65359，

15.3 的倒数等于0.065359，

153 的倒数等于0.0065359.

如果求数字比表里多的数的倒数，則用上述綫性內插法(第 8 頁)；

---

* 这句話和下两句中的“数字”：意即有效数字。——譯者

这时应从較大的倒数中减去內插値，因为随着数的增大，它的倒数将减小。

* * *

表 11. 常用对数（第52—53頁）

表11是1—999各数的四位对数表。在表的左方被称为 N 的纵列中(N 出自拉丁字 Numerus——数)，列出了数的前二个数字，而在最上一行和最下一行列出了它的第三个数字；对数尾数列在与此数对应的行和列的相交处。例如，数 142 的对数尾数位于标题为 14 的行和标题为 2 的列相交处；这个尾数是 1523。

对数的首数按周知的法則确定。例如，$\lg 142 \approx 2.1523$；类此，$\lg 0.00357 \approx \bar{3}.5527 = -2.4473$。

如果求有效数字不止三个的数的对数，則可以用第 8 頁所說的綫性內插法。在表 11 中內插値（即数乘以 0.1、0.2、0.3、…0.9的乘积）列在表的右粗垂綫的右边。使用它們的方法如下。

首先在表 11 中找出由所給数的前三位数字組成的数的对数尾数。然后加上位于表的右部的同一行并且位于頂端是数的第四个数字的列中的数。

例如，我們求 27.38 的对数。

这个数的首数是	1.
数 273 的尾数是	4362
（表右部行 27 和列 8 中的）比例部分	13
	1.4375

所求的对数 $\lg 27.38 = 1.4375$

所給数的倒数的对数叫做这个数的余对数；余对数用符号 colg 表示：

$$\operatorname{colg} x = \lg \frac{1}{x} = -\log x .$$

为了求所給数的余对数，应該使它的对数首数增加 1，然后改变首数的符号；并用尾数和 1 的差数来代替这个尾数（从左边起，尾数的每个数字由 9 减去，但最后一个有效数字由10减去）。例如，

$\lg 345 \approx 2.5378$, $\mathrm{colg}\, 345 \approx \bar{3}.4622$,
$\lg 0.413 \approx \bar{1}.6160$, $\mathrm{colg}\, 0.413 \approx 0.3840$,
$\lg 0.0196 \approx \bar{2}.2923$, $\mathrm{colg}\, 0.0196 \approx 1.7077$.

*　　　　*　　　　*

表 12. 反对数 (第54—55頁)

反对数表用于从所給的常用对数求数，这个表的构造和表11(常用对数表)一样。例如，我們求 0.3464 的反对数，在标題为34的行和标題为 6 的列的相交处有 2218；对于最后一个数字 4 我們在表的右边一栏“內插表”中找到了数 2，把它加到 2218 上，得到 2220。再考虑所給对数的首数，我們得到所求的反对数

$$\mathrm{antilg}\, 0.3464 = 2.22.$$

*　　　　*　　　　*

表 13. 阶乘和数 e (第 56 頁)

在表13中列出了1-25各数的阶乘和这些阶乘的倒数。求阶乘倒数的和，就有可能以很高的精确度計算数 e.

*　　　　*　　　　*

表 14. 某些含 e 的数 (第 56 頁)

表14列入了常見的含数 e 的表达式以及它們的常用对数(精确到小数点后七位数字)。

*　　　　*　　　　*

表 15和16. 指数函数 e^x 和 e^{-x} (第 57 頁)

表 15 包括函数 e^x 的值，而表 16 是函数 e^{-x} 的值(在表 16 中整数 0 被省去!)在两个表中，0-0.009的函数值在第一行用粗体字印出(在标題栏下)；每一列对应于自变量的千分之一。例如，

$$e^{-0.007} = 0.9930.$$

0-10.9 的函数 e^x 的值和0-9.9 的函数 e^{-x} 的值用普通字体印在表的基本部分中，数 x 的前几个数字在(左边的)标题栏中給出，后一个数

字在(頂上的)标題栏中給出；所求的函数值位于它們的相交处。例如，

$$e^{0.56}=1.7507;\quad e^{6.3}=544.6;\quad e^{-4.2}=0.0150.$$

*　　　　*　　　　*

表 17. 自然对数 (第58—59頁)

1.00-9.99各数的自然对数表的构造和表11(常用对数表)一样，这时应該注意自然对数的整数部分应該到所給行的纵列 0 (“零列”)中去取。如果小数部分是用粗体字印出的，則整部到下一行的零列中去取。(这点說明只涉及2.7这一行)。例如，

$$\ln 2.71=0.9969,\quad \ln 2.72=1.0006.$$

如果所給数大于 10 或小于 1，則我們把这个数看作二个因数的积的形式，其中一个是 10 的乘方，而另一个是位于 1 和 10 之間的数。这二个因数的自然对数的和就是所給数的对数。这样一来，根据表 17 配合数 10 的冪的自然对数表(这个表在表 17 的下面)就可以求出任何一个数的自然对数。

例如，我們求 $\ln 289.2$，$\ln 2.892=1.0620$，$\ln 10^2=4.6052$

$$\begin{array}{r} 1.0620 \\ +4.6052 \\ \hline 5.6672 \end{array}$$

于是，$\ln 289.2=5.6672$. 同样 $\ln 0.002892$ 等于

$$\begin{array}{r} 1.0620 \\ +\bar{7}.0922 \\ \hline \bar{6}.1542 \end{array} =-5.8458.$$

*　　　　*　　　　*

表 18. 和的对数* (第60—61頁)

求二数和的对数用如下方法进行。算出所給两数的对数的差 R；根据这个差求出值 Σ，再把这个值加到較大的数的对数上**

在表 18 中对于各个差 R 列出了值 Σ.

如果量 R 不止三位十进制数字，則用綫性内插法；这时应該注意，

* 从表18起。所有的“对数”都是指“常用对数”。——作者

当 R 增大时量Σ减小，因此应該减去比例部分，而不是加上它。

例如，給定 $\lg a=2.8035$，$\lg b=2.4362$。求 $\lg(a+b)$。計算差

$$\begin{array}{r} 2.8035 \\ -2.4362 \\ \hline R=0.3673 \end{array}$$

根据这个值 R 和表 18 求值 Σ：

$$\begin{array}{ll} \text{对于} R_0=0.367 & \Sigma_0=0.1552 \\ \text{对于} \qquad\qquad 3 & \qquad -1 \\ \hline \text{对于 } R=0.3673 & \Sigma=0.1551 \end{array}$$

把求出的值 Σ 加到 $\lg a$ 上：

$$\begin{array}{r} \lg a=2.8035 \\ +\Sigma=0.1551 \\ \hline \lg(a+b)=2.9586 \end{array}$$

* * *

表 19. 差的对数 (第62—63頁)

求二数差的对数用如下方法进行。算出所給对数的差 R；根据这个差求出值Δ，再把Δ从較大的数的对数中减去*。

在表 19 中，对于差 R 的每个值(从 0.300 起。0.300是 $\lg 2$ 的含入

** Σ的一次近似值等于 0.4343×10^{-R}实际上設 $a>b$，并且

$$\lg a=x,\ \lg b=y,\ x-y=R,\ a=10^x,\ b=10^y,$$

已知：$\ln(1+z)=z-\frac{1}{2}z^2+\frac{1}{3}z^3-\frac{1}{4}z^4+\cdots$

故
$$\lg(1+z)=\frac{\ln(1+z)}{\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}\left[z-\frac{1}{2}z^2+\frac{1}{3}z^3\cdots\right]$$

其中
$$\frac{1}{\ln 10}=\lg e=M=0.4343$$

于是
$$\lg(a+b)=\lg a\left(1+\frac{b}{a}\right).$$

$$=\lg a+\lg\left(1+\frac{b}{a}\right)。\qquad \text{令}\frac{b}{a}=z$$

利用上式我們有：

$$\lg(a+b)=\lg a+M\left[\frac{b}{a}-\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{b}{a}\right)^3+\cdots\right]$$

因此第一次近似公式是

$$\lg(a+b)\approx\lg a+0.4343\cdot\frac{b}{a}=\lg a+0.4343\cdot\frac{10^y}{10^x}=\lg a+0.4343\cdot 10^{-R}\text{—校者.}$$

* Δ的一次近似值等于 0.4343×10^{-R}(得到这一結果的方法和上一个脚注相同)—校者

的値)列出了Δ的値。如果 $R>0.300$，則量Δ由表查出，就象由所給的数求对数那样；如果 $R<0.300$，則把这个量放在“表的內部”，并且在表的标題栏中找量 Δ，就象由所給的对数求数那样*。这时只需注意，当R增大时量Δ减小。

例如，給定 $\lg a=1.3579$，$\lg b=0.8976$，求 $\lg(a-b)$。計算差，我們有

$$\begin{array}{r} \lg a=1.3579 \\ -\lg b=0.8976 \\ \hline R=0.4603 \end{array}$$

因为 $R>0.300$，所以由値R求Δ就象由給定的数求对数一样：

$$\begin{array}{ll} 对于R_0=0.460 & \Delta_0=0.1849 \\ \underline{对于\qquad\qquad 3} & \underline{\qquad -2} \\ 对于\ R=0.4603 & \Delta=0.1847 \end{array}$$

从 $\lg a$ 减去得到的値Δ

$$\begin{array}{r} \lg a=1.3579 \\ -\Delta=0.1847 \\ \hline \lg(a-b)=1.1732 \end{array}$$

我們考察另一个例子：由給定的 $\lg a=0.8549$ 和 $\lg b=0.6253$ 求 $g(a-b)$。先确定R，我們有

$$\begin{array}{r} \lg a=0.8549 \\ -\lg b=0.6253 \\ \hline R=0.2296 \end{array}$$

因为 $R<0.300$，所以由它求Δ就象由給定的对数求数一样。和 R 最接近的較大値 $R_0=0.2300$ 对应于 $\Delta_0=0.386$。所給的値 R 正好位于其間的二个相邻的表值之差等于

$$0.2300-0.2293=0.0007.$$

R_0和R之間的差等于

$$0.2300-0.2296=0.0004.$$

所以Δ的第四位数字按比例推求如下：

$$x:10=4:7,$$

即 $x=6$．于是我們得到 $\Delta=0.3866$．由 $\lg a$ 减去 Δ，得出

* 如果$R=0.300$，則上述两种方法都可以用，并且将得到同样的結果：$\Delta=0.3021$．——譯者

$$
\begin{array}{r}
\lg a = 0.8549 \\
-\Delta = 0.3866 \\
\hline
\lg(a-b) = 0.4683
\end{array}
$$

* * *

表 20. 常用对数和自然对数换算表（第 64 頁）

表 20 用于从一种对数系統換算到另一种系統；表中列出了 $\ln 10=2.30259$ 和 $\lg e=0.43429$ 与各个不同的单位数(整位、第一位小数、第二位小数等等)的乘积。

例如，假定現在求数 $\pi=3.14159$ 的自然对数。因为 $\lg\pi=0.49715$，所以用表1，我們得到：

常用对数的数字	自然对数的值
0.4	0.92103
9	20723
7	1612
1	23
5	12
	$\ln\pi=1.14473$

如果常用对数带有負的首数，則首先把整个对数变为負数，然后再把它換算为負的自然对数。

現在假定要把自然对数 $\ln 100\approx4.60517$ 換算为常用对数。

根据表2我們有：

自然对数的数字	常用对数的值
4.	1.73718
6	26058
0	0
5	217
1	4
7	3
	$\lg 100=2.00000$

* * *

表 21. 数 π 和某些与 π 有关的数 (第 64 頁)

在表 21 中列出了常見的含有数 π 的表达式的值(精确到小数点后七位数字)。

*　　　　*　　　　*

表 22. 弧度与度的換算表 (第 65 頁)

我們通过二个例子来研究一下表22的用法。

1) 把 $3^r.2525$* 換算为度:

$$
\begin{array}{ll}
3^r & =\text{arc } 171^\circ.887^{**} \\
0^r.25 & =\text{arc } 14^\circ.324 \\
0^r.0025 & =\text{arc } 0^\circ.143 \\
\hline
3^r.2525 & =\text{arc } 186^\circ.354
\end{array}
$$

2) 把$325^\circ 42'$換算为弧度:

$$
\begin{array}{ll}
\text{arc } 300^\circ & =5^r.23599 \\
\text{arc } 25^\circ & =0^r.43633 \\
\text{arc } 42' & =0^r.01222 \\
\hline
\text{arc } 325^\circ 42' & =5^r.68454
\end{array}
$$

*　　　　*　　　　*

表 23. 正弦和余弦 (第66—67頁)

本表列出了相差为一分的角的正弦值和余弦值。

我們首先求正弦。表的左列列出了度,頂上一行列出了分,間隔是$6'$即0.1°。所給角的正弦值列在对应于度数的行和对应于分的列的相交处。例如,$\sin 23^\circ 12' = 0.3939$。

为了求精确到分的角的正弦,和表11一样,用內插表(参看第10頁)。1、2、3、4、5 分的內插值从表的右边得到。当求中間角的正弦时內插值应該加到表值上。例如,$\sin 57^\circ 17' = 0.8414$。

对于角的余弦从表的右列(度)和底下一行(分)中取自变量的值。求(相差为一分的)中間角度的余弦时,应該减去內插值。例如,

* 字母 3 右上角符号 r 表示弧度,3^r意思就是 3 弧度——校者。

** 意思指 3 弧度=角度$171^\circ.887$对应圓弧的弧度,1 弧度化为角度是 $57^\circ.299$——校者