

中外物理竞赛试题精编

石斯智 陶颐德
王丹东 刘海生 张善贤 等编

上海科学技术出版社

(沪)新登字 108 号

中外物理竞赛试题精华

石斯智 陶源德 张善魁 主 编
王丹华 刘海生

上海科学技术出版社出版
(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 常熟第六印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 10.5 字数 248,000

1991 年 12 月第 1 版 1991 年 12 月第 1 次印刷

印数 1-6,500

ISBN7-5323-2446-X/G·388

定价: 3.65 元

目 录

一、历届全国中学生物理竞赛试题及解答(分类选编).....	1
力学(1)热学(24)电磁学(32)光学 原子物理学(48)	
二、苏联、波兰中学生物理竞赛试题选解.....	62
力学(62)热学(73)电磁学(75)光学 原子物理学(82)	
三、英国A级物理试题选解.....	84
力学(84)热学(88)电磁学(93)光学 原子物理学(99)	
四、杂题(力学竞赛试题及物理竞赛准备题选解).....	104
力学(104)热学(111)电磁学(115)光学 原子物理学(123)	
五、历届国际物理奥林匹克竞赛试题选解.....	127
力学(127)热学(136)电磁学(142)光学 原子物理学(146)	
附录.....	155
(一) 国际物理奥林匹克竞赛章程(155)	
(二) 量纲分析简介(159)	
(三) 常用数据(162)	

一、历届全国中学生物理竞赛试题及解答(分类选编)

力 学

题 1 质量为 m 的小木块,停放在水平地面上,它与地面的静摩擦系数为 μ ,一人想用最小的作用力 F 使木块移动,则此最小作用力 F 的大小为多少?(第三届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] 设 F 与水平方向成 θ 角(图 1-1)。木块受四个力:重力 mg ;作用力 F ;支持力 N ;静摩擦力 f 。

根据牛顿定律和题设条件可得

$$F \cos \theta = f = \mu N = \mu (mg - F \sin \theta),$$

得

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \mu \sin \theta},$$

令 $\varphi = \arctg \frac{1}{\mu}$,由上式得

$$F = \frac{\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2} \sin(\theta + \varphi)},$$

故 F 最小值为

$$F = \frac{\mu mg}{\sqrt{1 + \mu^2}}.$$

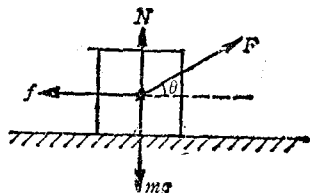


图 1-1

题 2 有一半径为 R 的圆柱体水平地横架在空中,有质量为 m_1 与 m_2 ($m_1 = 2m_2$) 的两个小木块,用长为 $\frac{\pi}{2}R$ 的细线相连,成为一个系统。木块的大小可以忽略,它与圆柱表面的静摩擦系数 $\mu < 1$ 。细线无质量、柔软且不可伸长,系统横跨在圆柱上, m_1 在右边,细线贴在圆柱面上,与圆柱表面无摩擦,横截面如图 1-2 所示:

现在使圆柱绕轴线沿顺时针方向极缓慢地旋转,直至某一位置时,柱上系统将要开始滑落。由此位置开始,再极缓慢地沿逆时针方向转动圆柱体。问转过多大角度后,系统开始从左边滑落(角度可用反三角函数表示)?(第三届全国中学生物理竞赛试题)

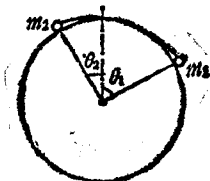


图 1-2

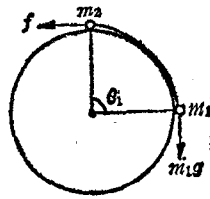


图 1-3

[参考答案] 先求系统从右边滑落的位置 θ_1 。若 $\theta_1 = 90^\circ$,如图 1-3 所示, m_1 不受摩擦力, m_2 受摩擦力 $f = \mu m_2 g$ 。由于 $m_1 = 2m_2$, $\mu < 1$,所以 $m_1 g > \mu m_2 g$,系统已开始向右滑落,因而 $0 < \theta_1 < 90^\circ$ 。系统平衡位置如图 1-2 所示,根据牛顿定律得平衡条件

$$m_1 g \sin \theta_1 = m_2 g \sin \theta_2 + \mu (m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2),$$

以 $m_1 = 2m_2$, $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 代入上式得

$$\theta_1 = \arctg \frac{1+2\mu}{2-\mu}.$$

再求系统从左边滑落位置, 由于 $m_2 < m_1$, 有三种可能。

(1) 设 $\theta'_2 = 90^\circ$, 如图 1-4(a) 所示, 系统平衡条件为

$$m_2 g = \mu m_1 g, \text{ 得 } \mu = \frac{1}{2}.$$

圆柱转过角度

$$\Delta\theta = \theta_1 = \arctg \frac{4}{3}. \quad \left(\mu = \frac{1}{2}\right)$$

(2) 若 $m_2 g > \mu m_1 g$, 即 $\mu < \frac{1}{2}$, 则 $\theta'_2 < 90^\circ$, 如图 1-4(b) 所示。

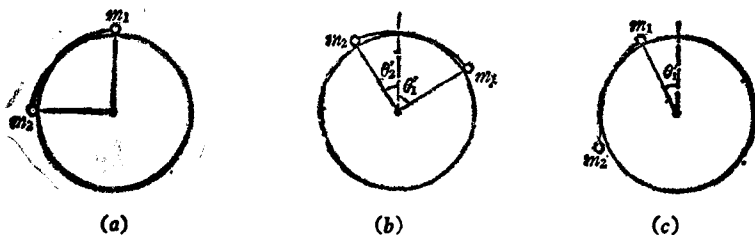


图 1-4

得平衡条件

$$m_2 g \sin \theta'_2 = m_1 g \sin \theta'_1 + \mu (m_1 g \cos \theta'_1 + m_2 g \cos \theta'_2),$$

得

$$\theta'_2 = \arctg \frac{\mu+2}{1-2\mu}.$$

圆柱体转过角度

$$\Delta\theta = \theta'_2 - \theta_2 = \theta'_2 + \theta_1 - 90^\circ$$

$$= \arctg \frac{1+2\mu}{2-\mu} + \arctg \frac{\mu+2}{1-2\mu} - 90^\circ. \quad \left(\mu < \frac{1}{2}\right)$$

(3) 若 $m_2 g < \mu m_1 g$, 即 $\mu > \frac{1}{2}$, 系统平衡位置如图 1-4(c) 所示, 得平衡条件

$$m_2 g + m_1 g \sin \theta'_1 - \mu m_1 g \cos \theta'_1 = 0,$$

令 $\varphi = \arctg \mu$, 得

$$\frac{1}{2} + \sqrt{1+\mu^2} \sin(\theta'_1 - \varphi) = 0,$$

$$\theta'_1 = \varphi - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}.$$

圆柱体转过角度

$$\Delta\theta = \theta_1 + \theta'_1$$

$$= \arctg \frac{2\mu+1}{2-\mu} + \arctg \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}. \quad \left(\mu > \frac{1}{2}\right)$$

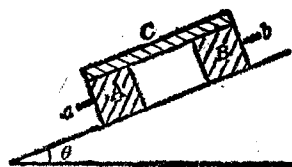


图 1-5

题 3 在图中, A、B 是两个带柄(a 和 b)的完全相同的长方形体, C 是另一长方体, C 的质量为 m , A、B 与斜面间以及与 C 之间皆有摩擦, C 与 A 或 B 间的静摩擦系数均为 μ_0 , 设它们原来都处于静止状态(图 1-5)。

(1) 若一手握住 a, 使 A 不动, 另一手握住 b, 逐渐用力将 B 沿倾角 θ 的斜面向上拉。

当力增大到能使 B 刚刚开始向上移动时, C 动不动?若动, 如何动?

(2) 此时 A 和 C 之间的摩擦力为多大?

(3) 若握住 b 使 B 不动, 握住 a 逐渐用力将 A 沿倾角为 θ 的斜面向下拉, 当 A 开始移动时, C 动不动?若动, 如何动?(第一届全国中学生物理竞赛试题)

【参考答案】 (1) 设 A 、 B 给 C 的摩擦力为 f_A 、 f_B 。用力拉 B , 使 B 刚好开始向上运动时, f_B 达最大值 $f_{B0} = \frac{1}{2}\mu_0 mg \cos \theta$, f_B 方向平行斜面向上。下面分两种情况讨论:

① $mg \sin \theta < f_{B0}$, C 在 f_B 作用下有向上滑动趋势, f_A 方向向下。由于 $f_{A0} = f_{B0} = \frac{1}{2}\mu_0 mg \cos \theta$, 故 $f_{B0} - mg \sin \theta < f_{A0}$, 即 C 不能克服 A 的最大静摩擦力 f_{A0} , 所以 C 静止。

② $mg \sin \theta > f_{B0}$, C 在重力作用下有向下滑动趋势, f_A 方向向上。

考虑到未拉 B 前, C 为静止, 由平衡条件可得

$$mg \sin \theta = f'_A + f'_B \leq 2 \times \frac{1}{2} \mu_0 mg \cos \theta.$$

即

$$mg \sin \theta - f_{B0} \leq f_{A0}.$$

由此可见, 用力拉 B 时, C 也不能克服 A 的最大静摩擦力, 所以 C 静止。

总之, 不管哪种情况, C 都保持静止。

(2) 由上可见

$$f_A = \left| mg \sin \theta - \frac{1}{2} \mu_0 mg \cos \theta \right|.$$

(3) 用力拉 A , A 刚刚开始动, 若 C 不动, 则 f_A 可能达最大值 $f_{A0} = \frac{1}{2}\mu_0 mg \cos \theta$ 。 C 平行斜面方向受合力

$$F' = f_{A0} + mg \sin \theta - f_B,$$

由于 $f_B \leq \frac{1}{2}\mu_0 mg \cos \theta$, 所以 $F' > 0$, 这与假设 C 不动有矛盾。故 C 将向下运动。 $f_B = f_{B0} = \frac{1}{2}\mu_0 mg \cos \theta$ 。因为逐渐用力拉 A , 故 f_A 是逐渐增大的, 由 $F' = f_A + mg \sin \theta - f_{B0}$ 知, 当 f_A 尚未达最大值 f_{A0} 时 F' 已大于零, C 相对 B 已有运动, 故 A 、 C 相对静止, 一起沿斜面向下运动。

题 4 A 是一质量为 M 的木块, B 是一质量为 m 的小铁块, 共浮在水面上(图 1-6), 若将铁块取下, 直接放在水内, 最后杯中水面的高度怎样变化?(第一届全国中学生物理竞赛试题)

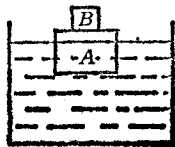


图 1-6

【参考答案】 设铁块的体积为 V_B , 铁块未取下和取下后木块浸在水中的体积分别为 $V_{浸}$ 、 $V'_{浸}$ 。由两种情况下的平衡条件得

$$(M + m)g = V_{浸} \rho_{水} g, \quad Mg = V'_{浸} \rho_{水} g.$$

两式相减得

$$V_{浸} - V'_{浸} = \frac{m}{\rho_{水}} = \frac{m}{\rho_{铁}} \cdot \frac{\rho_{铁}}{\rho_{水}} = V_B \frac{\rho_{铁}}{\rho_{水}},$$

考虑到 $\frac{\rho_{铁}}{\rho_{水}} > 1$, 得

$$V_{浸} - V'_{浸} > V_B.$$

即取下铁块后, 木块浸在水中的体积减少的数量, 大于铁块的体积。因此杯中水面的高度

下降。

题 5 图 1-7 中所示的杯中原盛有密度均匀的混合液体，其密度为 ρ 。经过一段时间后变为密度分别是 ρ_1 和 ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) 的两层均匀液体。设其总体积不变，则杯内底面所受的液体的压强是否有变化？若有变化，如何变化？试证明你的结论。（第四届全国中学生物理竞赛试题）



图 1-7

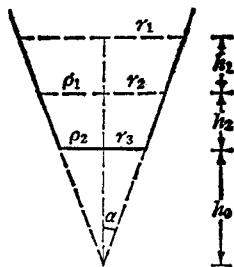


图 1-8

【参考答案】 设混合液体分成两层均匀液体后，各层体积为 V_1 、 V_2 ，深度为 h_1 、 h_2 ，三个界面半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 ，如图 1-8 所示。延长杯子侧面，形成锥体，则

$$\begin{aligned} r_1 &= (h_0 + h_1 + h_2) \operatorname{tg} \alpha, & r_2 &= (h_0 + h_2) \operatorname{tg} \alpha, \\ r_3 &= h_0 \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

两层液体体积为

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \pi h_1 (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \\ &= \frac{1}{3} \pi h_1 \operatorname{tg}^2 \alpha [(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2)(h_0 + h_2) + (h_0 + h_2)^2], \\ V_2 &= \frac{1}{3} \pi h_2 (r_2^2 + r_2 r_3 + r_3^2) \\ &= \frac{1}{3} \pi h_2 \operatorname{tg}^2 \alpha [(h_0 + h_2)^2 + (h_0 + h_2)h_0 + h_0^2]. \end{aligned}$$

液体总体积为

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi (h_1 + h_2) (r_1^2 + r_1 r_3 + r_3^2) \\ &= \frac{1}{3} \pi (h_1 + h_2) \operatorname{tg}^2 \alpha [(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2)h_0 + h_0^2]. \end{aligned}$$

混合液体的密度为

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V}.$$

混合液体对杯底的压强为

$$p = p_0 + \rho g (h_1 + h_2),$$

式中 p_0 为大气压强。分别把 ρ 、 V_1 、 V_2 、 V 代入上式，得

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho_1 g V_1 \frac{h_1 + h_2}{V} + \rho_2 g V_2 \frac{h_1 + h_2}{V} \\ &= p_0 + \frac{\rho_1 g h_1 [(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2)(h_0 + h_2) + (h_0 + h_2)^2]}{[(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2)h_0 + h_0^2]} \\ &\quad + \frac{\rho_2 g h_2 [(h_0 + h_2)^2 + (h_0 + h_2)h_0 + h_0^2]}{[(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2)h_0 + h_0^2]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_1 g h_1 - \frac{(h_0 + h_1 + h_2) h_2 + 2 h_0 h_2 + h_2^2}{[(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2) h_0 + h_0^2]} \\
&\quad + \rho_2 g h_2 - \rho_2 g h_2 \frac{2(h_0 + h_2) h_1 + h_1^2 + h_0 h_1}{[(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2) h_0 + h_0^2]} \\
&= p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + (\rho_1 - \rho_2) g \frac{h_1^2 h_2 + 3 h_0 h_1 h_2 + 2 h_1 h_2^2}{[(h_0 + h_1 + h_2)^2 + (h_0 + h_1 + h_2) h_0 + h_0^2]},
\end{aligned}$$

由于 $\rho_1 < \rho_2$, 所以

$$p < p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2,$$

由于 $p_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$, 等于混合液体分为两层均匀液体后杯内底部所受压强, 故分为两层液体后底部所受压强变大。

题 6 底边长为 a , 高度为 b 的长方形匀质物块置于斜面上 (图 1-9)。斜面和物块之间的静摩擦系数为 μ , 斜面的倾角为 θ 。当 θ 足够小时, 物块静止于斜面上, 如逐渐将倾角增大, 当 θ 取某个临界值 θ_0 时, 物块或将开始滑动或将翻倒。试分别求出发生滑动和翻倒时的 θ_0 , 并说明在什么条件下出现的是滑动, 在什么条件下出现的是翻倒。(第四届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] (1) 物块恰好开始滑动时 θ_0 的值。

物块恰好开始滑动时, 重力平行斜面的分力等于最大静摩擦力, 得

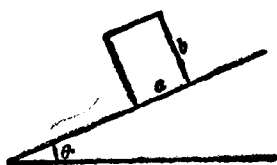


图 1-9

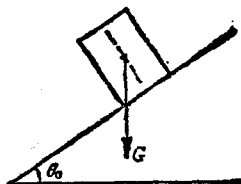


图 1-10

$$\mu mg \cos \theta_0 = mg \sin \theta_0,$$

$$\theta_0 = \arctg \mu.$$

(2) 物块将翻倒时 θ_0 的值

当重力 G 的作用线恰好通过物块底面的边缘时, 如图 1-10 所示, 物块将要翻倒, 故

$$\theta_0 = \arctg \frac{a}{b}.$$

(3) 若 $\frac{a}{b} > \mu$, 当 θ 从足够小 (此时物块保持静止) 开始, 逐渐增大到 $\theta_0 = \arctg \mu$ 时, 物块将滑动。

若 $\frac{a}{b} < \mu$, 则当 θ 从足够小开始, 逐渐增大到 $\theta_0 = \arctg \frac{a}{b}$ 时, 物块将翻倒。

题 7 如图 1-11 所示, 一根细棒, 上端 A 处用铰链与天花板相连, 下端用铰链与另一细棒相连, 两棒的长度相等。两棒限于图示的竖直平面内运动, 且不计铰链处的摩擦。当在 C 端加一个适当的外力 (在纸面内), 可使两棒平衡在图示的位置处, 即两棒间夹角为 90° , 且 C 端正处在 A 端的正下方。

(1) 不管两棒质量如何, 此外力只可能在哪个方向范围内? 试说明道理 (不要求推算)。

(2) 如果 AB 棒的质量 $m_1 = 1.0$ 千克, BC 棒的质量 $m_2 = 2.0$ 千克, 求此外力的大小

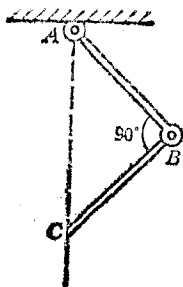


图 1-11

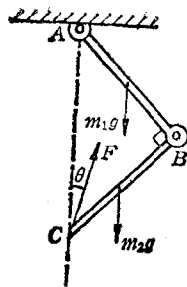


图 1-12

和方向。(第二届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] (1) 设 C 点所加力为 F , 跟 AC 成 θ 角, 如图 1-12 所示。取过 A 垂直纸面的直线作为转轴, 两棒作为整体, 平衡条件为重力对 A 的力矩等于 F 对 A 的力矩, 并且它们方向相反, 因此 F 一定在 AC 右侧, 即 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 。

取过 B 垂直纸面的直线为转轴, 由 BC 棒平衡条件知, F 对 B 的力矩方向跟重力对 B 的力矩的方向相反, 因此 F 还要在 BC 上方。

由上可得, F 必定在 AC 、 BC 之间, 即 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ 。

(2) 设 $AB = BC = L$ 。把两棒作为整体, 对 A 的力矩平衡条件为

$$(m_1 + m_2)g \cdot \frac{L}{2} \cos 45^\circ = F \cdot \sqrt{2}L \sin \theta, \quad (1)$$

BC 棒, 对 B 点的力矩平衡条件为

$$F \cdot L \sin (45^\circ - \theta) = m_2g \cdot \frac{L}{2} \cos 45^\circ, \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式解得

$$F = \frac{1}{4} g \sqrt{2m_1^2 + 10m_2^2 + 8m_1m_2} = 19 \text{ 牛},$$

$$\theta = \arcsin \frac{m_1 + m_2}{\sqrt{2m_1^2 + 10m_2^2 + 8m_1m_2}} = \arcsin 0.394.$$

题 8 有一长为 l , 重为 W_0 的均匀杆 AB , A 端顶在竖直的粗糙墙壁上, 杆端与墙面间的静摩擦系数为 μ ; B 端用一强度足够而不可伸长的绳悬挂, 绳的另一端固定在墙壁 C 点, 木杆呈水平状态, 绳与杆的夹角为 θ , 如图 1-13 所示。

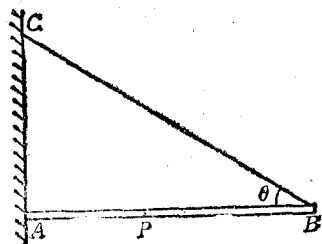


图 1-13

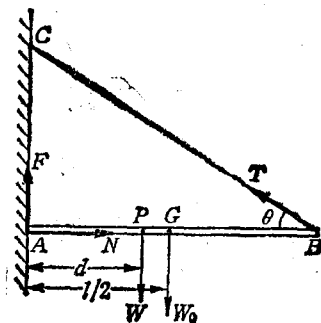


图 1-14

(1) 求杆能保持平衡时 μ 与 θ 应满足的条件。

(2) 杆保持平衡时, 杆上有一点 P 存在, 若在 A 点与 P 点间任一点悬挂一重物, 则当重物的重量 W 足够大时总可以使平衡破坏; 而在 P 点与 B 点之间任一点悬挂任意重量的重物, 都不能使平衡破坏。求出这一 P 点与 A 点的距离。(第一届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] 杆受力为: 重力 W_0 ; 墙的摩擦力 F 、支持力 N ; 绳子拉力 T ; P 点悬挂重物的拉力(大小等于 W), 如图 1-14 所示。设 P 点离 A 距离 d 。由杆平衡条件得

$$F + T \sin \theta = W + W_0, \text{ (竖直方向分力)} \quad (1)$$

$$N = T \cos \theta, \text{ (水平方向分力)} \quad (2)$$

$$Fl = W_0 \frac{l}{2} + W(l-d), \text{ (对 } B \text{ 的力矩)} \quad (3)$$

$$F \leq \mu N. \quad (4)$$

由(1)、(2)和(3)式得

$$F = \frac{1}{2} W_0 + \left(1 - \frac{d}{l}\right) W, \quad N = \left(\frac{1}{2} W_0 + \frac{d}{l} W\right) \operatorname{ctg} \theta.$$

代入(4)式得

$$\frac{1}{2} (\mu \operatorname{ctg} \theta - 1) W_0 \geq \left[1 - \frac{d}{l} (\mu \operatorname{ctg} \theta + 1)\right] W, \quad (5)$$

(1) 当不挂重物时, $W = 0$, 由(5)式得杆平衡条件

$$\mu \geq \operatorname{tg} \theta. \quad (6)$$

(2) 在(6)式满足的情况下, 挂上重物 W , 这时(5)式左方 $(\mu \operatorname{ctg} \theta - 1) \geq 0$, 为了对任意 W 值(5)式均能成立, 必须要求(5)式右方 W 的系数小于或等于零, 否则当 W 足够大时, (5)式不成立。因此

$$1 - \frac{d}{l} (1 + \mu \operatorname{ctg} \theta) \leq 0,$$

即

$$d \geq \frac{l}{1 + \mu \operatorname{ctg} \theta}.$$

$$P \text{ 点与 } A \text{ 点的距离 } AP = d_{\min} = \frac{l}{1 + \mu \operatorname{ctg} \theta}.$$

题 9 用一根细线竖直悬挂一根长为 l 的均匀细木杆, 置于水桶内水平面上方, 如图 1-15 所示。当水桶缓慢上提时, 细木杆逐渐浸入水中, 当木杆浸入水中超过一定深度 l' 时, 木杆开始出现倾斜现象。求 l' 。已知木杆的密度为 ρ , 水的密度为 ρ_0 。(第一届全国中学生物理竞赛试题)



图 1-15

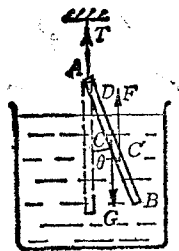


图 1-16

【参考答案】 木杆浸入水中后受三个力：重力 G ；绳子拉力 T ；浮力 F ，它的作用点在杆浸入水中的部分 BD 的中点 C' ， $BD = l'$ ，如图 1-16 所示。

当杆发生微小倾斜时，对悬点 A 来说，如果重力力矩 M_G 大于浮力力矩 M_F ，则杆回到平衡位置。如果 $M_G < M_F$ ，则杆继续倾斜。因此，杆发生倾斜的临界条件为 $M_G = M_F$ ，即

$$lS\rho g \cdot \frac{l}{2} \sin \theta = l'S\rho_0 g \cdot \left(l - \frac{l'}{2}\right) \sin \theta。$$

式中 S 为杆的截面积，解得

$$l' = l \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}}\right)。$$

题 10 火车以速率 v_1 向行驶。司机突然发现，在前方同一轨道上距车为 s 处有另一辆火车，它正沿相同的方向以较小的速率 v_2 做匀速运动。于是他立即使车做匀减速运动，加速度的大小为 a 。要使两车不致相撞，则 a 应满足什么关系式？（第一届全国中学生物理竞赛试题）

【参考答案】 经过时间 t ，两车不致相撞的条件为，两车经过路程之差小于 s ，即

$$v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 - v_2 t < s，$$

整理得

$$\frac{1}{2} a \left(t + \frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2 - \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a} + s > 0。$$

由于在任意时刻上式都应成立，所以有

$$-\frac{(v_2 - v_1)^2}{2a} + s > 0，$$

得 a 应满足关系

$$a > \frac{(v_2 - v_1)^2}{2s}。$$

题 11 一火车沿直线轨道从静止出发由 A 地驶向 B 地，并停止在 B 地， A 、 B 两地相距 s 。火车作加速运动时，其加速度最大为 a_1 ；作减速运动时，其加速度的绝对值最大为 a_2 ，由此可以判断出该火车由 A 到 B 所需的最短时间为多大？（第三届全国中学生物理竞赛试题）

【参考答案】 由题意知，如果火车运动过程中，在加速运动后马上作减速运动（中间没有匀速运动的过程），则由 A 到 B 所需时间 t 最短。设加速运动、减速运动时间为 t_1 、 t_2 ，总时间 $t = t_1 + t_2$ 。

由 $a_1 t_1 = a_2 t_2$ ，得 $t_1 = \frac{a_2}{a_1 + a_2} t$ ， $t_2 = \frac{a_1}{a_1 + a_2} t$ ，由运动学公式得

$$s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{1}{2} \times \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} t^2，$$

最短时间

$$t = \sqrt{\frac{2s(a_1 + a_2)}{a_1 a_2}}。$$

题 12 如图 1-17 所示，物体 Q 与一质量可以忽略的弹簧相联结，静止在光滑水平面上，物体 P 以某一速度 v 与弹簧和物体 Q 发生正碰。已知碰撞是完全弹性的，而且两物体的质量相等，碰撞过程中，在下列哪种情况下弹簧刚好处于最大压缩状态？

①当 P 的速度恰好等于零；②当 P 与 Q 的速度相等时；③当 Q 恰好开始运动时；

[8]

④当Q的速度等于v时；⑤当P刚好把它的动能全部传递给弹簧时。（第一届全国中学生物理竞赛试题）

〔参考答案〕 ②正确。因为当两物体速度不等时，它们之间就有相对位移，使弹簧伸长或缩短，因此弹簧不会处于最大压缩状态。

题 13 把托在手掌中的物体沿竖直方向向上抛出，在物体脱离手掌的瞬间，手掌的运动方向如何？手掌的加速度的方向如何，大小如何？（第三届全国中学生物理竞赛试题）

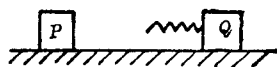


图 1-17

〔参考答案〕 在物体脱离手掌的瞬间，物体与手掌具有相同的速度，即手掌运动方向向上。这时物体具有向下的加速度g，开始做匀减速运动，故要使两者分离，手掌必须也具有向下的加速度，并加速度的数值大于g。

题 14 两滑块 A_1 和 A_2 叠放在水平的桌面上，如图1-18所示。已知 A_1 的质量为 m_1 ， A_2 的质量为 m_2 ， A_2 与桌面间的静摩擦系数为 μ_2 。设用 μ_1 表示 A_1 与 A_2 间的静摩擦系数， F 表示作用于滑块 A_1 上的水平拉力，则当 μ_1 和 F 取各种不同值时， A_1 和 A_2 可能发生的运动情况有下列四种：

- A_2 相对于桌面滑动，但 A_1 与 A_2 相对静止。
- A_2 相对于桌面滑动， A_1 与 A_2 间存在相对运动。
- A_2 相对于桌面静止， A_1 相对桌面滑动。
- 相对于桌面， A_1 和 A_2 都静止。

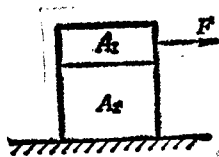


图 1-18

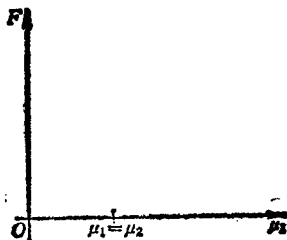


图 1-19

- 分别写出上述每种运动情况中 μ_1 和 F 所满足的条件。
- 以横坐标表示 μ_1 ，纵坐标表示 F ，试在图1-19的 $F-\mu_1$ 图上标出与上述每种运动情况相应的 μ_1 和 F 的取值范围。（第三届全国中学生物理竞赛试题）

〔参考解答〕（1）设 A_1 、 A_2 间的摩擦力为 f_1 ， A_2 与桌面间摩擦力为 f_2 ， A_1 、 A_2 加速度为 a_1 、 a_2 。根据牛顿定律可得

$$F - f_1 = m_1 a_1, \quad (1)$$

$$f_1 - f_2 = m_2 a_2. \quad (2)$$

（a）由已知得 $a_1 = a_2 > 0$ ， $f_1 \leq \mu_1 m_1 g$ ， $f_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g$ 。由(2)式得 $f_1 - f_2 > 0$ ，即 $f_1 > f_2$ ， $\mu_1 m_1 g > \mu_2 (m_1 + m_2) g$ ，得 μ_1 应满足条件

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2.$$

由(1)、(2)两式得 $F - f_2 = (m_1 + m_2) a_1 > 0$ ，即 $F > f_2$ ，得

$$F > \mu_2 (m_1 + m_2) g.$$

由(1)式得 $F = f_1 + m_1 a_1$, 故 $F \leq \mu_1 m_1 g + m_1 a_1$, 式中 $a_1 = \frac{F - f_2}{m_1 + m_2}$, 代入后得

$$F \leq \frac{m_1}{m_2} (\mu_1 - \mu_2) (m_1 + m_2) g.$$

得 F 应满足条件

$$\mu_2 (m_1 + m_2) g < F \leq \frac{m_1}{m_2} (\mu_1 - \mu_2) (m_1 + m_2) g.$$

(b) 由已知得 $a_1 > a_2 > 0$, $f_1 = \mu_1 m_1 g$, $f_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g$. 由(2)式得 $f_1 - f_2 > 0$, 即 $f_1 > f_2$, $\mu_1 m_1 g > \mu_2 (m_1 + m_2) g$, 得 μ_1 应满足条件

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2.$$

由(1)、(2)两式得 $a_1 = \frac{F - \mu_1 m_1 g}{m_1}$, $a_2 = \frac{\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g}{m_2}$, 代入 $a_1 > a_2$, 得 F

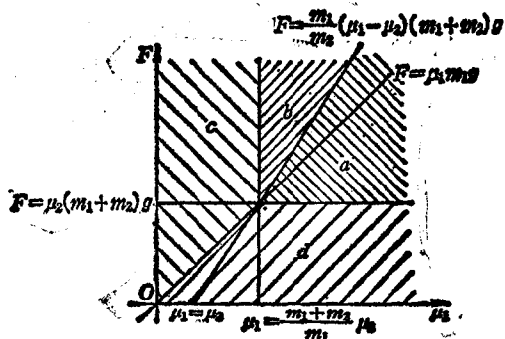


图 1-20

应满足条件

$$F > \frac{m_1}{m_2} (\mu_1 - \mu_2) (m_1 + m_2) g.$$

(c) 由已知得 $a_1 > 0$, $a_2 = 0$, $f_1 = \mu_1 m_1 g$, $f_2 \leq \mu_2 (m_1 + m_2) g$, 由(2)式得 $f_1 - f_2 = 0$, $f_1 = f_2$, 故 $\mu_1 m_1 g \leq \mu_2 (m_1 + m_2) g$, 得 μ_1 应满足条件

$$\mu_1 \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2.$$

由(1)式得 $F - f_1 > 0$, $F > f_1$, 得 F 应满足条件

$$F > \mu_1 m_1 g.$$

(d) 由已知得 $a_1 = a_2 = 0$, $f_1 \leq \mu_1 m_1 g$, $f_2 \leq \mu_2 (m_1 + m_2) g$, 由(1)、(2)两式得 F 应满足条件

$$F \leq \mu_1 m_1 g,$$

$$F \leq \mu_2 (m_1 + m_2) g.$$

(2) 如图 1-20 所示。

题 15 在月球上能看到地球的地方, 以月球为参照系时。

(1) 地球有无绕月球的公转? 若有公转, 周期大约是多少?

(2) 地球有无自转? 若有自转, 周期大约是多少?

(3) 在月球上观察, 地球有无圆缺变化? 若有圆缺变化, 周期大约是多少? (第五届全国中学生物理竞赛试题)

【参考答案】 月球的自转周期和绕地球转动的周期相等, 都是 27.3 日。因此, 它永远以同一面对着地球。

(1) 没有。

(2) 有, 24 小时。

(3) 有, 一个月。

题 16 在地球赤道上的 A 处静止放置一个小物体, 现在设想地球对小物体的万有引力

突然消失,则在数小时内,小物体相对于 A 点处的地面来说,将

① 水平向东飞去。②原地不动,物体对地面的压力消失。③向上并渐偏向西方飞去。④向上并渐偏向东方飞去。⑤一直垂直向上飞去。(第四届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] 如果地球对小物体的万有引力突然消失,小物体由于不受力,将沿切线 AC 方向飞出,做匀速直线运动。设经过时间 t 到达 B 点。同一时间内 A 点处地面将转至 A' 处(图 1-21)。由于 A 点的线速度等于小物体的速度,故 $AB = \widehat{AA'}$ 。小物体相对于 A 点处(已转到 A' 处了)的地面来说,将向上并渐偏向西方飞去。③正确。

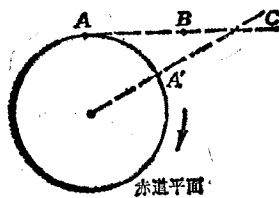


图 1-21

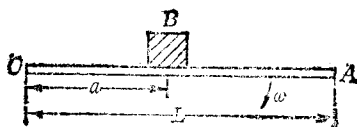


图 1-22

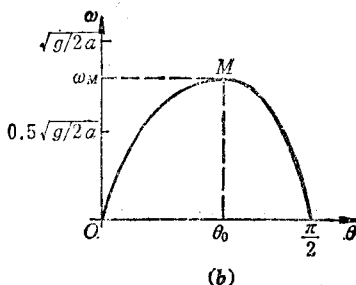
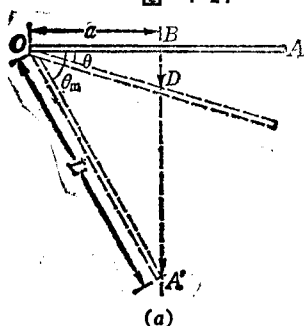


图 1-23

题 17 如图 1-22 所示,一根长为 L 的均匀细杆可以绕通过其一端的水平轴 O 在竖直平面内转动。杆最初处在水平位置。杆上距 O 为 a 处放有一小物体 B (可视为质点),杆与其上小物体最初均处于静止状态。若此杆突然以匀角速 ω 绕 O 轴转动,问当 ω 取什么值时小物体与杆可能相碰?(第一届全国中学生物理竞赛试题)

[参考答案] B 与杆相碰有两种可能: ω 较小时, B 追上杆,与它相碰; ω 较大时,细杆转过一圈后,从后面追上杆,与 B 相碰。

(1) B 追上杆

由图 1-23(a)可见,由于杆长 L 的限制,要发生碰撞必须

$$\theta \leq \theta_m = \arccos \frac{a}{L}. \quad (1)$$

设 B 经过时间 t 后与细杆在 D 处相碰,如图所示,则

$$BD = a \tan \theta = \frac{1}{2} g t^2, \quad (2)$$

$$\theta = \omega t. \quad (3)$$

由(2)、(3)两式得

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta}} \theta. \quad (4)$$

以 θ 为横坐标, ω 为纵坐标, 画出 $\omega-\theta$ 图象如图 1-23(b) 所示。由图(b)可见, 当 $\theta = \theta_0 \approx$

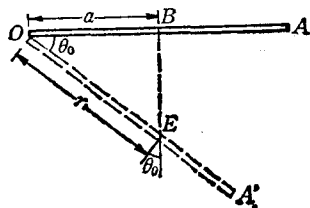


图 1-24

54.3° 时, ω 达最大值 $\omega_M \approx 0.8\sqrt{\frac{g}{2a}}$ 。B 追上杆相碰 必须

$$\omega \leq \omega_M \text{ 和 } \theta \leq \theta_0。$$

现在求 θ_0 与 ω_M 的值。如果 B 与杆上 E 点相碰, 并能穿过细杆, 则它的速度 (gt) 在垂直于细杆方向的分速度 ($v_{\perp} = gt \cos \theta$) 必须大于此时接触点 E 的切向速度 ($v_t = \omega r$), 如图 1-24 所示。当 $\theta = \theta_0$ 时 B 刚好能与细杆相遇而不穿过, 此时应有 $v_t = v_{\perp}$, 即

$$gt \cos \theta_0 = \omega r = \omega \frac{a}{\cos \theta_0}。 \quad (5)$$

因为此时 B 与细杆相遇, θ_0 还应符合 (2)、(3) 式。(2)、(3)、(5) 式相乘, 得

$$\sin 2\theta_0 = \theta_0。 \quad (6)$$

由 (6) 式可求得 $\theta_0 \approx 54.3^\circ$, 由 (4) 式得相应的 $\omega_M = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta_0}} \theta_0$ 。

如果考虑到杆长的限制式 (1), 还应分两种情况

① $\theta_m = \arccos \frac{a}{L} > \theta_0$, 即 $\cos \theta_m < \cos \theta_0$ 或 $a < L \cos \theta_0$, B 与杆相碰条件为 $\theta \leq \theta_0$, 及

$$\omega \leq \omega_M = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta_0}} \theta_0。$$

② $\theta_m = \arccos \frac{a}{L} \leq \theta_0$, 即 $a \geq L \cos \theta_0$, 由 (4) 式得与 θ_m 对应的 $\omega_{\theta m} = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta_m}} \theta_m$, B

与杆相碰条件为 $\theta \leq \theta_m$, 及

$$\omega \leq \omega_{\theta m} = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta_m}} \theta_m。$$

(2) 细杆转过一圈后追上 B

此时相应的运动学公式为

$$a \tan \theta = \frac{1}{2} gt^2,$$

$$2\pi + \theta = \omega t。$$

消去 t , 得细杆转过一圈后追上 B 时, ω 与 θ 的关系为

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta}} (2\pi + \theta)。 \quad (7)$$

由于式中 θ 在 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间, θ 增加时 ω 减小, 再考虑到杆长的限制式 (1), 得细杆追上 B 的条件为 $\theta \leq \theta_m$, 及

$$\omega \geq \omega_m = \sqrt{\frac{g}{2a \tan \theta_m}} (2\pi + \theta_m),$$

式中 $\theta_m = \arccos \frac{a}{L}$ 。

题 18 一个质量 $m = 20$ 千克的钢件, 架在两根完全相同的、平行的长直圆柱上, 如图所示。钢件的重心与两柱等距。两柱的轴线在同一水平面内。圆柱的半径 $r = 0.025$ 米, 钢件与圆柱间的滑动摩擦系数 $\mu = 0.20$ 。两圆柱各绕自己的轴线作转向相反的转动, 角速度 $\omega =$

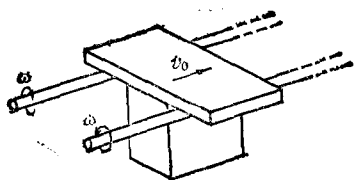


图 1-25

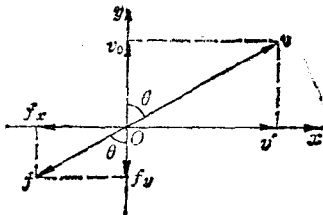


图 1-26

40 弧度/秒。若沿平行于柱轴的方向施力推着钢件作速度为 $v_0 = 0.050$ 米/秒的匀速运动(图 1-25), 推力是多大? 设钢件左右受光滑导槽限制(图中未画出), 不发生横向运动。(第二届全国中学生物理竞赛试题)

【参考答案】 每根钢柱受正压力 $N = \frac{1}{2}mg$, 它给钢件的滑动摩擦力大小为

$$f = \mu N = \frac{1}{2}\mu mg.$$

f 的方向, 跟接触处钢件相对圆柱的速度 v 的方向相反。 v 可由两个分速度合成: 钢件向右匀速运动速度 v_0 , 取此方向为 y 轴的正方向; 由于圆柱向里旋转, 接触处钢件相对于圆柱还有水平向外, 且垂直于 y 轴的速度 $v' = r\omega$, 如图 1-26 所示。

要使钢件沿平行于柱轴的方向匀速运动, 则推力 F 大小应等于钢件所受摩擦力在 y 方向的分力, 即

$$\begin{aligned} F &= 2f_y = 2f \cos \theta = \frac{\mu mg v_0}{v} \\ &= \frac{\mu mg}{\sqrt{1 + \left(\frac{r\omega}{v_0}\right)^2}} = 2.0 \text{ 牛}. \end{aligned}$$

题 19 一个盛满水的圆柱形水桶, 桶底和壁都很轻很薄, 桶的半径为 R , 高为 h , 桶的上缘处在湖面下深度为 H 处, 如果用轻绳将它缓慢地上提, 直到桶的底面刚离开水面, 若不计水的阻力, 求上提过程中拉力所做的功。(第二届全国中学生物理竞赛试题)

【参考答案】 桶全部浸没在水中上升时, 重力等于浮力, 拉力为零, 不做功。

从桶的上缘离开水面到桶底离开水面的过程中, 重力大于浮力。拉力 F 的大小, 由零线性增加到与重力的大小相等。 F 的平均值为 $\bar{F} = \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}\pi R^2 h \rho g$ 。做功

$$W = \bar{F} h = \frac{1}{2}\pi R^2 h^2 \rho g,$$

式中 ρ 为水的密度。

题 20 倔强系数为 k 的水平轻质弹簧, 左端固定, 右端系一质量为 m 的物体。物体可在有摩擦的水平桌面上滑动, 如图 1-27 所示。弹簧为原长时物体位于 O 点, 现在把物体沿弹簧长度方向向右拉到距离 O 点为 A_0 的 P 点按住, 放手后弹簧把物体拉动。设物体在第二次经过 O 点前, 在 O 点左方停住, 计算中可以认为滑动摩擦系数与静摩擦系数相等。

(1) 讨论物体与桌面间的摩擦系数 μ 的大小应在什么范围内。

(2) 求出物体停住点离 O 点的距离的最大值。并回答: 这是不是物体在运动过程中所能达到的左方最远值? 为什么?(第五届全国中学生物理竞赛试题)

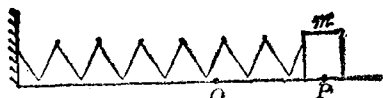


图 1-27

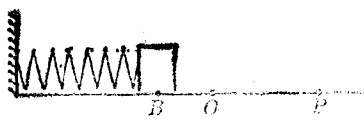


图 1-28

【参考答案】 (1) 设放手后物体第二次经过 O 点前, 在 O 点左方 B 点停住, $OB = L_1$ (图1-28)。物体停住不动的条件为: 弹簧弹力 $\leq$ 最大静摩擦力。现分三种情况分析如下。

① 物体放手后, 向左正好运动到 O 点停下。则由功能关系得

$$\frac{1}{2} k A_0^2 = \mu m g A_0.$$

解得

$$\mu = k A_0 / 2 m g.$$

② 若 $\mu < k A_0 / 2 m g$, 则物体将滑过 O 点, 设在 B 处停住, 此时 $OB = L_1$ 。则

$$k L_1 \leq \mu m g. \quad (1)$$

由功能关系得

$$\frac{1}{2} k A_0^2 - \frac{1}{2} k L_1^2 = \mu m g (A_0 + L_1). \quad (2)$$

由(1)、(2)两式得

$$\mu \geq k A_0 / 3 m g. \quad (3)$$

③ 如果物体正好在 B 处速度为零, 但在 B 处弹力大于静摩擦力, 即(2)式仍成立, 但 $\mu < k A_0 / 3 m g$, 则物体随后就会向右运动。μ 值越小, 则向右滑动距离越远。设物体正好停在 O 处, 则由功能关系得

$$\frac{1}{2} k L_1^2 = \mu m g L_1. \quad (4)$$

由(2)、(4)两式得 $\mu = k A_0 / 4 m g$ 。要求物体停住在 O 点左方, 则应满足

$$\mu > k A_0 / 4 m g. \quad (5)$$

综合以上分析结果, 物体停住在 O 点左方而第二次经过 O 点时, μ 应满足条件

$$k A_0 / 4 m g < \mu < k A_0 / 2 m g.$$

(2) 当 μ 满足条件(3)时, 物体向左滑动直至停住而不返回。当取 $\mu = k A_0 / 3 m g$ 时, 物体停住点 B_1 在 O 点左方最远, 设为 L。由(2)可求得

$$L = A_0 / 3.$$

当 $\mu < k A_0 / 3 m g$ 时, 物体在 B_1 点 ($OB_1 = A_0 / 3$) 的速度大于零, 因此物体将继续向左运动, 但它不可能停在 B_1 点的左方。因为与 B_1 点相应的 $\mu = k A_0 / 3 m g$, $L = A_0 / 3$, 如果停留在 B_1 点左方, 则物体的弹力大于 $k A_0 / 3$, 而摩擦力 $\mu m g$ 小于 $k A_0 / 3$, 弹力大于摩擦力, 所以物体一定要返回, 最后停留在 B_1 的右方。

因此不管 μ 值如何, 物体停住点与 O 最大距离为 $A_0 / 3$ 。但这不是物体在运动过程中所能达到的左方最远值。

题 21 一质量为 m 的小球与一长为 L 的细绳组成一单摆。现将此单摆从与竖直线成 α 角的位置静止释放。在摆动的途中, 摆绳为一小木桩所阻。木桩与摆的悬挂点相距 r, 两者的连线与竖直线成 β 角, 如图 1-29 所示。

(1) 若摆绳为小木桩所阻后, 小球继续上升过程中摆绳发生弯曲。试求出出现此情况时 r、L、β 与 α 之间所应满足的关系式。

(2) 若将单摆从适当的 α 角位置处静止释放, 摆绳为小木桩所阻后小球能击中小木桩,