水力学提要与习题详解

赵振兴　张淑君
程　莉　王　忖　编

河海大学出版社

前　　言

本书编写的目的是帮助在校学生和工程技术人员加深对水力学基本内容的理解，并进一步熟练解决工程计算技能方面所遇到的问题。对报考硕士研究生的同学更是一本有价值的参考书。

在多年的教学实践中，我们发现学生对于如何应用所掌握的理论知识解决实际问题比较茫然，无从下手。而由于水力学课程的学时不断减少，难以在课内解决这一问题。目前，国内已有的水力学习题指导方面的书较少且陈旧，大多在80年代编写的。面对这一亟待解决的问题，适应水力学的发展需要。我们及时编写了此书。

本书参照近期由河海大学出版社出版的水力学现行教材的体系编排而成。各章的内容包括：内容提要，习题与解答（习题与水力学现行教材配套），思考题与计算题，三部分。书末还附有近年来的硕士研究生考题，及各种计算图表。书中先对各章的基本理论，基本概念做一小结。再配以该章详细的习题及解答来帮助理解，消化和吸收该章的基本概念。这样由浅入深，循序渐近，非常有利于学生的学习和提高。

本书由赵振兴主编，参加编写的有张淑君（一、四、九、十三章），程莉（三、十、十一、十八章），王忖（二、六、七、八、十二章），赵振兴（五、十四、十五、十六、十七章）。全书由许荫椿教授主审。

对于给予编写此书以鼓励和支持的老师一并致以衷心的感谢！

由于编者水平有限，难免有遗误之处，诚恳地欢迎广大教师和读者批评指正。

编　者

于河海大学，南京

2002.2

目　录

第 一 章　绪　论 ······ (1)
第 二 章　水静力学 ······ (7)
第 三 章　液体一元恒定总流基本原理 ······ (31)
第 四 章　层流和紊流,液流阻力和水头损失 ······ (53)
第 五 章　液体三元流动基本原理 ······ (67)
第 六 章　孔口、管嘴出流和有压管道恒定流 ······ (86)
第 七 章　明渠均匀流 ······ (100)
第 八 章　明渠水流的两种流态及其转换 ······ (109)
第 九 章　明渠恒定非均匀流 ······ (118)
第 十 章　堰流和闸孔出流 ······ (136)
第十一章　泄水建筑物下游水流的衔接和消能 ······ (148)
第十二章　渗　流 ······ (159)
第十三章　有压管道非恒定流 ······ (173)
第十四章　明渠非恒定流 ······ (182)
第十五章　水工建筑物的高速水流简介 ······ (186)
第十六章　挟沙水流基础 ······ (190)
第十七章　波浪理论基础 ······ (196)
第十八章　水力模型试验基本原理 ······ (205)

附　录
硕士学位研究生入学考卷选 ······ (214)
试卷 1 ······ (214)
试卷 2 ······ (216)
试卷 3 ······ (218)
试卷 4 ······ (220)
参考答案 ······ (222)

第一章　绪　　论

内容提要

水力学是研究液体平衡和机械运动规律及其应用的一门学科.主要内容包括水静力学、水动力学及其应用.

一、连续介质模型

由于水力学研究的是液体的宏观特性,为此欧拉引入连续介质模型:液体是由无数没有微观运动的质点组成的没有空隙的连续体,并且表征液体运动的物理量在空间和时间上都是连续分布和连续变化的.

在连续介质中,质点是最小单元,具有"宏观小"、"微观大"的特性.

二、液体的主要物理性质

液体的主要特性是:流动性、粘性、不易压缩性、具有表面张力以及在一定条件下可以发生汽化的性质.

1. 粘性

流动性:液体受到切力后发生连续变形的性质.

粘性:液体在流动状态下抵抗剪切变形的性质.

切力、粘性、变形之间的关系可由牛顿内摩擦定律给出:

$$T = \mu A \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{1.1}$$

式中:T — 相邻液层之间的内摩擦力,$\tau = \dfrac{T}{A}$ 为切应力;μ — 动力粘度;A — 流层间接触面的面积;$\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$ — 液体的角变形率或切应变率.

说明液体在作层流运动时,相邻流层之间的切应力与切应变率成线性关系.

2. 压缩性

压缩性:液体受压后体积减小的性质称为液体的压缩性.通常用体积压缩系数 β 或弹性系数 K 来表示.

$$\beta = -\frac{\mathrm{d}V}{V}/\mathrm{d}p \ (\mathrm{m^2/N}) \tag{1.2}$$

$$K = \frac{1}{\beta} = -\mathrm{d}p/\frac{\mathrm{d}V}{V} \ (\mathrm{N/m^2}) \tag{1.3}$$

3. 表面张力

表面张力:这种存在于液体表面上的拉力称为液体的表面张力,通常用表面张力系数 σ 来度量.

由于表面张力的存在,液面在细的玻璃管中的上升或下降值高度 h 可由下式算出:

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho g d} \tag{1.4}$$

式中:d—玻璃管内径.

对于 $t=20℃$ 的水，$h \approx \dfrac{30.2}{d}$.

三、作用于液体的力

液体无论是处于静止或运动状态都受到各种力的作用，这些力可以分为两类：

1. 表面力：作用在液体的表面或截面上且与作用面的面积成正比的力，如压力 P、切力 T.
2. 质量力：作用于液体的每一个质点上且与质量成正比的力，如重力、惯性力.

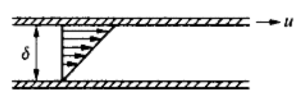
单位质量力：单位质量所受到的质量力叫单位质量力，由下式给出：

$$\begin{cases} X = \dfrac{F_x}{m} \\ Y = \dfrac{F_y}{m} \\ Z = \dfrac{F_z}{m} \end{cases} \tag{1.5}$$

式中：X、Y、Z — 单位质量力在相应坐标轴上的投影；F_x、F_y、F_z — 质量力在相应坐标轴上的投影；m — 质量.

习题与解答

1.1 有一面积为 $1.6\ m^2$ 的薄板在水面上以 $u = 1.5\ m/s$ 的速度运动，下板固定不动. 已知水层厚 $\delta = 5\ cm$，水温为 10℃，水流流速沿液层按线性分布，如图所示. (1) 求薄板的拖曳力 T；(2) 绘制切应力 τ 沿液层的分布图.



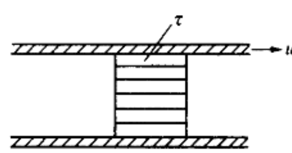
题 1.1 图

解 (1) 由 $t = 10℃$，查附表 1 知

$$\mu = 1.308 \times 10^{-3}\ N \cdot s/m^2,$$

则

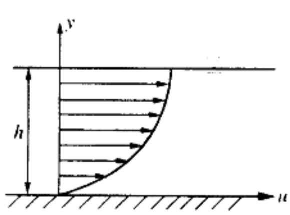
$$T = \mu A \frac{du}{dy} = 1.308 \times 10^{-3} \times 16 \times \frac{1.5-0}{0.05} = 0.063\ N.$$



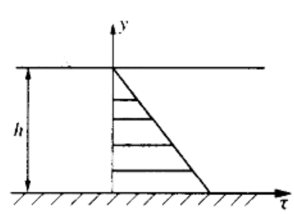
题解 1.1 图

(2) 切应力分布如题解 1.1 图所示：τ 为常数，呈矩形分布.

1.2 有一矩形宽渠道，其流速分布为 $u = 0.002\dfrac{\rho g}{\mu}\left(hy - \dfrac{y^2}{2}\right)$，式中 ρ 为水的密度，g 为重力加速度，μ 为水的动力粘度，水深 $h = 0.5\ m$. 求：(1)切应力 τ 的表达式；(2)水面 ($y = 0.5\ m$) 及渠底($y = 0$) 处的切应力 τ，并绘制沿垂线的切应力分布图.



题 1.2 图



题解 1.2 图

解 (1) $\tau = \mu \dfrac{du}{dy} = 0.002\rho g(h-y)$

(2) $\tau|_{y=0.5} = 0, \tau|_{y=0} = 9.81\ \mathrm{N/m^2}$

切应力分布如题解 1.2 图所示.

1.3 某圆管水流流速呈抛物线分布,

$$u = 0.001\frac{\rho g}{\mu}(r_0^2 - r^2),$$

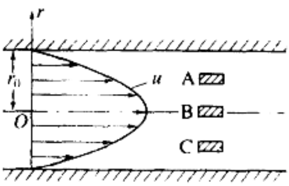
式中 r_0 为圆管半径, $r_0 = 0.5\ \mathrm{m}$. (1) 求切应力 τ 的表达式; (2)计算 $r=0$ 和 $r=r_0$ 处的切应力 τ,并绘制切应力分布图; (3)用图分别表示图中矩形液块 A,B,C 经过微小时段 $\mathrm{d}t$ 后的形状以及上下两面切应力的方向.

解 (1) $\tau = -\mu\dfrac{du}{dr} = 0.002\rho g r$

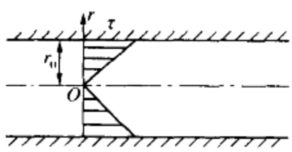
(2) $\tau|_{r=0} = 0, \tau|_{r=r_0} = 9.81\ \mathrm{N/m^2}$

切应力分布如题解 1.3(a) 图所示.

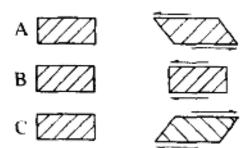
(3) 作用在液块 A、B、C 上下表面的切应力方向如题解 1.3 (b)图所示.



题 1.3 图



题解 1.3(a)图



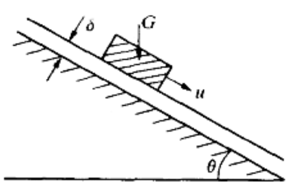
题解 1.3(b)图

1.4 在倾角 $\theta = 30°$ 的斜面上有一厚度为 $\delta = 0.5\ \mathrm{mm}$ 的油层. 一底面积 $A = 0.15\ \mathrm{m^2}$, 重 $G = 25\ \mathrm{N}$ 的物体沿油面向下作等速滑动,如图所示. 求物体的滑动速度 u(设油层的流速按线性分布,油的动力粘度 $\mu = 0.011\ \mathrm{N \cdot s/m^2}$).

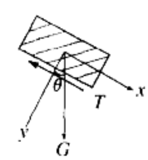
解 该物体受力分析如题解 1.4 图所示,

则 $T = G\sin\theta = \mu A\dfrac{du}{dy} = \mu A\dfrac{u}{\delta}$,

$$u = \frac{G\sin\theta\,\delta}{\mu A} = \frac{25\times 0.5\times 0.0005}{0.011\times 0.15} = 3.79\ (\mathrm{m/s}).$$



题 1.4 图

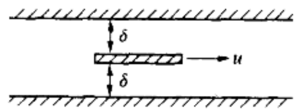


题解 1.4 图

1.5 一边长为 0.5 m 的正方形极薄平板在充满油的液体中以 $u = 1\ \mathrm{m/s}$ 的速度运动. 已知油的动力粘度 $\mu = 0.86\ \mathrm{N \cdot s/m^2}$, 薄平板与两侧壁面的距离 δ 均为 2 cm,如图所示. 设平板与两侧壁之间的流速均按线性分布. 求平板的拖曳力 T.

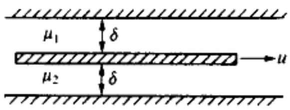
解 板的单侧拖曳力 $T_1 = \mu A\dfrac{du}{dy} = 0.86\times 0.5^2\times\dfrac{1}{0.02} = 10.75\ (\mathrm{N})$,

则双侧拖曳力 $T = 2T_1 = 21.5\ (\mathrm{N})$.



题 1.5 图

1.6 一极薄平板在动力粘度分别为 μ_1 和 μ_2 两种油层的界面上以 $u=0.6\,\mathrm{m/s}$ 的速度运动，如图所示. 设 $\mu_1=2\mu_2$，薄平板与两侧壁面之间的流速均按线性分布，距离 δ 均为 3 cm. 两油层在平板上产生的总切应力 $\tau=25\,\mathrm{N/m^2}$. 求 μ_1 和 μ_2.



题 1.6 图

解 $\tau=\tau_1+\tau_2=\mu_1\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}+\mu_2\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$

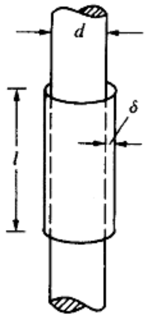
$=\mu_2\left(2\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}+\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right)$

$=\mu_2(2+1)\dfrac{0.6}{0.03}=60\mu_2$

由 $60\mu_2=\tau=25$

得 $\mu_2=0.415\,\mathrm{N\cdot s/m^2}$，$\mu_1=2\mu_2=0.830\,\mathrm{N\cdot s/m^2}$.

1.7 一固定不动的立轴，如图所示，直径 $d=0.1\,\mathrm{m}$，轴与轴套之间的缝隙宽 $\delta=0.4\,\mathrm{mm}$，轴套长 $l=0.2\,\mathrm{m}$. 缝隙间充满密度 $\rho=8780\,\mathrm{kg/m^3}$、运动粘度 $\nu=5\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$ 的润滑油. 当轴套以 $u=20\,\mathrm{m/s}$ 的速度沿立轴向下滑动时，求油对轴的阻力. 设缝隙中的液体流速呈线性分布.



题 1.7 图

解 $T=\mu A\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$，其中 $\mu=\rho\nu$

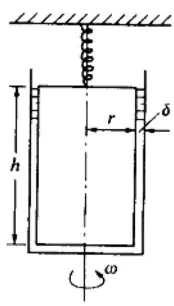
内筒侧面积：$2\pi\times\dfrac{d}{2}\times l$

则 $T=\rho\nu\times2\pi\times\dfrac{d}{2}\times l\times\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$

$=5\times10^{-6}\times8780\times2\times3.14\times\dfrac{0.1}{2}\times0.2\times\dfrac{20}{0.0004}$

$=0.138\,(\mathrm{kN})$.

1.8 由内外两个圆筒组成的量测液体粘度的仪器如图所示. 两筒的间距 δ 甚小，其间充以被量测的液体. 当外筒以角速度 ω 旋转时，内筒受切力扭转一角度后达到平衡. 设内筒半径 $r=20\,\mathrm{cm}$，高度 $h=40\,\mathrm{cm}$，$\delta=0.3\,\mathrm{cm}$. 当外筒以角速度 $\omega=10\,\mathrm{rad/s}$ 旋转时，对内筒中心轴产生的力矩 $M=5\,\mathrm{N\cdot m}$. 求该液体的动力粘度 μ. 设两筒缝隙中流速呈线性分布，并忽略内筒底部所受的摩擦力.



题 1.8 图

解 $A=2\pi rh=0.503\,\mathrm{m^2}$，$\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=\dfrac{\omega(r+\delta)}{\delta}=676.7\,\mathrm{m/s}$，

$T=\dfrac{M}{r}=\mu A\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}$，则

$$\mu=\frac{\dfrac{M}{r}}{A\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}}=7.35\times10^{-2}\,(\mathrm{N\cdot s/m^2}).$$

1.9 一圆盘直径 $D=0.5\,\mathrm{m}$，绕其铅直中心轴以角速度 $\omega=150\,\mathrm{rad/s}$ 旋转，盘底面与容器内底面的间隙 $\delta=1\,\mathrm{mm}$，其中充以 $\mu=0.01\,\mathrm{N\cdot s/m^2}$ 的润滑油. 设间隙中的流速呈线性分布. 求作用于圆盘的阻力矩.

解 $dM = \tau dAr = \mu \frac{\omega r}{\delta} 2\pi r dr r$，其中 $r = \frac{D}{2}$，

积分得 $M = 2\mu\pi\omega \frac{1}{\delta}\int_0^r r^3 dr = \frac{0.01 \times 2\pi \times 150}{0.001} \times \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^{0.25} = 9.2\ (\text{N}\cdot\text{m})$.

1.10 温度 5℃的水，欲使体积压缩 1/2000，问压强需增加多少？

解 查得 $t = 5°$ 时弹性系数 $K = 2.06 \times 10^9\ \text{N/m}^2$，

$$K = -\frac{dp}{dV/V},$$

则 $$dp = K\frac{dV}{V} = 2.06 \times 10^9 \times \frac{1}{2000} = 1.03 \times 10^6\ (\text{N/m}^2).$$

1.11 实验室的水温为 20℃，如选用内径为 10 mm 的细玻璃管量测水箱内的水位，问由于表面张力的影响量测误差为多少？

解 $t = 20℃$，

$$h = \frac{30.2}{d} = \frac{30.2}{10} = 3.02\ \text{mm}.$$

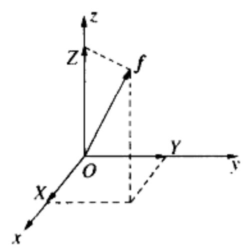
1.12 试写出重力 G 的单位质量力 f 的三个投影值 X，Y，Z. 取 xOy 平面为水平面，z 轴铅直向上.

解 坐标如右.

则 $$X = \frac{G_x}{m} = 0,$$

$$Y = \frac{G_y}{m} = 0,$$

$$Z = -\frac{G_z}{m} = -\frac{mg}{m} = -g.$$



题解 1.12 图

思考题与计算题

1.1 根据无滑动条件，液体与固体边界之间没有相对运动，但是否存在摩擦力？

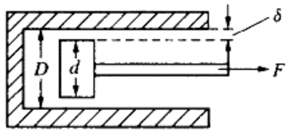
1.2 能否说理想液体是牛顿液体 $\mu \to 0$ 时的一种极限？

1.3 同一温度下 p_v 大的液体和 p_v 小的液体，哪种更容易气化？

1.4 根据 $m = \rho V$，试证明 $\beta = -\frac{dV/V}{dp} = \frac{d\rho/\rho}{dp}$.

1.5 某活塞油缸，缸套内径 $D = 12\,\text{cm}$，活塞直径 $d = 11.96\,\text{cm}$，活塞长 $l = 14\,\text{cm}$，间隙中充满 $\mu = 0.065\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2$ 的润滑油. 若施于活塞的力 $F = 8.43\ \text{N}$，试计算活塞移动的速度 u 为多少？

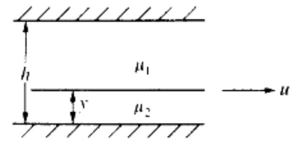
答案：$u = 0.49\text{m/s}$.



题 1.5 图

1.6　有一很窄间隙，高为 h，如图所示，其间被一平板隔开，平板向右拖曳速度为 u，一边液体的动力粘性系数为 μ_1，另一边液体动力粘性系数为 μ_2，计算板放置位置 y. 要求：(1)平板两边切应力相同；(2)要求拖曳平板的阻力最小.

答案：(1) $y=\dfrac{\mu_2 h}{\mu_1+\mu_2}$；　(2) $y=\dfrac{h}{1+\sqrt{\dfrac{\mu_1}{\mu_2}}}$.



题 1.6 图

1.7　(1) 一直径为 5 mm 的玻璃管铅直插在 20℃的水银槽内. 试问管内液面较槽中液面低多少？(2)为使水银测压管的误差控制在 1.2 mm 之内，测压管的最小直径为多大？

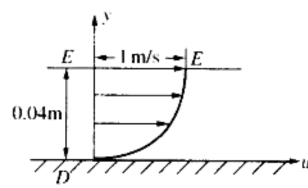
答案：(1)低 2.36mm；　(2) $d=10$mm.

1.8　某电站引水压力钢管突然关闭，管中压强由 $p_1=150\,\mathrm{N/cm^2}$ 剧增至 $p_2=240\,\mathrm{N/cm^2}$. 若管中平均水温为 10℃，试计算水体积的相对压缩值.

答案：1.3×10^{-4}.

1.9　如图所示，水流在平板上运动，靠近板壁附近的流速呈抛物线分布，E 点为抛物线端点，E 点处 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}=0$，水的运动粘度 $\nu=1.0\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$，试求 $y=0,2,4$ cm 处的切应力(提示：先设流速分布为 $u=Ay^2+By+C$，利用给出的条件确定待定常数 A、B、C).

答案：$\tau|_{y=0}=5.0\times10^{-5}\,\mathrm{kN/m^2}$，$\tau|_{y=0.02\mathrm{m}}=2.5\times10^{-5}\,\mathrm{kN/m^2}$，$\tau|_{y=0.04\mathrm{m}}=0$.



题 1.9 图

第二章　水 静 力 学

内 容 提 要

水静力学研究液体平衡(包括静止和相对平衡)规律及其应用.主要内容有静水压强的特性及分布规律,作用于平面和曲面上的静水总压力以及浮力和浮体的稳定性等.

一、静水压强及其特性

在静止液体中,作用在单位面积上的静水压力定义为静水压强,用符号 p 表示.

$$p=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta P}{\Delta A} \tag{2.1}$$

静水压强有两个重要特性:

1. 静水压强的方向垂直指向作用面.
2. 液体中任一点处各方向的静水压强均相等,即 $p_x=p_y=p_z=p_n$.

二、液体平衡微分方程及其积分

根据液体平衡条件,推出液体的平衡微分方程式,它是欧拉(Euler)于 1755 年首先得出的,又称为欧拉液体平衡微分方程.

$$\left.\begin{aligned}X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0\\ Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=0\\ Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=0\end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

欧拉平衡微分方程反映了平衡液体中质量力与压强梯度的关系.即,若在某一方向上有质量力存在,该方向就一定有压强的变化,反之亦然.

若将方程组(2.2)各式分别乘以 $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$,然后相加可得

$$X\mathrm{d}x+Y\mathrm{d}y+Z\mathrm{d}z=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right). \tag{2.3}$$

上式右端括号内是 $p(x,y,z)$的全微分 $\mathrm{d}p$,于是

$$\mathrm{d}p=\rho(X\mathrm{d}x+Y\mathrm{d}y+Z\mathrm{d}z). \tag{2.4}$$

三、重力作用下静水压强的分布规律

在重力作用下,对于不可压缩的均质液体,ρg 为常数,静止液体的基本方程可表示为

$$z+\frac{p}{\rho g}=c. \tag{2.5}$$

式中:z — 是代表单位重量液体相对于基准面所具有的位能或位置水头;$p/\rho g$ — 代表单位重量液体所具有的压能或压强水头;$z+p/\rho g$ — 代表单位重量液体具有的势能或测压管水头.

式(2.5)说明在静止液体中,任何一点的$(z+p/\rho g)$是一个常数,对于静止液体内任意两点,也

可表示为

$$z_1 + p_1/\rho g = z_2 + p_2/\rho g. \tag{2.6}$$

对于液面以下任一点处的静水压强

$$p = p_0 + \rho g h. \tag{2.7}$$

上式说明：在静止液体中，压强随着深度按线性规律变化；任一点的静水压强 p 等于表面压强 p_0 与从该点到液体自由表面的单位面积上的液柱重量之和.

静水压强有两种表示方法：一是绝对压强，以设想没有大气存在的绝对真空作为零点计量的压强；二是相对压强（表压强），它是以当地大气压作为零点计量的压强. 相对压强与绝对压强的关系为

$$p_r = p_{abs} - p_a. \tag{2.8}$$

式中：p_{abs}、p_r—液体中某点的绝对压强和相对压强；p_a—大气压强，在式(2.7)中，当 $p_0 = p_a$ 时，则静止液体中某点的相对压强公式变为

$$p_r = \rho g h. \tag{2.9}$$

当液体中某点的绝对压强小于当地大气压强时，则该点的相对压强为负值，且该点存在真空，负压的绝对值称为真空压强，真空压强用水柱高度表示该点的真空度，用 h_v 表示，即

$$h_v = \frac{p_a - p_{abs}}{\rho g}\ (\mathrm{m}). \tag{2.10}$$

压强既可用 $\mathrm{N/m^2}$(p_a)表示，也可以用水柱高度($\mathrm{mH_2O}$)、毫米水银柱高度(mmHg)及大气压强(p_a)表示.

四、几种质量力同时作用下液体的相对平衡

研究相对平衡液体主要解决两个问题，一个是等压面的形状，特别是自由液面的形状；二是液体中各点压强的计算.

对于如图 2.1 所示的回转容器中的液体，其自由液面方程为

$$z = \frac{u^2}{2g} = \frac{\omega^2 r^2}{2g}. \tag{2.11}$$

上式说明：自由液面是一旋转抛物面.

液体中某点的压强为

$$p = p_0 + \rho g\left(\frac{\omega^2 r^2}{2g} - z\right), \tag{2.12}$$

或者
$$p = p_0 + \rho g h_A. \tag{2.13}$$

式中：r—欲测压强点到旋转轴 z 的距离；z—该点的铅垂坐标值，注意 z 轴向上为正，向下为负；h_A—欲测点在自由液面下的深度，由(2.13)式可知：在旋转容器中液体的压强也是按直线规律分布的.

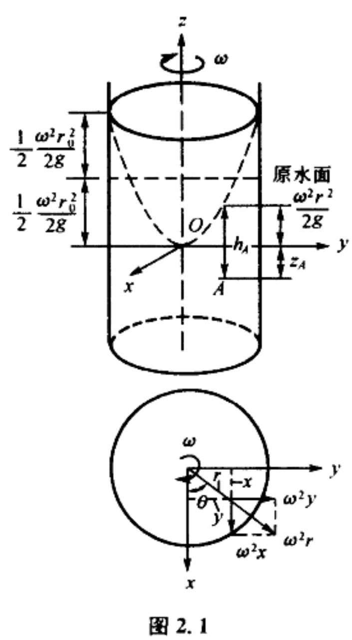


图 2.1

五、作用在任意平面上的静水总压力

（一）解析法

1. 总压力的大小

如图 2.2 所示，作用于任意平面上的静水总压力等于该平面形心点压强与作用面面积的乘积，即

$$P = p_c A = \rho g h_c A. \qquad (2.14)$$

式中：A — 任意平面面积；p_c — 平面形心 C 处的静水压强；h_c — 平面形心 C 在液面下的淹没深度.

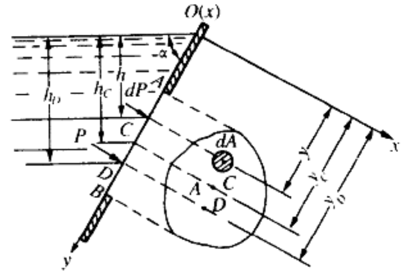


图 2.2

2. 总压力作用点（压力中心）

$$y_D = y_c + \frac{I_c}{y_c A} \qquad (2.15)$$

式中：y_D — 静水总压力作用点 D 距 Ox 轴的距离；y_c — 面积 A 的形心点 C 距 Ox 轴的距离；I_c — 对通过面积 A 的形心 C 的水平轴的惯性矩，对于矩形断面为 $bh^3/12$，对于圆形断面为 $\pi d^4/64$.

3. 静水总压力 P 的作用方向垂直于作用面

（二）压力图法

当求上、下边与水面平行的矩形平面上的静水总压力及其作用点的位置时，采用压力图法较为方便. 为此，需先绘出压强分布图，然后根据压强分布图计算总压力.

1. 静水压力大小

$$P = \Omega b \qquad (2.16)$$

表明：矩形平面上的静水总压力的大小等于压强分布图面积 Ω 乘以矩形的宽度 b 所构成的压强分布体的体积.

2. 矩形平面上静水总压力 P 的作用线通过压强分布体的重心（也就是矩形半宽处的压强分布图的形心），垂直指向作用面，作用线与矩形平面的交点就是压力中心 D.

六、作用在曲面上的静水总压力

求曲面上的静水总压力 P，可先求出其水平分力 P_x 和铅垂分力 P_z 然后再合成 P.

1. 静水总压力水平分力 P_x 等于作用在该曲面的铅垂投影面 A_x 上的静水总压力.

$$P_x = p_c A_x = \rho g h_c A_x. \qquad (2.17)$$

2. 静水总压力的铅垂分力 P_z 等于与压力体体积 V 相等的水体重. 压力体是由以下面围成的体积，即受压曲面本身，通过曲面的边缘向液面或液面的延长面作的铅垂平面，液面或液面的延长面，及前后两个平面. 压力体与液体在曲面的同侧时的压力体称为实压力体，则 P_z 方向向下，见图 2.3(a)；压力体与水在异侧时的压力体称为虚压力体，则 P_z 方向向上，见图 2.3(b)，P_z 的作用线通过压力体的重心，

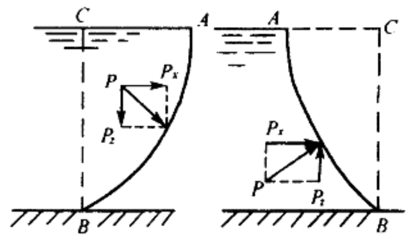


图 2.3

$$P_z = \rho g V. \tag{2.18}$$

3. 曲面上静水总压力为

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}. \tag{2.19}$$

4. 总压力与水平方向的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{P_z}{P_x}. \tag{2.20}$$

七、浮力、浮体的平衡与稳定

淹没在静止液体中的物体受浮力作用. 浮力即静水压力的合力，它的大小等于物体所排开液体的重量，作用线铅垂向上并通过所排开液体的重心，即

$$P_z = \rho g V. \tag{2.21}$$

式中：V—淹没于液体中物体的体积.

如图 2.4 所示，当物体部分浮在水面上，部分淹没在水下时称为浮体.

由于部分物体淹没在水下，因此亦受到液体的浮力作用. 当浮力 P_z 等于物体的重量 G，且浮心 B 与重心 C 在同一条铅垂线上和重心在浮心之下时，浮体呈稳定平衡如图 2.4(a).

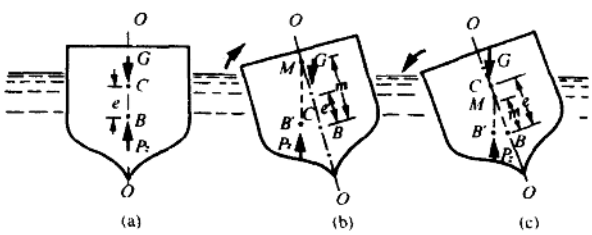


图 2.4

当浮体的重心 C 在浮心 B 之上时，其稳定与否由下式判别，即

$$\begin{cases} \rho > e & \text{图(b)，稳定平衡；} \\ \rho < e & \text{图(c)，不稳定平衡；} \\ \rho = e & \text{随遇平衡 .} \end{cases} \tag{2.22}$$

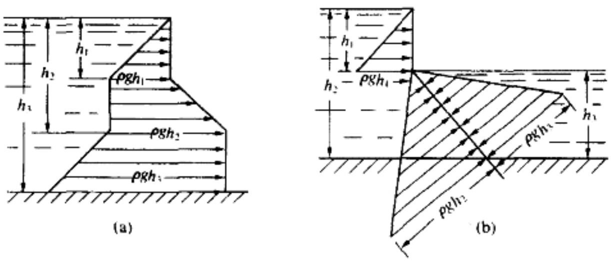
其中

$$\rho = I_l / V. \tag{2.23}$$

式中：e — 为偏心矩，是浮体处于平衡状态时重心 C 与浮心 B 之间的距离；ρ —为定倾半径，浮体处于平衡状态时重心 C 与浮心 B 的联线 O—O 称为浮轴，当浮体倾斜时，浮力作用线与浮轴的交点 M 称为定倾中心，ρ 就是平衡时的浮心 B 至定倾中心 M 的距离；V —为浮体的排水体积；I_l—为浮面对其纵轴的惯性矩，所谓浮面就是浮体处于平衡状态时自由水面与浮体相交的截面.

习题与解答

2.1 图中各挡水面上的静水压强分布图是否正确？如不正确，指出错在哪里，并绘出正确的压强分布图.

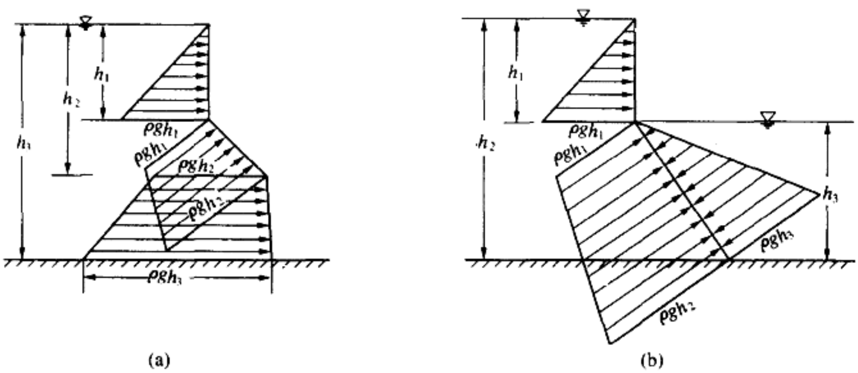


题 2.1 图

答：错：图(a) 中倾斜的挡水面上的压强没有垂直指向作用面.

图(b) 中左侧压强在水深为 h_1 处应为 $\rho g h_1$，在同一点压强数值不变，不应为零.

正确的压强分布图绘制如下：



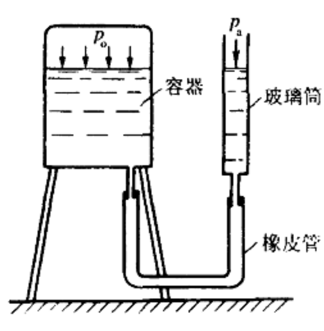
题解 2.1 图

2.2 有一盛水的密闭容器，其底部用软管与玻璃筒连通，如图所示. 当玻璃筒上升或下降时，问：(1) 容器中的水面压强 p_0 是否变化？如有变化，分析其变化情况.

(2) 容器与玻璃筒内的水面是否还在同一平面上？如不在同一平面上说明哪一个水面高些.

答：(1) 容器中的水面压强 p_0 有变化. 当玻璃筒位置升高时，p_0 增大；当玻璃筒位置降低时，p_0 减小.

(2) 不在同一平面上. 当玻璃筒升高时，玻璃筒内的水面高；当玻璃筒降低时，容器内的水面高.

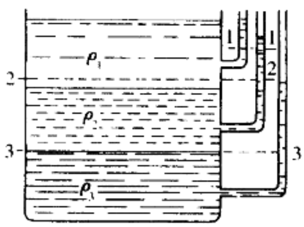


题 2.2 图

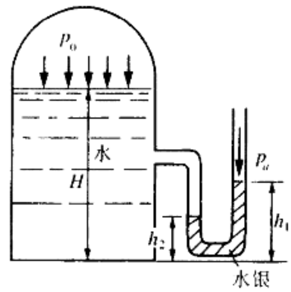
2.3 一容器内盛有密度不同的三种液体，$\rho_1<\rho_2<\rho_3$，如图所示. 问：(1) 三根测压管中的液面是否与容器中的液面相齐平？如不齐平，试比较各测压管中液面的高度. (2) 图中1—1，2—2，3—3三个水平面是否都是等压面？

答：(1) 测压管1与容器中的液面齐平，测压管2、3的液面都不与容器中的液面齐平，$h_1>h_2>h_3$.（相对容器底部）

(2) 1—1，2—2不是等压面，3—3是等压面.



题 2.3 图



题 2.4 图

2.4 有一水银测压计与盛水的封闭容器连通，如图所示. 已知 $H=3.5$ m，$h_1=0.6$ m，$h_2=0.4$ m，求分别用绝对压强、相对压强及真空压强表示封闭容器内的表面压强 p_0 的值.

解 利用等压面有

$$p_0+\rho g(H-h_2)=p_a+\rho_m g(h_1-h_2)$$

$$p_0=p_a+\rho_m g(h_1-h_2)-\rho g(H-h_2)=97.58\ \mathrm{kN/m^2}$$

所以 $p_{0_{abs}}=97.58\ \mathrm{kN/m^2}$，$p_{0_r}=97.58\mathrm{kN/m^2}-101.3\mathrm{kN/m^2}=-3.72\ \mathrm{kN/m^2}$，

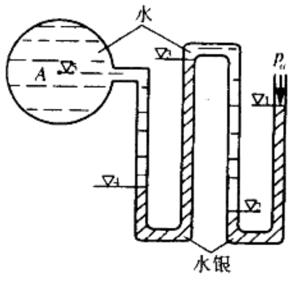
$p_{0_v}=3.72\ \mathrm{kN/m^2}$.

2.5 图示为一盛水容器. 为了测出容器内 A 点的压强，在该处装一复式水银测压计，已知测压计中各液面和 A 点的标尺读数分别为$\nabla_1=1.0$ m，$\nabla_2=0.2$ m，$\nabla_3=1.3$ m，$\nabla_4=0.4$ m，$\nabla_5=1.1$ m，求 A 点的绝对压强和相对压强.

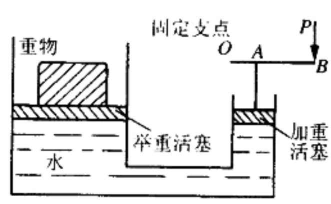
解 $p_{A_{abs}}=p_a+\rho_m g(\nabla_1-\nabla_2)-\rho g(\nabla_3-\nabla_2)+\rho_m g(\nabla_3-\nabla_4)-\rho g(\nabla_5-\nabla_4)$

$=310.24\ \mathrm{kN/m^2}$，

$p_{A_r}=p_{A_{abs}}-p_a=310.24\mathrm{kN/m^2}-101.3\mathrm{kN/m^2}=208.94\ \mathrm{kN/m^2}$.



题 2.5 图



题 2.6 图

2.6 图示为一简易水压机. 加重活塞与举重活塞直径之比为 1∶4，操纵杆杆段 OA 与

OB 的长度之比为 1∶3. 问在 B 点加力 P 时，水压机可举重多少？

解 $OA:OB=1:3$,

故 $OA\times P_A=OB\times P$, $P_A=3P$.

加重活塞上的压强 $p_A=\dfrac{P_A}{A_1}=\dfrac{3P}{A_1}$

$$P_2=p_AA_2=\frac{3P}{A_1}A_2=3P\frac{d_2^{\,2}}{d_1^{\,2}}=48P.$$

2.7 有一盛水的封闭容器，其两侧各接一根玻璃管，如图所示，一管顶端封闭，其水面压强 $p_{0_{abs}}=88.3\ \mathrm{kN/m^2}$，一管顶端敞开，水面与大气接触，已知 $h_0=2$ m.

求：(1) 容器内的水面压强 p_c；

(2) 敞口管与容器内的水面高差 x；

(3) 以真空压强 p_v 表示 p_0 的大小.

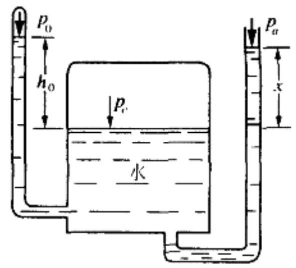
解 (1) $p_c=p_0+\rho gh_0=88.3+1\times9.81\times2$

$=107.89\ (\mathrm{kN/m^2})$

(2) $p_c=p_a+\rho gx$

$$x=\frac{p_c-p_a}{\rho g}=0.672\ (\mathrm{m})$$

(3) $p_v=p_0-p_a=13.0\ (\mathrm{kN/m^2})$



题 2.7 图

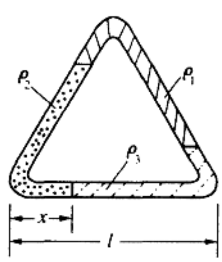
2.8 图示为一密闭的正三角形细玻璃管，铅垂竖立，其中注入密度为 ρ_1, ρ_2, ρ_3 三种互不相混合的等量液体. 假设管的粗细一样，正三角形的每边长度为 l，求图中 x.

解 由液体的不可压缩性可知，每边的 x 及 l 保持不变，这样在 x 处压力必须相等，则有

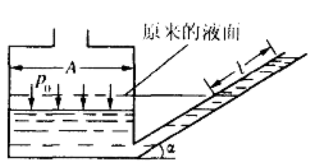
$\rho_1gx\cos30°+\rho_2g(l-x)\cos30°=\rho_1g(l-x)\cos30°+\rho_3gx\cos30°$,

$\rho_1x+\rho_2l-\rho_2x=\rho_1l-\rho_1x+\rho_3x$,

$$x=\frac{(\rho_1-\rho_2)l}{(2\rho_1-\rho_2-\rho_3)}.$$



题 2.8 图



题 2.9 图

2.9 有一倾斜压力计如图所示. 左边大容器的截面积为 A. 右边与其相通的倾斜细管的截面积为 A_1，而 $A_1/A=1/100$. 当大容器内液面的压力增大时，测得细管中的液面变化距离为 l，设液体的密度为 790 kg/m³，细管的倾斜角为 α，求压强 p_0 的表达式.

解 根据等压面原理

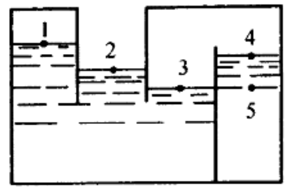
$$p_0=\rho gh=\rho g(h_1+h_2).$$

式中：h_1—容器内液面下降深度；h_2—斜管液面升高深度.

由连通器原理可知：$h_1=\dfrac{lA_1}{A}$, $h_2=l\sin\alpha$.

故　$p_0=\rho g\left(\frac{lA_1}{A}+l\sin\alpha\right)=\rho gl\left(\frac{A_1}{A}+\sin\alpha\right)=\rho gl\left(\frac{1}{100}+\sin\alpha\right)$.

2.10　有一盛水容器的形状如图所示. 已知各水面的高程为 $\nabla_1=1.15$ m, $\nabla_2=0.68$ m, $\nabla_3=0.44$ m, $\nabla_4=0.83$ m, $\nabla_5=0.44$ m,求 1, 2, 3, 4, 5 各点的相对压强.



题 2.10 图

解　$p_2=0$

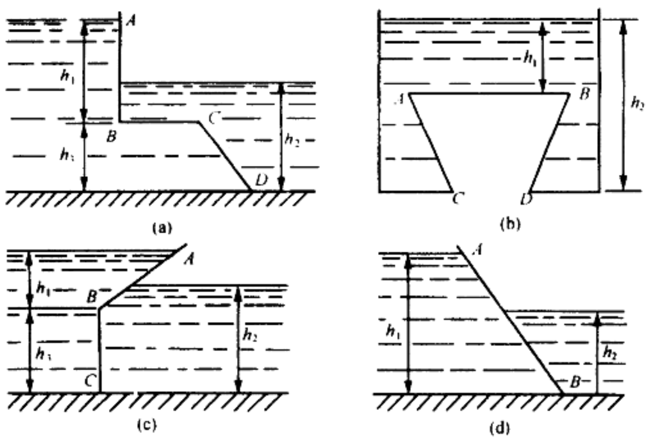
$p_1=p_2-\rho g(\nabla_1-\nabla_2)=-4.61\ \mathrm{kN/m^2}$

$p_3=\rho g(\nabla_2-\nabla_3)=2.35\ \mathrm{kN/m^2}$

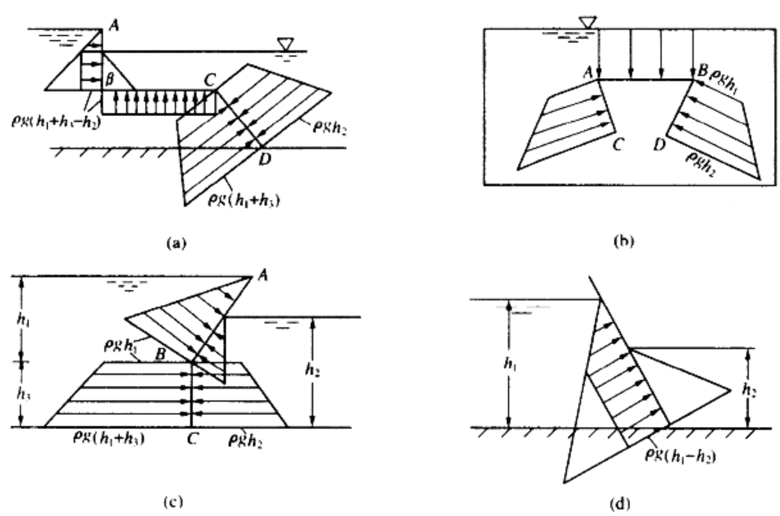
$p_4=p_3=2.35\ \mathrm{kN/m^2}$

$p_5=p_4+\rho g(\nabla_4-\nabla_5)=6.17\ \mathrm{kN/m^2}$

2.11　绘出图中注有字母的各挡水面上的静水压强分布图:



题 2.11 图



题解 2.11 图