中等卫生学校护理专业教材

数学

NURSING

主　编　秦玉明
主　审　秦兆里

江苏科学技术出版社

中等卫生学校护理专业教材

数 学

主 编 秦玉明

副主编 田光辉 杨志诚 张守芬
刘宝山 杨明泉 邓泽银

主 审 秦兆里

审 阅 程锡大 罗静敏

编 者 (按姓氏笔画为序)

王 瑛 毛良玉 邓朝阳 吕 丹
刘月梅 束德培 陈海玲 吴小华
林虹伟 杨 鹏 罗文瑛 郑爱平
高桂兰 唐广惠 [illegible] [illegible]

江苏科学技术出版社

中等卫生学校护理专业教材
数　学

主　　编　秦玉明
责任编辑　姚　革

出　　版　江苏科学技术出版社
（南京市中央路165号，邮编：210009）
发　　行　江苏省新华书店
照　　排　南京理工排版校对公司
印　　刷　常熟市印刷二厂

开　　本　787×1092毫米　1/16
印　　张　8.75
字　　数　205 000
版　　次　1998年6月第1版
印　　次　1998年6月第1次印刷
印　　数　1－26 000册

标准书号　ISBN　7－5345－2413－X/R・417
定　　价　9.80元

序　言

1994年3月，卫生部颁发了全国中等卫生学校护理等12个专业的新教学计划和教学大纲，并组织编写了与新计划、大纲相配套的96种教材，即全国中等医学第三轮规划教材。1997年3月，卫生部在总结三年制护理教育经验的基础上，借鉴和吸收国外护理教育的先进经验，制订、颁发了四年制护理专业教学计划及教学大纲，并要求各省、自治区、直辖市结合实际情况积极推行四年制护理教育。

四年制护理专业教学计划体现了“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的办学方向，改变了护理专业长期沿袭医学专业的学科体系，构建了“突出护理、注重整体、加强人文、体现社区”的护理专业新型课程结构。为适应社会、经济、卫生事业发展对护理人才质量的要求，增加了人文学科比重，增设了老年护理、精神护理等课程，较好地解决了医学基础课理论知识偏多、偏深、偏难的问题，加强了实践教学和社区护理实习，为提高护理人才质量创造了条件，提供了依据。

四年制护理专业教学计划与三年制护理专业教学计划相比，增设了《医学遗传学基础》、《卫生保健》、《精神科护理学》、《老年护理学》、《营养与膳食》、《人际沟通》、《社会学基础》等七门课程，并将原《解剖学与组织胚胎学》和《生理学》综合为《人体解剖生理学》。为此，卫生部组织编写了以上八门课教材。其中，《医学遗传学基础》由江苏科学技术出版社出版。考虑到全国中等护理专业第三轮规划教材与现行四年制护理专业教学大纲不相适应，为更好地贯彻执行四年制护理专业教学计划和教学大纲，江苏省卫生厅组织编写了《正常人体学》、《病因病理学》、《护理学基础》、《内科护理学》、《外科护理学》、《医学检验报告判读》、《药物学》、《卫生保健学》和《社区实习指导手册》等教材。由于时间有限，《儿科护理学》、《妇产科护理学》和《危急症护理》等三种教材尚待继续编写。

本套教材由江苏科学技术出版社出版，除供四年制护理专业使用外，三年制护理专业也可使用。为编好四年制护理专业的配套教材，江苏省卫生厅成立了编委会，负责教材编写工作的组织、指导和管理。教材实行主编负责制，部分教材请主审协助质量把关。

在组织四年制护理专业基础课和专业课教材编写过程中，编委会力求贯彻“以病人（人）为中心”，“强化培养目标，淡化学科意识”的指导思想，以运用护理程序进行整体护理能力为主线来组织教学内容，以期培养具有必要的理论知识、较强的实践技能和良好职业素质与职业道德的护理人才。

由于编写四年制护理专业教材尚属首次，在部分课程的综合上更是新的探索，不足之处在所难免，我们恳切希望从事护理教育的同道提出宝贵意见。

中等卫生学校护理专业教材编委会

1998年5月

前　言

为适应我国城乡医疗卫生事业的不断发展和面向21世纪护理人才的培养需要，卫生部在广泛征求意见并反复论证的基础上，于1997年3月正式颁发了全国四年制中等护理专业教学计划(含教学大纲). 该计划按照医学模式的转变和整体护理的需要，优化了课程结构，使传统的以医学为导向的课程体系向“突出护理，注重整体，加强人文，体现社区”的新型护理课程体系转化，为提高我国护理人才的质量创造了条件并提供了依据.

为了使新教学计划的实施落到实处，我们严格遵照1997年卫生部颁发的中等护理专业《数学》教学大纲，专门编写了这本中等卫生学校护理专业教材《数学》. 本教材汲取了卫生部第一、二、三版规划教材的精华，紧密联系护理专业实际，根据全国中等卫生(护士)学校护理专业教学改革的精神，删繁就简，注重实用，精选精编了下列六个单元的教学内容：医用数学基础；函数；三角函数；数列；排列、组合、二项式定理；概率初步. 每个单元都有明确的学习目标，通过这些内容的学习，可以使学生在学到护理专业所必需的数学基础知识和运算基本技能的同时，提高其逻辑思维能力，认识问题、分析问题和解决问题的能力，为护士能力的培养和整体素质的提高，打下基础.

本教材由全国中等卫生学校护理专业(4年制)《数学》教学大纲主编、上海市卫生学校高级讲师秦玉明任主编，卫生部第三版《数学》规划教材主编、河南省信阳卫生学校高级讲师秦兆里任主审. 担任本书编写顾问及对本书的规划、构思、编写提供建设性意见的有下列高级讲师：史美韵(上海医科大学附设护士学校)，施沛沄(浙江省卫生学校)，顾洁身(上海第二医科大学卫生学校)，周玉华(河南信阳卫生学校)，赵国胜(山东青岛卫生学校)，赵雪琴(北京护士学校)，刘兴礼(安徽阜阳卫生学校)，罗茂先(内蒙古赤峰卫生学校)，张开鹏(广东佛山卫生学校)，林蔺(上海医科大学附设护士学校)，罗立人(黑龙江省医院护士学校)，姚玉莲(福建省立医院护士学校)，贺绍仪(湖南湘潭卫生学校)，吴俊川(河北医科大学二院护士学校)，石银翠(浙江金华卫生学校)，刘杏林(湖北孝感卫生学校)，吴爱琴(江苏扬州卫生学校)，马玉良(四川阿坝卫生学校)等. 他(她)们的辛勤劳动，对本教材质量的提高，起了极为重要的作用. 在这里谨向这些老师表示衷心感谢！

由于编写者学识浅薄，经验有限，虽然工作中不敢有半点懈怠，然而疏漏与谬误仍在所难免，恳请同行专家及读者在使用本教材过程中给予批评指正.

编　者

1998年5月

目　　录

第一单元　医用数学基础

学　习　目　标

1. 概述对数及常用对数的概念和性质，写出对数的运算法则及换底公式.
2. 应用对数知识解决有关医药方面的计算问题.
3. 写出直线方程的五种形式.
4. 会作实验数据处理，得出直线型经验公式.
5. 初步认识护理工作中数学计算的重要性.

一、对　　数

（一）对数的概念

我们知道，4 的 3 次幂等于 64，可以记作 $4^3=64$，这里 4 是底数，3 是指数，64 是 4 的 3 次幂.

如果我们反过来提出问题：4 的多少次幂等于 64？要表示 64 是 4 的多少次幂，可以记作 $\log_4 64=3$，这里 4 仍叫做底数，3 叫做以 4 为底的 64 的对数，64 叫做真数. 这个式子读作“以 4 为底的 64 的对数等于 3”.

一般地，**如果 a ($a>0$，$a\neq1$) 的 n 次幂等于 N，就是 $a^n=N$，数 n 就叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $\log_a N=n$**〔log 是拉丁文 logarithm（对数）的缩写〕，其中 a 叫做**底数**，N 叫做**真数**.

因为 a 是一个不等于 1 的正数，在实数范围内，正数的任何次幂都是正数，所以对于任意一个实数 n，$a^n=N$ 中的 N 总是正数. 因此，真数必定是正数，也就是**零和负数没有对数**.

对于任何一个指数式，只要底数大于零且不等于 1，都可以写出与它相对应的对数式；对于任何一个对数式，也可以写出与它相对应的指数式. 这就是指数式与对数式的互换关系.

即 $$\boxed{a^n=N\Leftrightarrow\log_a N=n\quad(a>0,a\neq1,N>0)}$$

例 1　把下列指数式写成对数式：

(1) $2^5=32$；　(2) $3^{-4}=\dfrac{1}{81}$；

(3) $0.1^{-2}=100$；　(4) $8^{\frac{1}{3}}=2$.

解：(1) $\log_2 32=5$；　(2) $\log_3 \dfrac{1}{81}=-4$；

(3) $\log_{0.1}100=-2$；　(4) $\log_8 2=\dfrac{1}{3}$.

在这里，我们遇到了负指数幂和分指数幂的问题，这在初中没有学过. 因此，我们规定：

$$\frac{1}{a}=a^{-1}\quad(a\neq0);\qquad\qquad \sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}\quad(a\geqslant0).$$

且由此可得：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}(a\geqslant0)$；　　　　$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}(a>0)$.

在往后的学习过程中，都可以按照此规定进行计算.

例 2　把下列对数式写成指数式：

(1)$\log_{16}4=\frac{1}{2}$；　　　　(2)$\log_{10}1\ 000=3$.

解：(1)$16^{\frac{1}{2}}=4$；　　　　(2)$10^3=1\ 000$.

例 3　求下列各式的值：

(1)$\log_5 125$；　　　　(2)$\log_{\frac{1}{3}}27$.

解：(1)设 $\log_5 125=x$，则 $5^x=125$.

∵　$5^3=125$，　∴　$x=3$，　即 $\log_5 125=3$.

(2)设 $\log_{\frac{1}{3}}27=x$，则 $\left(\frac{1}{3}\right)^x=27$.

∵　$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=27$，　∴　$x=-3$，　即 $\log_{\frac{1}{3}}27=-3$.

例 4　已知 $\log_{10}N=-4$，求 N.

解：由于 $\log_{10}N=-4$，因而 $10^{-4}=N$，所以 $N=\frac{1}{10\ 000}$.

例 5　求下列各式的值：

(1)$\log_a 1$；　　　　(2)$\log_a a$.

解：(1)设 $\log_a 1=x$，则 $a^x=1$

∵　a 是不等于 1 的正数，有 $a^0=1$

∴　$\log_a 1=0$.

(2)设 $\log_a a=x$，则 $a^x=a$

∵　a 是不等于 1 的正数，有 $a^1=a$

∴　$\log_a a=1$.

因此，可以得到

$$\boxed{\log_a 1=0\quad(a>0,a\neq1)}\ 与\ \boxed{\log_a a=1\quad(a>0,a\neq1)}$$

就是说，**以任何不等于 1 的正数为底的 1 的对数等于零. 当真数和底是同一个不等于 1 的正数时，它的对数等于 1.**

例 6　求对数 $\log_4\log_3\log_2 8$ 的值：

解：$\log_4\log_3\log_2 8=\log_4\log_3 3=\log_4 1=0$.

如果在对数与指数的互换式子中，再将 $n=\log_a N$ 代入 $a^n=N$，又可得到恒等式

$$\boxed{a^{\log_a N}=N}$$

例如，在 $4^3=64$ 中，如果把 3 写成 $\log_4 64$，就有 $4^{\log_4 64}=64$.

例 7　求下列各式的值：

(1)$5^{\log_5 2}$；　　　　(2)$2^{2\log_2 3}$；

(3) $7^{1+\log_7 5}$；　　(4) $3^{2-\log_3 10}$.

解：(1) $5^{\log_5 2}=2$；　　(2) $2^{2\log_2 3}=(2^{\log_2 3})^2=3^2=9$；

(3) $7^{1+\log_7 5}=7^1\cdot 7^{\log_7 5}=7\cdot 5=35$；　　(4) $3^{2-\log_3 10}=3^2\div 3^{\log_3 10}=9\div 10=\frac{9}{10}$.

（二）对数的运算法则

在初中，我们已经学习了指数的定义和运算法则，这就是：

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；$a^m\div a^n=a^{m-n}$；$(a^m)^n=a^{mn}$.（其中 $a>0$）

根据这些指数运算的法则和对数的定义，可以推出如下对数的运算法则：

法则 1　两个正数的积的对数，等于同一底数的这两个数的对数的和.

即
$$\boxed{\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N}$$

设 $\log_a M=m$，　$\log_a N=n$，

根据对数定义，得到　$M=a^m$，$N=a^n$.

$\because$　$MN=a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，

$\therefore$　$\log_a(MN)=m+n=\log_a M+\log_a N$.

此法则可以推广到任意有限个正数的积.

$\log_a(A_1A_2A_3\cdots A_n)=\log_a A_1+\log_a A_2+\log_a A_3+\cdots+\log_a A_n$（$n$ 是正整数）.

法则 2　两个正数的商的对数，等于同一底数的被除数的对数与除数的对数的差.

即
$$\boxed{\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N}$$

设 $\log_a M=m$，　$\log_a N=n$.

则　$M=a^m$，$N=a^n$.

$\because$　$\frac{M}{N}=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$，

$\therefore$　$\log_a \frac{M}{N}=m-n=\log_a M-\log_a N$.

法则 3　一个正数的幂的对数，等于幂的底数的对数乘以幂指数.

即
$$\boxed{\log_a M^n=n\cdot\log_a M}$$

设 $\log_a M=m$，则 $M=a^m$，

$\because$　$M^n=(a^m)^n=a^{nm}$，

$\therefore$　$\log_a M^n=nm=n\log_a M$.

法则 4　一个正数的算术根的对数，等于被开方数的对数除以根指数.

即
$$\boxed{\log_a \sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\cdot\log_a M}$$

根据分指数幂的概念，以及幂的对数运算法则，可以得到：

$$\log_a \sqrt[n]{M}=\log_a M^{\frac{1}{n}}=\frac{1}{n}\log_a M$$

从上面的对数运算法则可以看出，利用对数能够把乘、除、乘方、开方的运算化作加、减、乘、除的运算.

例 1 用 $\log_a x$、$\log_a y$、$\log_a z$ 表示下列各式：

(1)$\log_a \frac{xy}{z}$；　　(2)$\log_a x^5 y^{-3}$；　　(3)$\log_a \frac{x^2\sqrt[3]{y}}{\sqrt[5]{z}}$.

解：(1)$\log_a \frac{xy}{z}=\log_a x+\log_a y-\log_a z$；

(2)$\log_a x^5 y^{-3}=\log_a x^5+\log_a y^{-3}=5\log_a x-3\log_a y$；

(3)$\log_a \frac{x^2\sqrt[3]{y}}{\sqrt[5]{z}}=\log_a x^2+\log_a \sqrt[3]{y}-\log_a \sqrt[5]{z}$

$$=2\log_a x+\frac{1}{3}\log_a y-\frac{1}{5}\log_a z.$$

例 2 计算：

(1)$\log_2(4^3\cdot\sqrt{2})$；　　(2)$\log_{10}\sqrt[7]{100}$.

解：(1)$\log_2(4^3\cdot\sqrt{2})=\log_2 4^3+\log_2\sqrt{2}=3\log_2 4+\frac{1}{2}\log_2 2=3\times2+\frac{1}{2}\times1=6\frac{1}{2}$；

(2)$\log_{10}\sqrt[7]{100}=\frac{1}{7}\log_{10}100=\frac{1}{7}\times2=\frac{2}{7}$.

例 3 计算：

(1)$\log_7 35-\log_7 2-\log_7 14+\log_7 4+\log_7 0.2$；　　(2)$\log_{10}25+\log_{10}2\cdot\log_{10}50+\log_{10}^2 2$.

解：(1)$\log_7 35-\log_7 2-\log_7 14+\log_7 4+\log_7 0.2=\log_7\frac{35\times4\times0.2}{2\times14}=\log_7 1=0$；

(2)$\log_{10}25+\log_{10}2\cdot\log_{10}50+\log_{10}^2 2=2\log_{10}5+\log_{10}2(\log_{10}50+\log_{10}2)$

$=2\log_{10}5+\log_{10}2\cdot\log_{10}100=2(\log_{10}5+\log_{10}2)=2$.

（三）常用对数

我们常用的计数制是十进位记数制，利用对数计算时，常用以 10 为底的对数. 以 10 为底的对数叫做常用对数. 为了书写方便，我们规定把 $\log_{10}N$ 的对数的底 10 略去，把“log”简写成“lg”，也就是 N 的常用对数 $\log_{10}N$ 可以简写成 $\lg N$. 例如，$\log_{10}3$ 写成 $\lg 3$，$\log_{10}100$ 写成 $\lg 100$.

我们知道：

…　　　　…

$10^2=100$，　　$\lg100=2$，

$10^1=10$，　　$\lg10=1$，

$10^0=1$，　　$\lg1=0$，

$10^{-1}=0.1$，　　$\lg0.1=-1$，

$10^{-2}=0.01$，　　$\lg0.01=-2$，

…　　　　…

可以看到，10 的正整数次幂的对数是一个正整数，它等于真数里零的个数；10 的负整数次幂的对数是一个负整数，它的绝对值等于真数里零的个数(包括小数点前面的一个零). 同时可以看到，当真数较大时，它的对数也较大. 例如 $\lg100<\lg1\,000$.

当 $10^n<M<10^{n+1}$(n 为整数)时，就有 $n<\lg M<n+1$. 因而，任何一个不是 10 的整数次

幂的正数，它的对数是一个小数．例如，lg56 是 1 到 2 之间的一个小数，lg0.004 5 是 -3 与 -2 之间的一个小数．

特别地，当 M 是一个比 1 大而比 10 小的数（$1<M<10$），就是 $10^0<M<10^1$，有 $0<\lg M<1$．我们得到，比 1 大而比 10 小的数的对数是一个正的纯小数．例如，$1<4.378<10$，因此，$0<\lg 4.378<1$，即 lg4.378 是一个正的纯小数．

如果知道了 $\lg 4.378=0.641\ 3$，我们就可以求 0.043 78，0.437 8，43.78，43 780 的对数．

首先用科学记数法表示上述各数，再求出对数：

$\lg 0.043\ 78=\lg(4.378\times10^{-2})=\lg 10^{-2}+\lg 4.378=-2+0.641\ 3$；

$\lg 0.437\ 8=\lg(4.378\times10^{-1})=\lg 10^{-1}+\lg 4.378=-1+0.641\ 3$；

$\lg 43.78=\lg(4.378\times10^{1})=\lg 10+\lg 4.378=1+0.641\ 3$；

$\lg 43\ 780=\lg(4.378\times10^{4})=\lg 10^{4}+\lg 4.378=4+0.641\ 3$．

一般地，**所有正数的对数可以写成一个整数加上一个正的纯小数（或者零）的形式**．

整数部分叫做这个对数的**首数**，正的纯小数（或者零）叫做这个对数的**尾数**．

例如，在 $\lg 0.043\ 78=-2+0.641\ 3$ 中，首数是 -2，尾数是 0.641 3；在 $\lg 43\ 780=4+0.641\ 3$ 中，首数是 4，尾数是 0.641 3．

可以看到：**小数点位置不同的数，它们对数的首数不同而尾数都相同**．

求一个正数的对数的尾数，可以通过查“常用对数表”求得；求一个正数的对数首数，首先用科学记数法把这个数写成 $a\times10^n$ 的形式（其中 $1\leqslant a<10$），n 是整数，n 就是这个正数的对数的首数．

当对数的首数是正整数或者零的时候，可以把首数和尾数相加，写成小数形式，例如，$\lg 43.78=1.641\ 3$，$\lg 4.378=0.641\ 3$．对数的首数是负整数的时候，通常把“$-$”号写在这个整数的上面，而把首数和尾数间的“$+$”号略去．例如，$\lg 0.043\ 78=-2+0.641\ 3$，通常写成 $\lg 0.043\ 78=\bar{2}.641\ 3$．这种书写形式，称为对数的人为形式．要注意的是，$\bar{2}.641\ 3=-2+0.641\ 3=-1.358\ 7$，而不等于 $-2.641\ 3$．

例 1　用科学记数法表示下列各数，并求出各数的对数首数：

(1)357.4；　(2)7.825；　(3)0.308 9；　(4)0.000 236 6．

解：(1)$357.4=3.574\times10^2$，对数首数是 2；

(2)$7.825=7.825\times10^0$，对数首数是 0；

(3)$0.308\ 9=3.089\times10^{-1}$，对数首数是 -1；

(4)$0.000\ 236\ 6=2.366\times10^{-4}$，对数首数是 -4．

例 2　写出下列各对数的首数和尾数：

(1)$\lg N=0.432\ 1$；　(2)$\lg N=3.603\ 7$；　(3)$\lg N=\bar{4}.541\ 8$；　(4)$\lg N=-2.306\ 4$．

解：(1)首数是 0，尾数是 0.432 1；

(2)首数是 3，尾数是 0.603 7；

(3)首数是 -4，尾数是 0.541 8；

(4)$\lg N=-2.306\ 4=-2-0.306\ 4=(-2-1)+(1-0.306\ 4)=-3+0.693\ 6=\bar{3}.693\ 6$．

∴首数是 -3，尾数是 0.693 6．

例 3　已知 $\lg 5.874=0.768\ 9$，求下列各数的对数：

(1)587.4； (2)0.005 874.

解：(1)$\lg 587.4=\lg(5.874\times10^2)=2+\lg 5.874=2+0.768\ 9=2.768\ 9$；

(2)$\lg 0.005\ 874=\lg(5.874\times10^{-3})=-3+\lg 5.874=-3+0.768\ 9=\overline{3}.768\ 9$.

（四）对数表与反对数表

1. 对数表

一个数的对数尾数可以在“常用对数表”(也叫“对数尾数表”)里查得. 附表一“常用对数表”中左边第一列是真数的前二位数码，第一行是真数的第三位数码 0～9 及第四位数码 1～9. 表中的数均略去了小数点. 因为仅仅是小数点位置不同的数，它们的对数尾数都相同. 所以我们查一个数的对数尾数时，不必考虑真数的小数点，只需把它看成是若干位整数. 例如要查0.003 425，34.25，0.342 5，34 250 的对数尾数，只要查 3 425 的对数尾数就可以了.

综上所述，求对数时，可以先根据真数的小数点的位置确定对数的首数，然后再根据真数的实际数码查出对数尾数，最后把首数和尾数合写在一起，就是所求之对数.

例 1 求下列各数的对数：

(1)234； (2)0.3； (3)5.498； (4)0.004 627； (5)62 816.

解：(1)因为 $234=2.34\times10^2$，所以它的对数首数是 2. 再查它的对数尾数，先在表中真数 N 所在的直列里找到 23，在 N 的横行里找到 4，然后 23 所在的行与 4 所在的列的交叉处的数 3 692，表示尾数是 0.369 2，因此，$\lg 234=2.369\ 2$.

(2)因为 $0.3=3\times10^{-1}$，所以它的对数首数是 -1，而 0.3 的对数尾数与 300 的尾数相同，查表得 0.477 1. 因此，$\lg 0.3=\overline{1}.477\ 1$.

(3)因为 $5.498=5.498\times10^0$，所以它的对数首数是 0. 再查对数尾数表，可以先在表中查到真数 549 的对数尾数是 0.739 6，然后再向右找与“8”的那一列交叉处的数是 6，这表示修正值是 0.000 6，把这个修正值加到 0.739 6 上去，就得到 $\lg 5.498=0.739\ 6+0.000\ 6=0.740\ 2$.

(4)因为 $0.004\ 627=4.627\times10^{-3}$，所以它的对数首数是 -3. 再查 462 的对数尾数是 0.664 6，然后找 7 的修正值是0.000 7，所以，$\lg 0.004\ 627=\overline{3}.665\ 3$.

(5)因为 $62\ 816=6.281\ 6\times10^4$，所以它的对数首数是 4. 而真数的位数已超过四位，先采用四舍五入法把真数保留四个有效数字 6 282，查得对数尾数是 0.798 1. 所以，$\lg 62\ 816=4.798\ 1$.

2. 反对数表

如果知道了一个数的对数，要求这个数，那么可以用“反对数表”. 在这个表里，真数与对数尾数的位置调换了，标有尾数 m 的列和横行是对数的尾数，其余是真数的有效数字，右边一栏是修正值(见附表二).

由于对数的首数只与真数的小数点位置有关，而对数的尾数只与组成真数的具体数字有关，所以在查表时，先不管首数，而在表里查出尾数所对应的四个数字，然后再根据首数确定真数的小数点位置.

例 2 已知 $\lg N=0.524\ 6$，求 N.

解：先根据对数尾数 0.524 6 查反对数，在表中 m 所在的列里找到 .52，从 m 所在的横行里找到 4，交叉处的数是 3 342，再查 6 对应的修正值是 5，于是得到 $3\ 342+5=3\ 347$，又

因为首数是 0，所以真数是 1 位数，即 $N=3.347$.

例 3 已知 $\lg N=5.7635$，求 N.

解：先根据对数尾数 0.763 5 在反对数表中查出尾数对应的真数是 5 801，因为首数是 5，所以真数是 6 位数，即 $N=5.801\times10^5=580\,100$.

例 4 已知 $\lg x$，查表求 x.

(1)$\lg x=1.045$； (2)$\lg x=\overline{3}.6248$； (3)$\lg x=-0.73247$.

解：(1)$x=11.09$；

(2)$x=4.215\times10^{-3}=0.004\,215$；

(3)$\because\ \lg x=-0.73247=\overline{1}.26753\approx\overline{1}.2675$，

$\therefore\ x=1.851\times10^{-1}=0.1851$

（五）对数换底公式

我们已经学习了常用对数的查表和计算，但是，如果底数不是 10，能否求出它的对数呢？我们可以利用换底公式把任意底数 $b(b>0,b\neq1)$ 的对数转化成常用对数或所需底数的对数进行计算.

换底公式：
$$\boxed{\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}}$$

其中 a、b 均为不等于 1 的正数.

证明：设 $\log_b N=x$，写成指数式，得 $b^x=N$，两边取以 a 为底的对数，得 $\log_a b^x=\log_a N$，$x\log_a b=\log_a N$，$x=\dfrac{\log_a N}{\log_a b}$，所以 $\log_b N=\dfrac{\log_a N}{\log_a b}$.

如果取 $a=10$，则可以得到以 b 为底的对数换成常用对数的公式：$\log_b N=\dfrac{\lg N}{\lg b}$.

例 1 求 $\log_2 3$ 的值.

解：$\log_2 3=\dfrac{\lg3}{\lg2}=\dfrac{0.4771}{0.3010}\approx1.5850$

例 2 不查表求 $\log_9 8\cdot\log_5\sqrt{3}\cdot\log_4\dfrac{1}{25}$ 的值.

解：$\log_9 8\cdot\log_5\sqrt{3}\cdot\log_4\dfrac{1}{25}=\dfrac{\lg8}{\lg9}\cdot\dfrac{\lg\sqrt{3}}{\lg5}\cdot\dfrac{\lg\frac{1}{25}}{\lg4}=\dfrac{3\lg2}{2\lg3}\cdot\dfrac{\frac{1}{2}\lg3}{\lg5}\cdot\dfrac{-2\lg5}{2\lg2}=-\dfrac{3}{4}$.

在高等数学和医学科学研究中，常要用到以无理数 $e=2.71828\cdots$ 为底的对数，以 e 为底的对数叫做自然对数，记作 $\ln N$，即 $\ln N=\log_e N$.

根据一般对数的性质，可以推出自然对数有如下性质：(1)$\ln1=0$；(2)$\ln e=1$；(3)$\ln e^x=x$；(4)$e^{\ln x}=x$.

又根据对数换底公式，可以得到自然对数和常用对数的转换关系式：$\ln N=\dfrac{\lg N}{\lg e}\approx\dfrac{\lg N}{0.4343}\approx2.303\lg N$.

即
$$\boxed{\ln N\approx2.303\lg N}$$

例 3 利用常用对数求下列各对数：

(1)$\ln 4$； (2)$\ln\sqrt{500}$.

解：(1)$\ln 4 \approx 2.303 \times \lg 4 = 2.303 \times 0.602\ 1 \approx 1.386\ 6$；

(2)$\ln\sqrt{500} = \frac{1}{2}\ln 500 \approx \frac{1}{2} \times 2.303 \times \lg 500 = \frac{1}{2} \times 2.303 \times 2.699\ 0 \approx 3.108$.

练习 1-1

1. 把下列指数式写成对数式、对数式写成指数式：

(1)$7^{-2}=\frac{1}{49}$； (2)$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$； (3)$8^{\frac{2}{3}}=4$； (4)$0.1^{-3}=1\ 000$；

(5)$\log_2\frac{1}{16}=-4$； (6)$\log_3\sqrt{3}=\frac{1}{2}$； (7)$\log_{0.2}25=-2$； (8)$\log_{10}\sqrt{1\ 000}=\frac{3}{2}$.

2. 求下列各式中的 x：

(1)$\log_3 x=-\frac{1}{2}$； (2)$\log_x 125=3$； (3)$\log_2\frac{\sqrt{2}}{2}=x$； (4)$\log_x 1=0$.

3. 求下列各式的值：

(1)$4^{\log_2 7}$； (2)$3^{\log_9 25}$； (3)$\log_2\log_3 9$.

4. 设 $x=\log_2 a, y=\log_2 b, z=\log_2 c$，试用 x、y、z 表示下列各式：

(1)$\log_2 abc$； (2)$\log_2\frac{ab}{c}$； (3)$\log_2\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{c^3}}$.

5. 计算：

(1)$\log_a 27-\log_a 3+2\log_a\frac{1}{3}$； (2)$2\log_5 10+\log_5 0.25$；

(3)$\log_3 6-\log_3 8+\log_3 12-\log_3 9+\log_3 15-\log_3 5$； (4)$\log_{10}^2 5+\log_{10}5\cdot\log_{10}2+\log_{10}2$.

6. 查表求下列各数的对数：

(1)5.27； (2)8； (3)34.06； (4)0.005 5； (5)0.000 127 7； (6)254 273.

7. 已知 $\lg x$，查表求 x：

(1)$\lg x=0.214\ 6$； (2)$\lg x=0.032\ 5$； (3)$\lg x=3.562\ 4$；

(4)$\lg x=1.162\ 0$； (5)$\lg x=\bar{1}.320\ 1$； (6)$\lg x=-2.028\ 7$.

8. 计算：

(1)$\ln 10$； (2)$\ln\pi$.

9. 不查表计算下列各题：

(1)$\log_8 0.2\cdot\log_3 2\cdot\log_5 9$； (2)$\frac{\log_5\sqrt{2}\cdot\log_7 9}{\log_5\frac{1}{3}\cdot\log_7\sqrt[3]{4}}$； (3)$(\log_4 3+\log_8 3)(\log_3 2+\log_9 2)-\log_2\sqrt[4]{32}$.

二、对数在医药工作中的应用

(一) 溶液的酸碱性

溶液的酸碱性对物质的性质如药物的稳定性和药理作用都具有重要作用，药物及药物制剂的保管都需要控制一定的酸碱性条件，临床检验工作中很多操作也都要严格控制溶液的酸碱性.

医药上使用的溶液，其氢离子浓度都比较小，用它直接来表示溶液的酸碱性不太方便，因此，常用 pH 值来表示溶液的酸碱性，pH 值就是氢离子浓度的负对数.

$$\boxed{pH = -\lg[H^+]}$$

式中的$[H^+]$的单位是mol/L.

当pH的值为7时，溶液呈中性；pH值小于7时，溶液呈酸性；pH值大于7时，溶液呈碱性.

溶液的酸碱性对人的生命极为重要.人血液的正常pH值是7.35～7.45.临床上把血液的pH值小于7.35叫做酸中毒，大于7.45叫做碱中毒.

例1 甲、乙、丙、丁四位病人，他们的血液氢离子浓度分别为3.45×10^{-8}、4.046×10^{-8}、4.67×10^{-8}和5.125×10^{-8}，试用对数计算，检查其中有没有酸中毒或碱中毒病人.如果有，是谁？

解：由于 $pH = -\lg[H^+]$，

因此 甲：$pH = -\lg(3.45\times10^{-8}) = -(\lg3.45+\lg10^{-8}) = 8-\lg3.45$

$= 8-0.537\,8 = 7.462\,2 > 7.45$；

乙：$pH = -\lg(4.046\times10^{-8}) = -(\lg4.046+\lg10^{-8}) = 8-\lg4.046$

$= 8-0.607\,0 = 7.393\,0$；

丙：$pH = -\lg(4.67\times10^{-8}) = -(\lg4.67+\lg10^{-8}) = 8-\lg4.67$

$= 8-0.669\,3 = 7.330\,7 < 7.35$；

丁：$pH = -\lg(5.125\times10^{-8}) = -(\lg5.125+\lg10^{-8}) = 8-\lg5.125$

$= 8-0.709\,7 = 7.290\,3 < 7.35$.

答：甲碱中毒，乙正常，丙、丁酸中毒.

口服药物通过消化道吸收.一般说来，酸性药物在胃中容易被吸收，而碱性药物在小肠中容易被吸收.有时，改变pH值可促进药物的吸收，如碳酸氢钠使胃液pH值提高，可增大碱性药物在胃中的吸收而减少酸性药物的吸收.

例2 某人胃液的pH值是1.71，试推算此胃液的氢离子浓度.

解：由于$pH = -\lg[H^+]$，

因此 $1.71 = -\lg[H^+]$，

$\lg[H^+] = -1.71 = \bar{2}.29$

$\therefore$ $[H^+] = 1.95\times10^{-2}$.

答：当胃液pH值为1.71时，氢离子浓度为1.95×10^{-2}.

（二）药物及放射性物质的衰变规律

公式$Q=Q_0e^{-kt}$在医药上称为药代动力学一级反应公式，用它可以研究药物在体内的吸收、代谢过程，并且也能运用该公式研究放射性物质的衰变过程.

例1 给某肺炎病人静脉滴注适量的盐酸林可霉素，测得血药浓度初值$Q_0=18\mu g/ml$，消除常数$k=0.154/h$.试推算：(1)1小时后的血药浓度.(2)该药物的半衰期$T_{\frac{1}{2}}$(即血药浓度下降至一半所需的时间).

解：(1)根据公式$Q=Q_0e^{-kt}$，得到1小时后的血药浓度$Q=18e^{-0.154\times1}$.

两边取对数，得 $\lg Q = \lg18-0.154\times1\times\lg e \approx 1.255\,3-0.154\times0.434\,3$

$= 1.255\,3-0.066\,9 = 1.188\,4$