凌瑞良 邬正义 编著

巧思妙解
——物理技巧法解题荟萃

学术书刊出版社

巧思妙解
——物理技巧法解题指导

巧思妙解

——物理技巧法解题荟萃

凌瑞良　邬正义　编著

学术书刊出版社

内 容 简 介

作者具有丰富的教学实践经验 在此基础上，广泛收集了国内外物理解题法，经过分析和归纳，取其精华，荟萃而成这本小册子。

全书按物理学内容分为十二章。载入的100多个典型问题的解法都是很巧妙的，叙述的方法注重解题思路及对解法的剖析，以便于读者深刻理解。

书中还编入了一些模拟练习题，以供读者学习参考。

本书适合中学生、理工科大学低年级学生、物理教师阅读使用。本书也可作为高考的参考读物，物理竞赛读物，以及物理爱好者的参考书。

* * *

巧思妙解

——物理技巧法解题荟萃

凌瑞良　邬正义　编著

责任编辑　宋桂珍

*

学术书刊出版社出版（北京海淀区学院南路86号）

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

北京市昌平长城印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米　1/32　印张：8.125　字数：183千字

1989年9月第1版　1989年9月第1次印刷

印数：1—7,060册　定价：3.65元

ISBN　7-80045-386-3/G·110

前　言

在物理教学中，让学生系统地学习传统而又正规的解题思想和方法是必要的，尤其对初学者而言。但是，教学实践又告诉我们，若过分强调传统的、正规的解题思想和方法，往往会使学生的思路单一、思维呆板；相反，适当地、有目的地介绍一些巧妙的解题思想和独特的解题方法和技巧，却能有效地提高学生的学习兴趣，开拓学生的思路，贯通学生的知识，培养和提高学生的创造性思维能力，一句话，能有效地提高学生的科学素养。于是，编著《巧思妙解——物理技巧法解题荟萃》一书的思想由此而萌发。

本书中所涉及的问题的解答，绝大多数无常规的方法可循，需要有独特的思考和技巧，一时又很难归类，故本书的目录仍按物理学的一般顺序排列。全书共有一百多个典型问题，收集了多种巧妙的思想和特殊的解法；按【巧思妙解】、【注解】等格式撰写，除了解题思路外，还对精采的解法进行较为详尽的剖析和注解，以期读者能够领会其中的精华，达到举一反三的目的。为了让读者能够掌握和巩固书中所介绍的各种思想和特技，大部分题目附有【模拟练习题】。特别值得一提的是，在这一百多个典型问题中，相当一部分是历届物理高考、全国中学生物理竞赛以及国际物理奥林匹克竞赛中某些典型题的模拟和发展，故本书除可供广大中学生及物理爱好者阅读之外，还可作为辅导参加各种物理竞赛的教师

的参考书。

物理学的解题技巧是不胜枚举的，本书所奉献给大家的，仅是知识海洋和技巧宝库中的一小部分。望读者能在阅读本书的基础上，不断探索，大胆创新，以便掌握更多、更巧妙的解题思想和方法

由于水平有限，书中的错误和疏漏在所难免，竭诚欢迎读者批评指正。

本书稿承蒙北京师范学院分院王金铮先生百忙之中仔细审阅过，李永刚同志对本书的出版给予了各方面的支持和帮助，在此谨表示衷心的谢意。

作者

目　录

一、静力学

1. 设有五个力作用于一点A。这五个力的大小和方向，相当于边长为a的正六边形的两条邻边和三条对角线，如图1-1所示。试求这五个力的合力。

【巧思妙解】 力是矢量，矢量的合成遵循平行四边形法则。因此，按通常的解法本题的求解要用平行四边形法则来分析和讨论。具体方法可以用力的平行四边形法则和由平行四边形法则发展而得的力多边形法则两种。

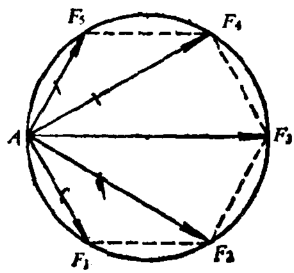

图 1-1

但是，因为力矢量是用有向几何线段来表示的，故倘若借助于有关的几何定理，本题还可以有更巧妙的解法。

在图1-1中，由题设条件可知，$AF_1F_2F_3F_4F_5$是一个正六边形，它有一个外接圆，AF_3是外接圆的直径。根据正六边形的几何性质，若它的边长为a，则其外接圆的直径必为$2a$。也就是说，力$\vec{F}_3$的大小等于$2a$。

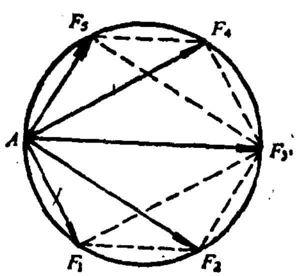

图 1-2

从图1-2中分析还可知，$AF_1F_3F_4$构成一个平行四边

形（实为矩形），从而得知$\vec{F}_1$与$\vec{F}_4$的合力跟有向线段$\overrightarrow{AF_3}$重合。这就是说它们的合力跟$\vec{F}_3$的方向、大小完全一致，都等于$2a$。

同理，可以知道$\vec{F}_2$与$\vec{F}_5$的合力也跟$\vec{F}_3$方向、大小完全一致，都等于$2a$。

因此，可以确定，本题所给定的五个力的合力$\vec{R}$，方向跟$\vec{F}_3$这个力一致，大小是这个力的3倍，即合力$R=6a$。

【注解】 上述解法，由于充分利用了题目中“正六边形”这个几何条件，把力合成的矢量性，自然而又巧妙地同几何定理结合起来，使整个求解过程显得既简捷又巧妙。另外，从求解过程亦可看出，本题是一个数理结合的好例子。最后必须指出，作为上述的巧妙解法，其理论依据仍是矢量合成的平行四边形法则，只不过是在求解过程中利用了几何定理，灵活运用力的平行四边形法则罢了。

2. 如图1-3所示，三个共点力，互成120°角。设$F_1=20$牛顿，$F_2=40$牛顿，$F_3=60$牛顿，求这三个力的合力。

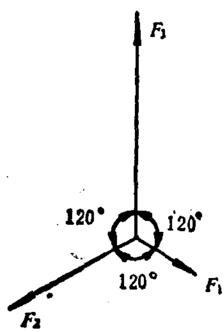

图 1-3

【巧思妙解】 本题若按常规解法，就得先求出两个力的合力，再求此合力和第三个力的合力。而合力的计算要用到余弦定理和正弦定理，并且要重复二次，较麻烦。如利用“三个互成120°角的相等的力的合力为零”的性质，可将上题的解法大为简化。

如图1-4所示，把互成120°角的三个力F_1、F_2、F_3在各自的方向上减去F_1，其结果是不会改变合力的大小和方向的（平衡力的性质）。这样一处理，就可把三力合成问题简化为两力合成问题（这里$F_2-F_1=20$牛顿，$F_3-F_1=40$牛顿，夹角为120°）。

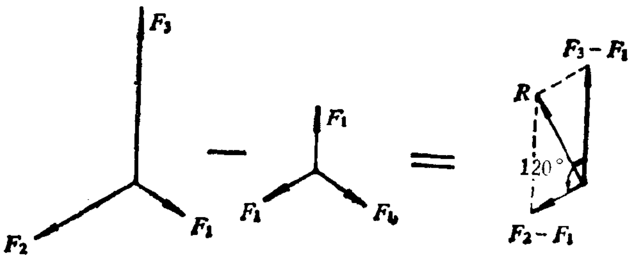

图 1-4

所以，合力大小为

$$R=\sqrt{20^2+40^2+2\times20\times40\times\cos120^\circ}$$
$$=\sqrt{1200}=20\sqrt{3}\text{牛顿。}$$

【注解】“三个互成120°的相等的力的合力为零”这一特性，能从问题的强对称性获证。能灵活地应用这一个力学特性于解题中，使解题过程简化，方法实属不凡！上述求解合力过程的巧妙之处也就在于此。由此可得出结论，活用已学知识，往往能达到巧妙、简便之目的。

3. 三个共点力，如图1-5所示，F_1、F_2和F_2、F_3皆成60°，求它们的合力。

【巧思妙解】不妨设F_1、F_2、F_3中F_1值最小。采用上题方法，即用“减法”，详见图1-6。（因为F_2减去反向的

F_1就得到F_2+F_1），同样可把问题归结为计算两力的合力。具体计算从略。

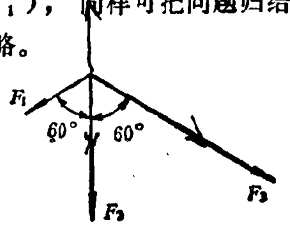

图 1-5

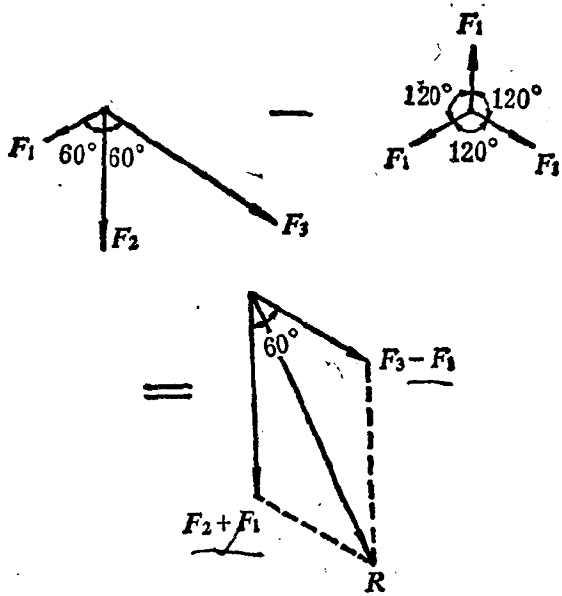

图 1-6

【注解】 本题的解法技巧是上一题解法的发展和变通。

【模拟练习题】 20牛顿、30牛顿和40牛顿的三个力作用于物体的同一点，它们之间的夹角都是120°，求合力的大小

和方向。（答案：$R=10\sqrt{3}$ 牛顿）

4. 20牛顿、30牛顿和40牛顿的三个力作用于物体的同一点，它们之间的夹角都是120°，如图1-7所示，求合力的大小和方向。

【巧思妙解】 本题是求三个力的合力，由于所给的三力互成120°，有一定的对称性，故完全可象第2题一样求解，但我们不想重复，拟另辟捷径。

共所周知，力是矢量，可用有向线段表示。联想到复数与平面上的点有一一对应关系，平面上的点又与从原点出发的有向线段（向量）有一一对应关系，这就自然地启发我们把力和复数联系起来。

以力$\vec{F}_1$的方向为x轴的正方向，三个力的共同作用点为坐标原点，建立复平面坐标系（如图1-8所示）。$\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$的复数的三角形式分别为

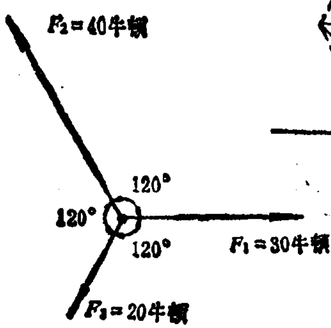

图 1-7

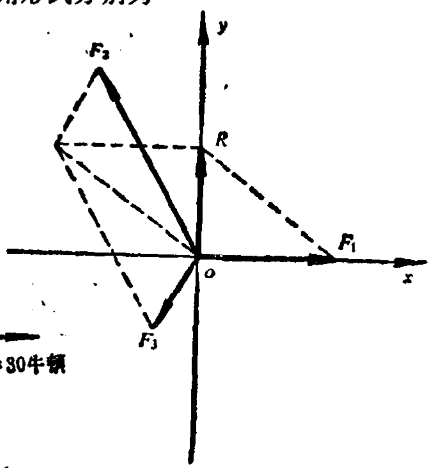

图 1-8

$z_1 = 30$,

$z_2 = 40(\cos 120° + i\sin 120°)$,

$z_3 = 20(\cos 240° + i\sin 240°)$。

则求$\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$的合力$\vec{R}$就是求这三个复数的代数和。所以，有

$$
\begin{aligned}
z &= z_1 + z_2 + z_3 \\
&= 30 + 40(\cos 120° + i\sin 120°) \\
&\quad + 20(\cos 240° + i\sin 240°) \\
&= 30 + 40(\cos 120° + i\sin 120°) \\
&\quad + 20(\cos 120° - i\sin 120°) \\
&= 30 + 60\cos 120° - (20\sin 120°)i \\
&= 30 + 60 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} i \\
&= 10\sqrt{3}\, i。
\end{aligned}
$$

$z = 10\sqrt{3}\,i$ 表示这个复数的向量在y轴的正半轴上(如图中的R)，也就是说，合力$\vec{R}$的方向与$\vec{F}_2$的夹角为30°，$\vec{R}$的大小为$10\sqrt{3}$牛顿。

【注解】 用复数表示力，是建立在力的矢量性基础上。一个复数对应着一个具体的力，通过这种对应，求几个共点力的合力就可以化为求几个复数的和。因为复数的求和只牵涉代数量的求和，所以通过复数就能把一个求矢量和的问题转化为求代数和的问题。关于这点，上述解法已经体现。力矢量可以如此，其它所有矢量求和，当然亦能如此。所以上述复数方法对矢量是通用的。应注意的是，把矢量表示成相应复数时，幅角一定要找准。另外亦还须强调一点，“对应关系”决不是“相等关系”，复数不是矢量本身，而只是它的某种运算符号。符号本身都有自己的运算法则，矢量也有

自己的运算法则，重要的是由于这些运算法则满足一定的对应关系。在运算以后，我们还需反过来利用对应关系从结果中找出矢量本身。

【模拟练习题】 起重机的梁AB的一端B上挂一重物$P=300$千克，AB用水平链条BC维持平衡，如果$\angle BAC=60^{\circ}$，求梁AB所受的力和链条BC的拉力（见图1-9）。（答案：链条拉力为519.6千克，AB所受的力为600千克）

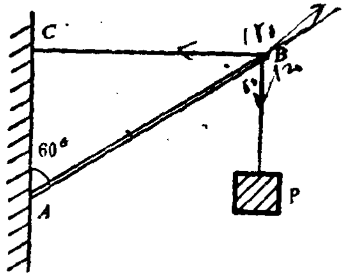

图 1-9

5. 一均匀杆AB长1米，杆身与水平成30°角，重$G=30$牛顿，在A、B两端各受30牛顿的作用力，其方向如图1-10（a）所示。求杆AB所受的合力矩。

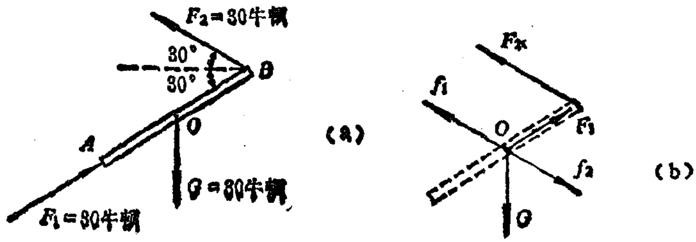

图 1-10

【巧思妙解】 将图中F_1平移到O点，并在O点加一组平衡力f_1、f_2，力的大小等于F_2，方向与F_2平行（见图1-10(b)）。这样，G、f_1、F_1为互成120°角的三个共点力，合

力为零；余下的F_2与f_2组成一力偶，合力矩$\vec{M}$大小为

$$M = F_2 \times OB\sin 60^\circ = 30 \times 0.5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\approx 13\text{牛顿·米},$$

方向为逆时针。

【注解】 本题解法体现出两点技巧。技巧之一是把F_1沿杆AB方向（实为力作用线方向）移到杆的重心O处。其理论根据是力是一个滑动矢量，它保持大小不变沿作用线滑动时，作用效果不变。技巧之二是人为地构成一个互成120°角的共点平衡力G、f_1、F_1，从而巧妙地使原作用在杆上的力系简化成一个等效的力偶（f_2、F_2）。望读者自己进一步体会解题全过程，以便得到更大的启发。

6. 在图1-11中，长l的均匀木杆AB系在长为l的两根等长的细绳的两端，并吊于O点。已知，木杆重Q，在木杆上靠左端1/4处放有一重P的重物，求木杆的水平偏角。

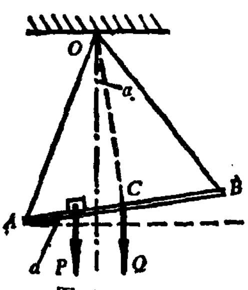

图 1-11

【巧思妙解】 因为P和Q的合力方向指向木杆AB的下方（竖直向下），两根细绳只受到沿其轴线向外的拉力，故在这种情况下，细绳的“柔”性不显了，它们所起的力学作用，相当于两根可绕O点为轴转动的刚性体。于是，$\triangle ABO$可当作在自己所确定的平面内绕O点可以转动的刚体。这样，求解本题时，就不必去考虑细绳的张力，而只需看作P和Q两力对O点的力矩平衡问题。

如选$\triangle ABO$为研究对象，并以O点为转动轴，则有

$$Q\cdot OC\cdot\sin\alpha = P(DC\cdot\cos\alpha - OC\cdot\sin\alpha)。$$

将 $OC=\frac{\sqrt{3}}{2}l$、$DC=\frac{1}{4}l$代入上式并整理，得

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{3}}{8}\ \frac{P}{Q+P}。$$

【注解】 在中学物理中，求解柔索（细绳）悬挂物的平衡问题，虽有多种解法，但利用力矩解法时，人们往往只习惯于所选择的研究对象为刚性物体。其实，在一定的条件下，即当柔索悬挂物处于平衡状态时，因柔索只受到沿其轴线向外的拉力，柔索的“柔”性不显了，从而，柔索亦可当作刚体来处理。上述解法的巧妙就基于这一点，有人称之为“虚刚体法”。此题如用传统解题法，选木杆AB为研究对象，就必须考虑细绳对木杆的拉力，计算较繁。

7. 如图1-12所示，用细绳AB吊起的重量为P的不均匀的木杆BC，被水平力F拉到图中所示的位置。若细绳与水平线成60°角，木杆与水平线成30°角，求力F的大小及木杆重心的位置。

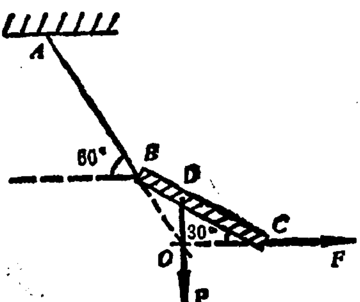

图 1-12

【巧思妙解】 当本问题所涉及的系统处于平衡状态时，木杆BC实际上受到三个共点平衡力：绳子的张力、水平拉力F及木杆的重力P。根据三力平衡的条件可知，重力P

的作用线必通过绳的张力和水平拉力F的作用线的交点O。因此，在这种情况下几何线段AO同样可看作两力F和P作用下处于平衡状态的刚体。这样，水平拉力F及木杆重心的位置可用力矩法求出。

设绳长l，木杆长为L，木杆的重心离木杆左端的距离为x。选木杆为研究对象，以B点为转轴，则有

$$FL\sin 30° = Px\cos 30°。 \quad (1)$$

再选取AO为研究对象，以A点为转轴，则有

$$F(L\sin 30° + l\sin 60°) = P(x\cos 30° + l\cos 60°)。 \quad (2)$$

联立（1）、（2）两式可得

$$x = \frac{1}{3}L, \quad F = \frac{\sqrt{3}}{3}P。$$

【注解】 本题的解法技巧是把几何线段AO亦看作刚体，然后对它大胆地应用力矩公式，成功地求得了解。显然，本解法只是对上一解法（柔绳刚性化）的进一步推广，但从技巧意义上来看，解法就显得更巧妙了。

【模拟练习题】

（1）图1-13中均匀球重为重物Q的三分之一，绳OA的长度等于球半径的一半，若球半径为10厘米，求OA绳与竖直方向的夹角。

（答案：$\alpha = 30°$）

（2）在图1-14中，铁钉A上悬一根细线，线的另一端系一重为P的小球B，球B被放在固定的大球面上。已知线长$AB = l$，大球半径为r，钉与球面的距离$AC = d$，而且AO在竖直方向，$\angle ABO > \frac{\pi}{2}$。试求线中的张力及小球对固