

557528

高等学校教学参考书

# 岩石有限应变测量 及 韧性剪切带

FINITE STRAIN MEASUREMENT  
&  
DUCTILE SHEAR ZONES

郑亚东 常志忠 主编

地质出版社

高等学校教学参考书

# 岩石有限应变测量 及 韧性剪切带

郑亚东 常志忠 主编  
(北京大学地质学系)

地质出版社

## 内 容 提 要

本书以现代构造地质学中两个活跃领域为题,全面地深入浅出地介绍这方面的新进展和主要成果。全书按内容分两篇11章,约28万字。

第一篇岩石有限应变测量,共六章,用浅近的数学简明地阐述基本原理,全面介绍20余种应变测量方法,结合地质实际说明应变测量结果的图示,并附有应变测量不可缺少的工具图表。第二篇系统介绍韧性剪切带的几何特征、组构特征、糜棱岩、剪切指向、位移量和古应力值的估算。这是构造地质学中新近活跃和发展起来的新领域。

本书是构造地质学的重要补充,为高等地质院校地质专业高年级学生和研究生参考教材,也供从事构造地质教学的地质院校教师、野外工作者和研究人员使用。

### 高等学校教学参考书 岩石有限应变测量及韧性剪切带

郑亚东 常志忠 主编

责任编辑:张荣昌

\*

地质出版社出版

(北京西四)

妙峰山印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

\*

开本: 787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张: 12<sup>3</sup>/<sub>8</sub> 插页: 3个 字数: 278,000

1985年11月北京第一版·1985年11月北京第一次印刷

印数: 1—1,580册 定价: 2.90元

统一书号: 13038·教220

## 前 言

岩石有限应变测量和韧性剪切带是现代构造地质学中两个非常活跃的领域，也是现代构造地质学中两个富于特色的课题。本书力图比较全面地反映这方面的主要成果和新进展。

根据地质矿产部高等地质院校构造地质教材编审委员会制定的（1981—1985年）教材编审规划，本书作为构造地质学教学参考书，供高等院校地质专业高年级学生、研究生学习、也可供地质院校教师、广大野外地质工作者和科学研究人员参考。

本书主要取材于新近出版的国外出刊杂志，由于文章作者不同，所使用的名词术语和代号不尽一致，为便于教学和自学，我们作了统一安排。涉及数学方面的问题，本书尽量采用通俗易懂的方式说明方法的原理及其物理意义。用实例论证一般的做法在数理上往往不够严格，但省去复杂的推演过程，在某种程度上可能有它可取之处。必要的公式推导附于全书之后，供读者参考。

按课题内容全书分两篇：第一篇岩石有限应变测量（第一章至第六章）系统阐述了岩石有限应变测量的基本原理和方法，以及测量结果的图示；第二篇韧性剪切带（第七章至十一章）全面介绍了韧性剪切带的几何特征和组构特征，带内岩石和物质成分的变化，剪切指向的确定，总位移量的估计和求应力值的计算等。部分章节（如第四章）涉及到统计，线性代数和矩阵以及计算机方面的知识，本书不可能详细介绍这些内容，读者可根据自己的情况进行处置，或如法照做（如统计部分）或跳过不看。需要进行深入探讨者，可以从参考文献中提供的必要线索自行探索。作为有限应变测量的基本组成和今后发展的方向，这是不可缺少的部分。

参加本书编著的人员为北京大学构造地质和地质力学教研室一部分同志：郑亚东（第一、三章），丁中一（第二章），兰腊保（第四章），邵济安（第五、六章），刘瑞珣（第七章），孙桂玉（第八章），王玉芳（第九章），常志忠（第十、十一章）。研究生于浩参加了部分章节的编写。其中岩石有限应变测量的历史概述和研究现状、有限应变测量的基本原理的表述、 $R_f/\phi$ 曲线和50%资料线、 $R_f/\phi$ 法的统计分析、三维有限应变的确定与图示、以及韧性剪切带的岩石和物质成分等部分较集中地反映了编著者们多年的教学和科研成果。全书由郑亚东和常志忠统编。图件由许鉴儒、徐筠、李芳桂和李聪等同志清绘，植字、照片除注明者外均由薛佳同志摄制。

中南矿冶学院何绍勋教授和武汉地质学院宋鸿林副教授主审，对本书原稿进行了认真细致的审查，从内容、术语到表述方式都提出了许多宝贵的修改意见，并给予了具体的指导。对以上来自各方的支持和帮助，特表示衷心的感谢。由于编著者的水平学识有限，书中难免有错误或不当之处，敬请读者批评指正。

郑亚东 常志忠

一九八五年一月

# 目 录

## 第一篇 岩石有限应变测量

|                  |    |
|------------------|----|
| 第一章 绪 论          | 1  |
| 一、岩石有限应变测量及其地质意义 | 1  |
| 二、岩石有限应变测量的历史简述  | 3  |
| 三、有限应变测量的任务      | 4  |
| 第二章 有限应变测量的基本原理  | 6  |
| 一、引论             | 6  |
| (一)位移场和座标变换场     | 6  |
| (二)形变和畸变         | 6  |
| (三)均匀形变和非均匀形变    | 7  |
| 二、应变             | 8  |
| (一)线应变           | 8  |
| (二)剪应变           | 9  |
| (三)有限应变和无限小应变    | 10 |
| (四)应变分量和主应变      | 10 |
| 三、应变椭圆           | 10 |
| 四、有限应变莫尔圆        | 13 |
| 五、简单剪切           | 19 |
| 六、计算应变椭圆参数的若干公式  | 22 |
| 七、递进变形           | 28 |
| (一)基本概念          | 28 |
| (二)递进纯剪切         | 29 |
| (三)递进简单剪切        | 31 |
| 第三章 岩石有限应变的二维分析  | 35 |
| 一、几何作图法          | 35 |
| 二、莫尔圆制图法         | 36 |
| 三、长短轴法           | 40 |
| 四、 $R_f/\phi$ 法  | 42 |
| 五、 $\theta$ 曲线法  | 46 |
| 六、Elliott法       | 48 |
| 七、心对心法           | 51 |
| 八、Fry法           | 52 |
| 九、双晶应变分析法        | 55 |

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| 十、March法                             | 57 |
| 十一、Beutner法                          | 57 |
| 十二、Talbot法                           | 59 |
| 十三、总体均匀应变                            | 60 |
| <b>第四章 岩石有限应变测量的数学方法</b>             | 62 |
| 一、 $R_f/\phi$ 法的统计分析                 | 62 |
| (一)线性回归方程式                           | 62 |
| (二)回归方程的检验和置信区间估计                    | 63 |
| 二、有限应变分析的代数方法                        | 63 |
| (一)线性变换参数与几何参数间的关系                   | 64 |
| (二) $R_f$ , $\phi_f$ 的算法步骤           | 66 |
| (三)有限应变椭圆轴率 $R_s$ 的估计                | 66 |
| (四)误差分析                              | 66 |
| (五) $R_s$ 和 $eR_s$ 的计算过程             | 67 |
| 三、有限应变测量的密度分析法                       | 67 |
| (一)DDT法的基本原理及其数学表达式                  | 67 |
| (二)计算步骤                              | 69 |
| (三)几点说明                              | 69 |
| 四、有限应变测量的矩阵分析法                       | 69 |
| (一)椭圆的矩阵表达式                          | 69 |
| (二)有限应变的估算                           | 70 |
| (三)讨论                                | 71 |
| 五、扩张(膨胀)椭圆法                          | 72 |
| (一)扩张椭圆法的基本原理概述                      | 72 |
| (二)扩张椭圆法求应变值 $R_s$ 的步骤               | 73 |
| 六、Robin法                             | 74 |
| 七、有限应变测量方法的比较和应变分析的精度                | 75 |
| (一)有限应变测量方法的比较                       | 75 |
| (二)应变分析中的误差                          | 77 |
| <b>第五章 变形岩石三维应变的确定</b>               | 79 |
| 一、变形岩石三维应变研究的对象和历史简况                 | 79 |
| 二、相容性和截面选取                           | 80 |
| (一)相容性(Compatibility, Consistency)问题 | 80 |
| (二)二维椭圆截面的适当选取问题                     | 80 |
| 三、在三个主平面上求应变椭球方程                     | 81 |
| 四、在任意三个相互垂直平面上求应变椭球方程                | 82 |
| 五、利用任意三个互不平行截面进行三维应变分析               | 84 |
| (一)解析和图解结合的方法                        | 84 |
| (二)解析法                               | 84 |
| 六、利用三个以上互不平行截面进行三维应变测量               | 87 |
| 七、三维有限应变计算的实例                        | 87 |

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| <b>第六章 测量结果的图示和应变型式</b> ..... | 89 |
| 一、付林图解 .....                  | 89 |
| 二、应变型式的表示 .....               | 93 |
| 三、变形路径的表示方法 .....             | 96 |
| <b>第一篇的主要参考文献</b> .....       | 99 |

## 第二篇 韧性剪切带

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>第七章 绪 论</b> .....                 | 103 |
| 一、韧性剪切带的基本概念 .....                   | 103 |
| 二、韧性剪切带研究历史简述 .....                  | 103 |
| <b>第八章 韧性剪切带的几何特征</b> .....          | 108 |
| 一、剪切带的基本类型 .....                     | 108 |
| (一) 断层或脆性剪切带 .....                   | 108 |
| (二) 脆—韧性剪切带 .....                    | 109 |
| (三) 韧性剪切带 .....                      | 109 |
| 二、韧性剪切带的几何性质 .....                   | 110 |
| (一) 韧性剪切带的边界条件和位移场的六种模式 .....        | 110 |
| (二) 简单剪切带的基本几何关系 .....               | 112 |
| (三) 具体体积变化的剪切带的几何特征 .....            | 113 |
| 三、韧性剪切带的组构特征 .....                   | 114 |
| (一) 各向同性岩石中韧性剪切带的组构特征 .....          | 114 |
| (二) 各向异性岩石中韧性剪切带的组构特征 .....          | 114 |
| 四、韧性剪切带的规模, 产出的组合形式和产状特征 .....       | 118 |
| (一) 韧性剪切带的规模 .....                   | 118 |
| (二) 韧性剪切带产出的组合形式 .....               | 118 |
| (三) 韧性剪切带的产状特征 .....                 | 120 |
| 五、韧性剪切带中的鞘褶皱 .....                   | 121 |
| (一) 褶鞘的一般特征 .....                    | 121 |
| (二) 鞘褶皱的形成和发展 .....                  | 122 |
| <b>第九章 韧性剪切带内的岩石和物质成分的变化问题</b> ..... | 128 |
| 一、糜棱岩的现代概念 .....                     | 128 |
| 二、糜棱岩的显微构造 .....                     | 130 |
| (一) 粒内应变效应 .....                     | 131 |
| (二) 核幔构造 .....                       | 134 |
| (三) 糜棱岩的不对称显微构造 .....                | 135 |
| (四) 带状石英 .....                       | 136 |
| 三、糜棱岩的类型 .....                       | 136 |
| (一) 糜棱岩系列的断层岩 .....                  | 136 |
| (二) 变余糜棱岩 .....                      | 138 |
| 四、矿物组合和化学成分的变化问题 .....               | 139 |

|                                                         |     |
|---------------------------------------------------------|-----|
| <b>第十章 韧性剪切带的剪切指向和总位移的确定</b>                            | 147 |
| 一、剪切指向的确定                                               | 147 |
| (一) 宏观可见的构造特征                                           | 147 |
| (二) 显微构造特征                                              | 148 |
| 二、剪切带的剪切总位移量的计算                                         | 150 |
| (一) 简单剪切带的剪应变测定                                         | 150 |
| (二) 剪切总位移的计算                                            | 152 |
| (三) 对具有体积变化的剪切带总位移的计算                                   | 158 |
| <b>第十一章 韧性剪切带古应力值计算</b>                                 | 165 |
| 一、应力与显微构造的关系                                            | 166 |
| (一) 自由位错密度( $\rho$ )与差异应力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )之间的关系 | 166 |
| (二) 亚晶粒度( $d$ )与差异应力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )之间的关系      | 167 |
| (三) 动态重结晶颗粒粒度( $D$ )与差异应力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )之间的关系 | 168 |
| 二、古应力值的估算                                               | 169 |
| (一) 利用变形石英位错密度( $\rho$ )估算古应力                           | 169 |
| (二) 利用动态重结晶的粒度和亚晶粒度估算古应力                                | 170 |
| (三) 利用方解石变形双晶估算古应力                                      | 174 |
| <b>第二篇的主要参考文献</b>                                       | 179 |
| 附录1 (3.7)式的推导                                           | 183 |
| 附录2 $t$ 分布表                                             | 185 |
| 附录1 $R_t/\phi$ 曲线及50%资料线图                               |     |
| 附图2 $\theta$ 曲线图                                        |     |
| 附图3 形态因子网格图                                             |     |



# 第一章 绪 论

## 一、岩石有限应变测量及其地质意义

构造地质学的主要任务是查明岩石圈的变形。岩石的变形程度通常用岩石的应变来度量。岩石有限应变测量就是利用岩石中某些标志体（如化石、鲕粒、矿物等）的形态、分布和物性来确定岩石的应变状态。

岩石有限应变测量的意义可概括为以下三方面：

1. 有助于认识岩石中构造的形成机制。通过应变测量可以确立岩石中的应变状态，从而帮助我们了解岩石中许多构造的性质和形成机制，如各种线理、面理、褶皱、缝合线和构造脉（tectonic veins）等。

2. 有助于恢复岩石变形前的状态。许多岩石的沉积特征（圆度、分选性、择优取向及厚度等）是恢复古地理环境、分析大地构造性质的重要依据。然而变形后的岩石状态，如厚度，往往不同于原始厚度，有些地方加厚，有些部位变薄，如果不能恢复其原来的面貌就难以作出中肯的分析。如果所涉及的是矿层，其经济意义自是不言而喻。有限应变测量有助于我们了解这些原始特征。

3. 区域性的系统应变测量可以建立区域的应变场，这不仅有助于查明大地构造环境，而且还可以进行某些定量计算，如造山带的地壳缩短量，剪切带的剪切位移量等。

岩石有限应变测量不仅可以帮助我们认识岩石中构造的性质，有助于查明这些构造的形成机制；而且也是对岩石变形进行定量研究的基础，是现代构造地质研究中不可缺少的组成部分。著名的英国地质学家White(1979)在总结伦敦大应变变形会议时说：“岩石应变测量现已成为大多数构造地质学家的第二天性”。

岩石变形总要经历一定过程，从始态至终态经过一系列变形阶段。变形的全过程称为递进或递进变形。递进变形可视为岩石的初始状态依次加上无数无限小增量应变而组成，如同电影胶卷一样。递进变形总的结果产生一总应变或全量应变。全量应变为一有限小应变，所以习惯上常称为有限应变，是相对无限小应变而言的。所谓大应变变形或大变形就是指的有限应变。地质上一般将应变大于1~3%的变形称为大变形，而将小于该量的变形称为小变形。过去构造地质将用于工程的小变形理论直接引进到地质中的大变形领域不是很恰当的。

然而，研究递进变形时，实际上不可能将变形全过程分割成无数无限小的增量应变，而是划分成有限个有限小增量应变（图1-1）。这样，增量应变也成了有限应变。例如，Beutner(1978)将形成劈理的岩石变形过程划分为四个阶段（图1-2），其中每一阶段的增量应变也是有限小的。为了避免混淆和误解，近来一些研究者用全量应变或总应变取代有限应变这一术语。这样，全量应变就是相对增量应变而言的。不过有限应变一词运用很广，其习惯用法一时难以改变。

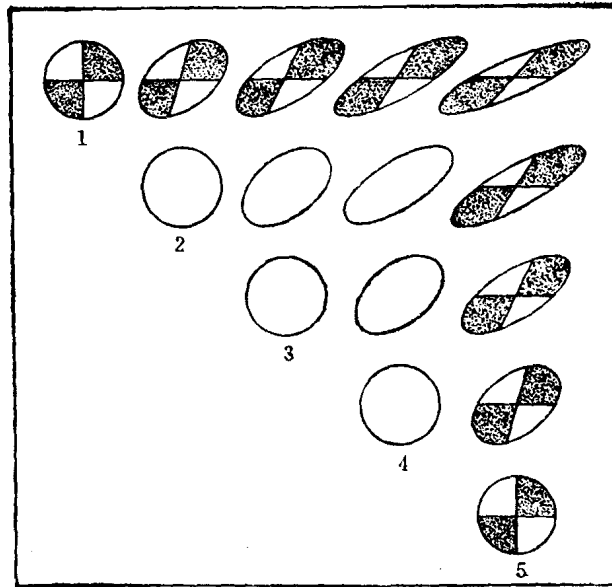


图 1-1 递进变形中各阶段的增量应变(各行左起第二个椭圆)和有限应变(第一行椭圆)  
(据Ragan 1973)

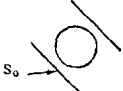
| 变形阶段                        | 增量应变                                                                                                     | 有限应变                                                                                                     |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I<br>沉积压实<br>(单向体积损失50%)    | <br>1.0 : 1.0 : 0.5   | <br>1.0 : 1.0 : 0.5    |
| II<br>顺层缩短<br>(25%的平面应变)    | <br>1.33 : 1.0 : 0.75 | <br>0.67 : 1.0 : 0.75 |
| III<br>构造压实<br>(10%的单向体积损失) | <br>1.0 : 1.0 : 0.9   | <br>0.67 : 1.0 : 0.67 |
| IV<br>翼部旋转                  |                       |                       |
| V<br>劈理形成<br>(62%的平面应变)     | <br>2.63 : 1.0 : 0.38 | <br>1.76 : 1.0 : 0.25 |

图 1-2 形成劈理的变形阶段及各阶段的增量应变和有限应变  
(据Beutner, 1978)

## 二、岩石有限应变测量的历史简述与现状

岩石有限应变的研究历史悠久,上世纪中叶就有人通过仔细研究岩石中的标志体发现变形岩石中许多构造要素的重要意义,特别是注意到变形化石、还原斑和劈理的关系。早在1843年Phillips就研究变形化石,证明所在的岩石经历了变形。Sharpe(1846)首先用变形化石确定了板劈理的意义,他发现岩石的最大缩短方向与劈理垂直,而最大伸长方向沿劈理面的倾向。Haughton(1856)对劈理的力学意义的认识和Sharpe一致,他将变形的和未变形的腕足类化石进行对比,算出了变形化石所在面上应变轴率的大小,首次将应变椭球的概念应用于岩石变形。Sorby(1855)不仅是压溶理论的奠基人之一,同时也是岩石应变测量的先驱,他测量了北威尔士寒武系紫红色板岩中的绿色还原斑的形态,发现未变形岩石中的还原斑一般为球形或单轴旋转椭球体,其长轴位于层面之中。而板岩中的还原斑沿劈理面显著拉长,垂直劈理面明显缩短。1879年Thompson等将Haughton的应变椭球称为有限应变椭球。

上述研究成果对当时和那时以来岩石变形工作有很大的影响。在变形岩石和变形化石的研究中发生的争论,激发了更多的人对这一课题的关注。Renevier(1856), Daubree'(1876)和Harker(1884)等将这些应变测量方法加以推广和发展。Harker(1885)导出了应变测量中广泛运用的Harker公式。Heim(1878, 1921)对阿尔卑斯山区中生界和第三系变形岩石的研究, Wettstein(1886)对变形鲕粒和变形化石的研究是岩石变形研究方面的优秀代表,他们根据第三系板岩中的鱼化石,运用Harker公式算出了岩石的主应变轴率。这些成果使人们对造山过程中岩石的应变强度和变化取得了一些认识。

上世纪末至本世纪上半叶,在岩石有限应变研究方面没有什么进展。直到40年代末Cloos(1947)系统研究了美国阿巴拉契亚西部寒武—奥陶系鲕状灰岩中的变形鲕粒,进行了数百个点上的应变测量。迄今为止,这可能仍是一项最详细最系统的岩石应变测量工作。50年代Breddin(1956, 1957)在德国亚琛一带莱茵片岩和石炭系的应变进行了大量的研究,对海百合茎、头足类、瓣鳃类和腕足类各类化石进行了系统分析。可以说, Cloos和Breddin开创了系统性的区域有限应变测量的新纪元。同期, Oftedahl(1948)对挪威中部的石英砾岩也进行了较系统的应变分析。

1962年Wellman和Flinn分别发表了《变形化石应变分析的图解法》和《论递进变形过程中的褶皱作用》,他们的工作引起了地质界的很大兴趣。1967年Ramsay在《岩石的褶皱作用和断裂作用》一书中对岩石有限应变测量方法进行了全面系统的总结。随后在世界范围内逐渐掀起了一个研究岩石有限应变的热潮。Watterson(1968), Dunnet(1969), Talbot(1970), Elliott(1970), Dunnet等(1971), Ciroschong(1972), Sanderson(1973), Tan(1973), Matthews等(1974), Mukhopadhyay(1973, 1980), Mimran(1976), Shimamoto等(1976), Robin(1977), Lisle(1977), Fry(1979), Ribeiro(1983), Feguson(1981, 1984), Borradaile(1984), Wheeler(1984)等先后提出20余种应变测量方法,使这一领域的研究进入一个崭新的阶段。这一阶段具有两个明显的特征:一是数理统计和电子计算机的广泛运用,涌现一批有限应变的数值分析方法;二是应变测量开始超脱标志体形态和分布的限制而进入物性的领域,如Rathore(1979, 1980), Rathore和Henry(1982)提出的

磁性组构和应变间的经验公式。

1980年Milton提出一种根据任何三剖面的平面应变资料通过椭圆方程的特征向量分析确定应变椭球的方法。第二年Gedzwill和Stauffer提出另一种三维应变测量方法,通过坐标转换,求出应变椭球方程中的特定系数。1982年邵济安<sup>①</sup>根据Gedzwill和Stauffer的方法原理加以改进,使三维应变测量更加趋于完善。

Ramsay等(1983)的《现代构造地质学方法》,对岩石有限应变测量方法进行了第二次系统的总结。它代表了现代岩石有限应变研究的水平。

近十年来,人们利用已知原始形态或方位的变形标志体对岩石有限应变进行了很多测量,而进行这种测量的理论基础是均匀应变。经验证明,岩石在手标本尺度上的应变通常可当作是均匀的,而在区域上的应变往往是非均匀的,并且这种非均匀性有时还十分显著。应变椭球的空间分布常和一定的大地构造过程有关。当前,有限应变方面所关注的课题是研究天然应变型式(Strain Patterns)及其成因。1983年在法国召开了一次以应变型式为主题的国际会议。Cobbold在会议总结中指出当前有限应变测量中三个主要问题:

- 1.天然应变中的体积变化目前还难以捉摸,测量就更加不易。
- 2.现在还没有多少按适当间距进行应变测量的区域研究工作,因而还没有什么确凿的天然应变型式的实例,主要原因是缺乏足够的应变计。
- 3.不连续面,即变形中的不连续性现象,特别是断层,很难处理。在断距不明的情况下很难确立应变型式,而这种情况是自然界中很常见的。

应当说应变型式和地质力学的构造型式本质上是一致。当然,只有进行了大量的应变测量、系统地确定一地区各部位的应变椭球的形态和方位,才能真正确立某一应变型式。

应变分解是当前有限应变研究领域中的兴奋点,通过应变分解可以定量分析不同变形机制(压溶作用、双晶作用和位错等)相关的应变组分。由于变形机制与变形时的物理化学条件有关,因而应变分解可以帮助我们认识变形环境。

不难看出,岩石有限应变测量虽然已经进入高潮,但目前仍然处于起步阶段,有许多工作要做,在我国尤其是这样。

### 三、有限应变测量的任务

平面应变测量要求得某一平面(通常是 $xz$ 面)上应变主轴的大小和方位。三维应变分析则要求得主应变轴的大小和方位。完整的应变测量还应求得非共轴应变的刚体旋转角,但地质上一般不易测定,特别是在叠加变形的情况下。

如果首先可以确定主应变轴的方向,应变测量就要简便得多。当前流行的主要测量方法大多是在三个相互垂直的主平面(即 $xz$ ,  $yz$ 和 $xy$ 。  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 分别代表三个主应变轴,  $x \geq y \geq z$ )上进行,求得该面上应变椭圆的轴率 $R_s$ ( $x:z$ ,  $y:z$ 和 $x:y$ )。其中主要是 $xz$ 面,其次为 $yz$ 面。实际上,在两个主面上的测量便可确定 $x$ ,  $y$ ,  $z$ 轴的大小和方向。但为了检验精度,一般还要在第三个主面(通常是 $xy$ 面)上进行测量。检验精度的标准是 $xz$ 面上

<sup>①</sup>邵济安, 6182, “关于有限应变的一种计算方法”, 小型构造与矿田构造学术讨论会论文摘要汇编(内部)。

的轴率应等于yz面和xy面上轴率的乘积，即用 $R_{sxx} = R_{szy} \cdot R_{sxy}$ 公式加以判断。

如果岩石具有面状和线状组构要素，确定主应变轴的方向是不困难的。压扁的面状组构，如板劈理、片理和片麻理等平行于有限应变椭球的xy面。这样，面理的法线就是z轴的方向。面理面上经常见有形态或矿物拉伸线理，这种线理代表有限应变椭球的x轴方向。因而，平行拉伸线理、垂直面理的剖面或切片为xz主应变面；垂直拉伸线理和面理的剖面或切片为yz面。但在只有线状组构（ $x > y \simeq z$ ）或面状组构（ $x \simeq y > z$ ）的岩石中，只能找到一个主应变轴（x或z轴）。这时应变测量可在垂直该主轴的一个面上和平行该主轴并相互垂直的两个面上进行。

在既无面理又无线理的岩石中进行应变测量时，可在任意三个相互垂直的面上，也可在三个任意互不平行的面上进行测量（详见第五章）。

观察点上的应变测量可以得到该点的应变类型和应变程度。系统对一地区的应变测量，可以确定该区的应变场和应变型式。对于均匀应变区，应变椭球可代表全区的应变特征；而在非均匀应变区，则要通过系统的测量，点面结合，查明该区的应变网络。

## 第二章 有限应变测量的基本原理

### 一、引 论

#### (一) 位移场和坐标变换场

构造地质学的任务之一是研究物体（各种岩石和岩体之简称）的变形情况。为此需比较物体的初始形态（即变形前状态）和最终形态（即变形后状态）。所谓物体的形态包括物体的形状、大小和空间位置。物体的形态可由其全部质点（或简称点）的位置来确定，而物体任一质点的位置可通过在一坐标系中给出该质点的坐标来确定。质点位置的改变用位移向量来描述。例如，对于取定的某个直角坐标系 $oxyz$ ，变形前物体中某点 $P$ 的位置由坐标 $(x, y, z)$ 来表示，物体变形后，该点 $P$ 的位置变到 $P_1$ ，某坐标记为 $x_1, y_1, z_1$ ，则从图2-1看出

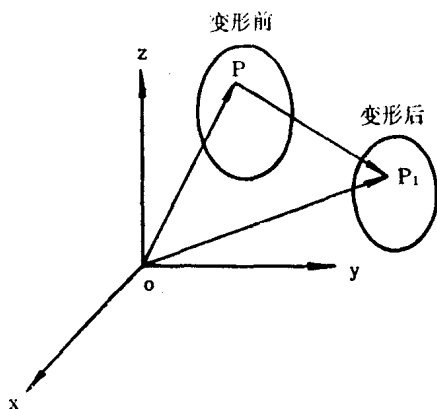


图 2-1 点的位置向量和位移向量

有下列向量方程成立：

$$\vec{OP}_1 = \vec{OP} + \vec{PP}_1 \quad (2.1)$$

这里 $\vec{OP}$ 、 $\vec{OP}_1$ 称为点 $P$ 、 $P_1$ 的位置向量，它确定了点的位置，而 $\vec{PP}_1$ 称为点 $P$ 的位移向量，它确定了点 $P$ 的位置变化。在此直角坐标系中，可将式(2.1)写成分量形式为：

$$x_1 = x + u, \quad y_1 = y + v, \quad z_1 = z + w \quad (2.2)$$

其中 $u, v, w$ 分别代表位移向量 $\vec{PP}_1$ 沿 $x, y, z$ 轴的分量。由于不同质点的位移分量一般是不同的，因此，位移分量 $u, v, w$ 是点的坐标 $x, y, z$ 的函数，即：

$$u = u(x, y, z), \quad v = v(x, y, z), \quad w = w(x, y, z) \quad (2.3)$$

这组表达式对物体中的每一质点确定了一个位移向量，因此，将式(2.3)叫做物体的一个位移场。

考虑到式(2.3)，容易看出，式(2.2)代表了质点在变形前后的坐标间关系，这种关系可一般地表示为：

$$x_1 = x_1(x, y, z), \quad y_1 = y_1(x, y, z), \quad z_1 = z_1(x, y, z) \quad (2.4)$$

式(2.4)称做物体的一个坐标变换场，它给出了物体中任一质点在变形前后的对应关系。显然，对于描述物体变形前后状态间的关系，坐标变换场与位移场是等价的。在下面的讨论中，根据方便的原则，一般只用两者之一来做进一步阐述。

#### (二) 形变和畸变

通常把物体变形前后形态的变化叫做形变。如果给定了物体的一个位移场，则物体变形后状态就完全确定了。因此，位移场确定了物体的一个形变。但应当指出，这里定义的形

变, 涉及到的只是物体的初始形态和最终形态这样两个形态。任一质点 $P$ 变到 $P_1$ 的路径仅用一个有向直线段来代表, 而质点由 $P$ 变到 $P_1$ 的实际路径可以是相当复杂的曲线。当讨论涉及到初始形态和最终形态之间的一系列过渡形态时, 这要研究物体的变形历史, 此问题将在后面讨论递进变形时再来阐明。

形变代表的是初始形态和最终形态之间的差别。对于物体内部不同质点的小邻域, 这种差别一般是不相同的。因此需通过研究每一质点的小邻域的形变来确定整个物体的形变。对于一质点的小邻域, 形变使它发生的形态变化可分成两个部分: 一个部分是此邻域形状和大小的变化, 另一部分是此邻域作为整体的空间位置变化。前者与小邻域各质点间的相对位置变化相联系, 称之为畸变; 后者对应于小邻域的刚体运动(平移和转动)。总之, 由位移场给出的一质点的小邻域的形变可包括三个部分: 即刚体平移, 刚体转动和刚体畸变。当然, 对于一个具体给定的形变也可能只有上述的一个或两个部分。

如上所述, 物体中各质点的小邻域的畸变一般是不相同的。在数值上描述畸变程度的量, 便是所谓应变。我们将在下一节对应变概念作详细论述。

### (三) 均匀形变和非均匀形变

具有下列性质的形变叫均匀形变:

- (1) 变形前任一取向的一条质点直线在变形后仍然是一条质点直线;
- (2) 变形前任何取向的平行的质点直线在变形后仍平行;
- (3) 变形物体中所有同样取向的线段具有相同的畸变状况。

若上述三条性质中的一条得不到满足(实际上此时另两条性质也必定不满足), 则把这样的形变叫做非均匀形变。

若物体所受应变满足上述性质(3), 则称物体受到均匀应变, 否则称为非均匀应变。显然, 均匀形变意味着均匀应变, 反之亦然。所以, 有时不特别区分这两个名称的关系, 只不过均匀应变着重于说明畸变状况。同样的道理也可以说明非均匀形变与非均匀应变这两个名称的关系。

构造地质学中涉及的岩石形变, 大部分是非均匀形变。例如, 最常见的褶皱现象可认为是由原先的平直岩层变形而来, 如图2-2所示。它破坏了上述性质(1), 因此是非均匀形变。由于非均匀形变的一般数学理论极其复杂, 故通常只要可能, 总是用均匀形变的研究来代替非均匀形变的研究。如果变形足够平滑, 则可将物体分成若干小块, 每一小块当作均匀形变来处理。如图2-2中原立方块变为近似的平行六面体。于是整个问题化为研究若干个均匀形变的问题。

若物体受到均匀形变, 由于上述性质(3), 此时任一点邻域的畸变都是相同的, 故一点邻域的畸变代表了

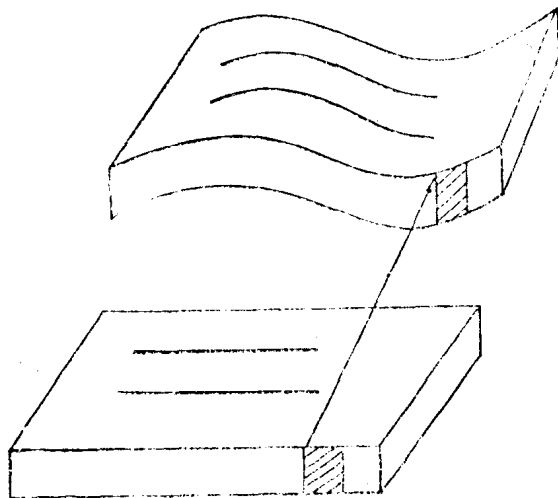


图 2-2 平直岩层的褶皱, 表明它为非均匀形变

整个物体的畸变。而对于非均匀形变下的物体，则可分成上述的若干个受均匀形变的小块，或者至少体内每一质点的邻域受到的是均匀形变，故整个物体的畸变由若干个不同质点邻域的畸变来代表。在这样的理解下，我们以后主要讨论均匀形变的情况，而且一般不特别说明均匀形变发生在一点的邻域内还是在整个物体内部。

若位移分量是坐标的下列线性函数，即

$$u = a_1 x + b_1 y + c_1 z, \quad v = a_2 x + b_2 y + c_2 z, \quad w = a_3 x + b_3 y + c_3 z \quad (2.5)$$

其中系数 $a, b, c$ 均为常数，由这样的位移场确定的形变必然具有上述均匀形变的三条性质。因此，它代表了均匀形变。同理，若确定形变的位移场是坐标的非线性函数，则代表了非均匀形变。

对于均匀形变，式(2.4)也是线性的，一般可写为：

$$x_1 = A_1 x + B_1 y + C_1 z, \quad y_1 = A_2 x + B_2 y + C_2 z, \quad z_1 = A_3 x + B_3 y + C_3 z \quad (2.6)$$

其中系数 $A, B, C$ 为某些常数。

## 二、应 变

如上所述，下面的讨论在均匀形变的假定下进行。我们把物体本身形状或大小的变化叫做物体的畸变，而在数值上度量畸变程度的量叫做应变。具体地说，物体发生畸变时，物体内部各质点的相对位置发生了变化。描述这种变化可以通过两类量。一类量描述物体内部一质点线段在变形前后的长度变化，此类量称为线应变。另一类量描述物体内部两条质点线段间的交角在变形前后的变化，这类量称为剪应变。通过测量或计算这两类量，可以确定线段的畸变状况，并进而确定整个物体的畸变。

### (一) 线应变

设物体中某质点线段变形前长度为 $l_0$ ，变形后该线段长度为 $l_1$ ，如图2-3所示。为在数值上描述此线段长度的变化，即定义线段的线应变，可以有不同的度量方法，常用的有下列几种：

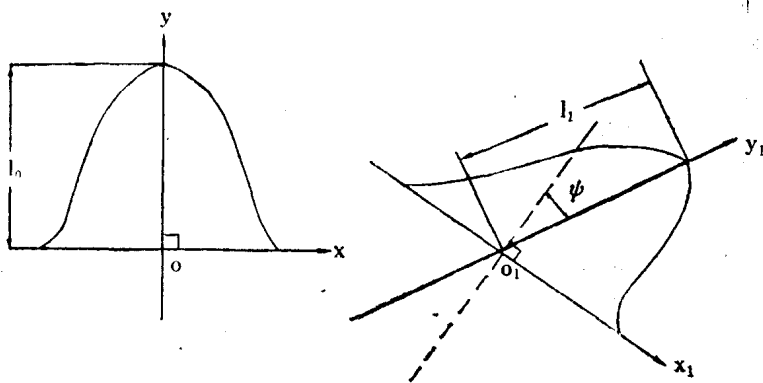


图 2-3 线段的长度变化和夹角变化，由此定义线应变和剪应变

(1) 伸长度 $e$  线段的长度改变量 $\delta l = l_1 - l_0$ 与原长 $l_0$ 的比值定义为该线段的伸长度(伸长为正，缩短为负)，记为 $e$ ，即：



$$e = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\delta l}{l_0} \quad (2.7)$$

(2) 长度比  $S$  我们亦可用线段变形后长度  $l_1$  与变形前长度  $l_0$  之比值来描述线段长度的变化, 该比值叫长度比, 记为  $S$ , 即

$$S = \frac{l_1}{l_0} = 1 + e \quad (2.8)$$

(3) 平方长度比  $\lambda$  比量  $S$  更常用的度量是长度比  $S$  的平方, 称为平方长度比, 记为  $\lambda$ , 即

$$\lambda = \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = S^2 = (1 + e)^2 \quad (2.9)$$

(4) 自然应变  $\bar{\epsilon}$  在以上的度量中, 均以线段的原长为基准, 把变化了的长度与原长去比从而得到线应变。但在长度变化较大时, 而且如果对地质体的应变历史和构造发育之间的联系感兴趣, 则应把大的应变看成伸长度的一系列无限小增量  $\frac{dl}{l}$  之和, 其中  $l$  为每一增量的起始状态的长度, 而  $dl$  为相应的长度改变量。于是定义自然应变  $\bar{\epsilon}$  为:

$$\bar{\epsilon} = \sum_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_1}{l_0} = \ln(1 + e) \quad (2.10)$$

从某种意义上来说, 自然应变更真实地反映出线段长度的变化。例如, 若一线段在变形后长度缩短到几乎为零, 此时  $e$  之值趋向于  $-1$ , 而  $\bar{\epsilon}$  之值趋向于  $-\infty$ 。可见  $\bar{\epsilon}$  更明显地反映变形情况, 所以又把式 (2.10) 定义的  $\bar{\epsilon}$  叫做真应变。

上面定义的四个量  $e$ 、 $s$ 、 $\lambda$  及  $\bar{\epsilon}$  都是线应变, 它们彼此是有联系的, 给定其中一个量便可确定其余三个量。在研究具体问题时用哪一个量, 要根据需要和方便而定。

还应指出, 在上面的定义中, 例如对式 (2.7), 由于假定了物体受均匀形变, 一直线段的各部分具有相同的伸长度, 故  $l_0$  可以具有任意长度。若物体受到的是非均匀形变, 则应认为  $l_0$  是一个小量, 讨论只是在一点邻近的一个足够小的线段上来进行的。

## (二) 剪应变

物体发生畸变时, 体内任意两条质点线段间的交角一般会发生变化。若初始互相垂直的两质点线段  $ox$  及  $oy$ , 变形后它们间直角的改变量为  $\psi$  (见图2-3), 则定义  $ox$  与  $oy$  间的剪应变  $\gamma_{xy}$  为

$$\gamma_{xy} = \tan \psi \quad (2.11)$$

这里角  $\psi$  称为角剪切 (angular shear)。为了明确起见, 规定原直角若减少,  $\psi$  取正值, 否则取负值。同理,  $\gamma_{yx}$  代表  $oy$  轴与  $ox$  轴所成直角的剪应变, 根据弹性理论, 显然有

$$\gamma_{yx} = \gamma_{xy} \quad (2.12)$$

以后常常要用到某一直线 (轴) 的剪应变的概念。在二维应变的情形中, 某直线的剪应变指的是该直线与由它顺时针转  $90^\circ$  所成直角在变形后的改变量  $\psi$  的正切。 $\psi$  的正负号规定同上。例如, 对图2-3中的  $oy$  直线, 其剪应变  $\gamma_y$  按定义为:

$$\gamma_y = \tan \psi$$

而直线  $ox$  的剪应变  $\gamma_x$  按定义得到:

$$\gamma_x = \tan(-\psi) = -\tan \psi = -\gamma_y \quad (2.13)$$

① 根据材料力学的符号规定  $\gamma_{yx} = -\gamma_{xy}$ 。