

工程坊论题解集



工程场论题解集

〔英〕A·J·巴顿富勒著

北京工业学院 微波教研室译

国防工业出版社

内 容 简 介

本书以实例分析场论在工程中的广泛应用和解题方法。着重于静场，包括电场、引力场、流体场和磁场，还有电磁感应。每章开头有相关的原理摘要。共有 145 个例题和 244 个习题及解答。

本书可供大专学校电工、无线电类型专业作教学参考用书，也可供有关工程人员的参考。

本书由下列同志翻译：第一至第六章蒋坤华；第七至第八章周殿彬；第九至第十章尚洪臣；第十一至第十二章方子文；第十三章阎润卿；第十四章李英惠。第一至第八章，第九至第十四章分别由卢荣章和楼仁海校阅；周殿彬校对全书符号、公式，楼仁海审校全稿。

前 言

本书是作者在莱斯特大学工程系给一年级学生讲授一门课程而编写的。它是作为作者同一门课程上的另一本书^[+]的参考书而编写的。很多课程都是用计算例题及习题练习作为最好的补充。对于这门课程完全生疏的读者来说,《工程场论》给以本课程的详细阐述,并用少量计算例题和一些习题加以补充。本书提供了《工程场论》中有关原理的摘要和大量计算例题、全部习题题解、与相等数量的全新的习题及其题解。对于《工程场论》中习题具有困难的学生,或者需要更多计算例题和解更多习题的学生来说,本书将是有益的。同时,对于那些拥有详细讲授笔记的听课者来说,本书也将给予有参考价值的原理摘要。

本书的内容自然地分为两部份。第一部份由电通量开始,阐述通量概念,并涉及引力、理想流体流以及磁学中的应用。第二部份也是从电位出发,介绍位的概念,并涉及引力、电导、流体流过渗透性媒质、传导热传递、理想流体流及磁学中的应用。重点限于静态场,虽有一章关于电磁感应,但时变场却不包括在内。本书共有 104 图,145 道计算例题,以及有答案的 224 道题。

在莱斯特大学,对场论课程的发展曾经作出过贡献的很多人们难以一一致谢。我期望,感谢的不周不会被理解成对他们缺少谢意。

本书中给出的不少习题曾以打印的例题集形式由我们的学生用了多年。我还感谢我的各位同事,多年来,他们曾教过这门课程,为这些习题作出了贡献。

A·J·巴顿富勒

[+] A·J·巴顿富勒:《工程场论》

Pergamon 出版社 牛 津

1973.

目 录

前言
绪论

第一部份 通 量

第一章	通量	(3)
第二章	电通量	(9)
第三章	通量函数	(24)
第四章	电气材料	(40)
第五章	引力通量	(49)
第六章	流体流场	(59)
第七章	磁通量	(73)

第二部份 位

第八章	电位	(85)
第九章	位函数	(100)
第十章	其他型式场	(116)
	引力位	(116)
	电传导	(117)
	经过渗透性媒质的流体流	(119)
第十一章	传导热传递	(129)
第十二章	流体流动位	(146)
第十三章	磁位	(158)
第十四章	电磁感应	(173)
附录		
附录 1	物理常数	(189)
附录 2	有关公式对照表	(189)
附录 3	符号	(190)

绪 论

场论给出统一的数学理论, 这种理论用于若干不同的物理领域。本书提供了场论有关方面的许多应用, 内容有引力、静电学、磁学、电流、热传导、流体流及渗漏等方面的原理摘要、计算例题、习题及其题解。除开第一章是绪论性质而没有附加习题外, 本书各章由下列几节内容组成:

原理

例题

习题

题解

附加习题

附加题解

各章第一节的内容是求解本章习题所需的原理摘要。有些同学需要详尽的原理阐述, 可参考作者同一课程的另一教材^[+]。它恰好提供了详尽的必要的论述。关于例题这一节, 在每一道例题后面, 紧接给出了详细的计算解答。习题与其题解之所以分开印在不同页数上, 为的是学生看到题解之前, 可以首先自行做题。对于那些在解题方面需要更多训练的学生, 那么另有一套附加习题, 它也包括每章全部主题材料。

在弄清解的前提下, 附加习题的解答尽求简明扼要。

已学过《工程场论》的学生将会发现, 该书中全部习题重列在本书中。这些习题列在表 1.1 中。此书无参考书目, 读者可参考《工程场论》的参考书目。

表 1.1 《工程场论》中习题编号与本书中习题编号对照表

本 书 习 题 编 号	《工程场论》习题编号
1.1—1.5	1.1—1.5
2.1—2.10	2.1—2.10
3.1—3.10	3.1—3.10
4.1—4.5	4.1—4.5
5.1—5.5	5.1—5.5
6.1—6.5	5.6—5.10
7.1—7.10	6.1—6.10
8.1—8.10	7.1—7.10
9.1—9.10	8.1—8.10
10.1—10.7	9.1—9.7
10.8—10.10	9.18—9.20
11.1—11.10	9.8—9.17
12.1—12.10	10.1—10.10
13.1—13.10	11.1—11.10
14.1—14.10	12.1—12.10

第一部份 通 量

第一章 通 量

原 理

在电、磁、重力等物理现象中，一物体对某距离的另一物体产生作用，牛顿(Newton)定律(方程(5.1))和库伦(Coulomb)定律(方程(2.1)和(7.1))两者都是描述两物体之间的作用力，而不涉及两物体之间作用力传递的物理实质。然而，为了能够理解这一现象，以便我们能够在实际中应用它，必须假设力能够自一物体传送到另一物体的方式。我们假设，一种假想流体由一物体流出去，对途中的另一物体产生作用力，对事实不需要假设物理模型，提出一个符合全部观察所得事实的系统是足够了。场论运用假想流体的放射即通量的概念，因为它有助理解场效应现象；因为它符合观察所得的事实；还因为它使人们能够预见其他地点将发生的情况。场论的基础是观察所得事实的解释，这种解释便于用来预见已知条件下的结果。实际上，这种解释可能是虚拟的。但对工程人员来说，却是可以接受与有用的。因为它给出了正确的答案。由于这种理论是围绕假想流体流动而建立的。因而，这一理论也同样适用于电流，传导热传递及某些真正流体流系统。

在静电学中，通量的场概念认为假想的流体由带电体自由地流出，并且靠着它的运动在它的途中对另一带电体施加作用力，在一种意义上说，通量是虚构流体，因为它既不是液体又不是气体，也不能用我们的通常的器官去检验它，然而，从另一种意义上说，电通量是实在的，因为电荷总是可以发现它的。同样地，磁铁将受磁通所施加的作用力，任意一块物体将受到重力通量所施加的作用力。

本书采用国际单位制(SI单位制)。这种单位制列于表1.1。通常采用的倍乘和约量的词冠由表1.2给出。

表 1.1 国际单位制基本单位

量	单 位	符 号
长 度	米	m
质 量	千 克	kg
时 间	秒	s
温 度	开尔文	K
电 流	安 培	A
附 加 单 位		
平面角	弧 度	rad
立体角	球面度	Sr

导 出 单 位		
面 积	平方米	m^2
体 积	立方米	m^3
频 率	赫 芝	$H_z (c/s)$
密 度	每立方米千克	kg/m^3
速 度	每秒米	m/s
角速度	每秒弧度	rad/s
加速度	每平方秒米	m/s^2
角加速度	每平方秒弧度	rad/s^2
力	牛 顿	$N(kgm/s^2)$
压 力	每平方米牛顿	N/m^2
能、热能	焦 尔	$J(Nm)$
功 率	瓦 特	$W(J/s)$
热导率	每米开尔文瓦特	$W/m K$
电荷、电通量	库 仑	$C(As)$
电位差、电动势	伏 特	$V(W/A)$
电强度、场强度	每米伏特	V/m
电 阻	欧 姆	$\Omega(V/A)$
电阻率	欧姆米	Ωm
电 导	西门子	$S(1/\Omega)$
电导率	每米西门子	S/m
电 容	法 拉	$F(As/V)$
电通密度	每平方米库仑	C/m^2
磁通、极强度	韦 伯	$Wb(Vs)$
磁位差、磁动势	安 培	A
磁强度、场强度	每米安培	A/m
电 感	亨 利	$H(Vs/A)$
磁通密度	特斯拉	$T(Wb/m^2)$

表 1.2 倍乘和约量标号

倍乘或约量	词 冠	符 号	发 音
10^{12}	tera	T	tèr'ā
10^9	giga	G	jīgā
10^6	mega	M	Megā
10^3	kilo	k	Kil'ō
10^{-3}	milli	m	mil'i
10^{-6}	micro	μ	mōkrō
10^{-9}	nano	n	nān'ō
10^{-12}	pico	p	Pē'co
10^{-15}	femto	f	fēm'tō
10^{-18}	atto	a	āt'tō

温差的单位是“开尔文”(Kelvin)，但是，温度常常按照摄氏的单位 $^{\circ}\text{C}$ 计量的。摄氏单位中每单位的温升与开尔文单位相同，但具有不同的零度。所以 $0^{\circ}\text{C} = 273.15\text{K}$ ，量纲法常常用来核对方程是否正确。在力学系统中，三个基本量纲是长度 L 、质量 M 和时间 T 。另一基本量纲是电流 A ，并且采用电位差也是方便的。

一个标量可以用它的大小全部得到说明。一个矢量需要用方向和大小来说明。全书中，注脚表示矢量的分量。在直角坐标中，注脚用 x 、 y 、 z 表示，在圆柱坐标中，注脚用 r 、 θ 、 z 表示。在矢量方程中，为了给出不可缺少的表示式的方向，我们采用单位矢量。单位矢量的方向，由所加的注脚表示。矢量的一些性质如下：

加法：如果 $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

则 $C_x = A_x + B_x, C_y = A_y + B_y, C_z = A_z + B_z$

标量乘矢量：如果 $\vec{C} = k\vec{A}$

则 $C_x = kA_x, C_y = kA_y, C_z = kA_z$

矢量的标积：

$$k = \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

矢量的矢积：如果 $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

则 $C_x = A_y B_z - A_z B_y, C_y = A_z B_x - A_x B_z, C_z = A_x B_y - A_y B_x$

例 题

1.1 求出加速度、力、功或能的量纲。

解：在力学中，加速度的定义为

$$\text{加速度} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

这是长度被时间的平方除，因此加速度的量纲是 $L T^{-2}$ 。

力定义为质量 $\times$ 加速度。因此力的量纲是 $M L T^{-2}$ 。

功定义为力 $\times$ 距离，因此功的量纲是 $M L^2 T^{-2}$ 。另一方面，功或能量的量纲可由动能公式得出。能量 = 质量 $\times$ (速度) 2

在电学用语中，能量为电位差、电流和时间的乘积。故，能量 = VAT

1.2 根据库伦定律 (方程(2.5))

$$f = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

找出电容率 ϵ_0 的量纲和国际制单位。

解：重新整理方程，给出 ϵ_0 的表达式。

$$\epsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2 f}$$

把这表达式表示为量纲式，得到

$$(\epsilon_0) = \frac{(AT)^2}{L^2 M L T^{-2}} = \frac{A^2 T^2}{L M L^2 T^{-2}}$$

把能量表示为力学的量纲和电学的量纲, 使量纲的分母变成电学的量纲。

$$(\text{能量}) \equiv \text{ML}^2\text{T}^{-2} = \text{VAT}$$

因此

$$(\epsilon_0) \equiv \frac{\text{A}^2\text{T}^2}{\text{LVAT}} = \frac{\text{AT}}{\text{VL}}$$

这就是单位长度电容的量纲。所以, 由表 1.1, 电容率的单位为每米法拉。

1.3 叙述下列各量是标量还是矢量, 说明理由: 时间、速度、力以及高度。

解: 时间是一标量, 时间只存在于—维坐标中而不需要说明方向。

速度是一矢量, 运动能在三维坐标中的任何地方出现, 速度需要由它的大小和它的方向来确定。

力是一矢量, 力的作用方向以及力的大小都需要确定。

高度是一标量。高山和丘陵的海拔高度, 并不取决于达到高山或丘陵顶端的路径。如果海平面的每一处降落同一数值, 整个地面的海拔高度将增加同样的值。

1.4 证明做功是两个矢量 (力和该力作用点的移动距离) 的标量积。

解: 该力的作用点沿力的方向移动时, 力能做功, 当力的方向和运动方向不一致时, 做功等于移动的距离和平行于运动方向上力的分量之乘积。如果位移 $\vec{l}$ 分解成三个相互垂直的分量 l_x , l_y 和 l_z , 则所作总功等于位移分量与相应力的分量三个乘积之总和, 因此,

$$W = F_x l_x + F_y l_y + F_z l_z = \vec{F} \cdot \vec{l}$$

1.5 证明平行四边形的面积等于平行四边形相邻边的两个矢量的矢量积。

解: 一个平行四边形的面积是底和高的乘积, 矢量乘积可以表示成一个矢量的幅度和另一矢量沿原矢量的垂直方向上的分量的矢量积。因此平行四边形两相邻边用矢量 $\vec{B}$ 和 $\vec{C}$ 表示时, 它的面积为

$$\vec{A} = \vec{B} \times \vec{C}$$

矢量 $\vec{A}$ 与平行四边平面相垂直。这是一个有用的惯例, 一个面积可以用一个矢量表示, 这矢量的大小等于该面积, 矢量的方向与该面积平面相垂直。

习 题

1.1 由长度 L、质量 M 和时间 T, 确定下面的量纲: 面积、体积、速度、加速度、力、密度、压力、应力、功和功率。

1.2 找出列在题 1.1 中每个量的国际制单位, (S、I 单位制)

1.3 从工程和科学所有领域中, 列举若干标量物理量与矢量物理量。

1.4 万有引力定律(牛顿定律)称, 质量为 m_1 和 m_2 , 相距为 d 的两个球体之间的吸引力为

$$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$$

其中 G 为引力常数, 求出 G 的量纲 (L, M, T) 在国际单位制中, 其值为 6.67×10^{-11} , 此值是在哪些单位中测定的?

1.5 在厘米-克-秒和静电单位制中, 空气中相距为 d 的两个点电荷之间的作用力为

$$F(\text{达因}) = \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

同样关系式, 在国际单位制中为

$$F(\text{牛顿}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

如果电流 3.0×10^9 静电单位等于 1.0 安, 推出 ϵ_0 值。

解 答

1.1 一个量的量纲的求法, 已在例 1.1 的解中示出, 这些量纲为

$$\text{面积} = L^2$$

$$\text{体积} = L^3$$

$$\text{速度} = (\text{距离})/(\text{时间}) = LT^{-1}$$

$$\text{加速度} = (\text{速度})/(\text{时间}) = LT^{-2}$$

$$\text{力} = (\text{质量}) \times (\text{加速度}) = MLT^{-2}$$

$$\text{密度} = (\text{质量})/(\text{体积}) = ML^{-3}$$

$$\text{压力} = (\text{力})/(\text{面积}) = MLT^{-2}L^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$\text{应力} = \text{压力} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$\text{功} = (\text{力}) \times (\text{距离}) = ML^2T^{-2}$$

$$\text{功率} = (\text{功})/(\text{时间}) = ML^2T^{-3}$$

1.2 国际制单位可从每个量的量纲将 $M = \text{千克}$, $L = \text{米}$, $T = \text{秒}$ 代进去直接得到。另一方面每个量的国际制单位列在表 1.1 中, 所需的答案是:

$$\text{面积: 米}^2 \quad \text{密度: 千克/米}^3$$

$$\text{体积: 米}^3 \quad \text{压力} = \text{应力: 牛/米}^2$$

$$\text{速度: 米/秒} \quad \text{功: 焦}$$

$$\text{加速度: 米/秒}^2 \quad \text{功率: 瓦}$$

$$\text{力: 牛}$$

1.3 更多资料参见例 1.3 的解。

标量: 高度或海拔高度、时间、能量、体积、位差、温度等。

矢量: 力、速度、加速度、梯度、电流等。

1.4 将本题的方程重整理得到

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

因此 G 的量纲为

$$(G) = \frac{MLL^2}{T^2 M^2} = \frac{L^3}{MT^2}$$

G 的单位可以根据整理后方程的各分量量纲或约简量纲而得到, 即:

$$\text{牛顿} \cdot \text{米}^2 / \text{千克}^2 = \text{米}^3 / \text{千克} \cdot \text{秒}^2$$

1.5 在静电制方程中, q 是用静电单位计量, d 用厘米计量。在国际制方程中, q 是用

库仑计量, d 是用米计量。依据国际制方程相距为 1.0 米的两个 1.0 库仑的电荷受到 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 牛顿的力, 把这些量代入静电制方程中, 得到的力为

$$F = \frac{9.0 \times 10^{18}}{10^4} = 9.0 \times 10^{14} \text{ 达因} = 9.0 \times 10^9 \text{ 牛}$$

因此

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9, \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9}$$

第二章 电 通 量

原 理

称作通量的假想场,是用来描述作用于一定距离的力的效应。流体流产生作用力是该流与另一通量源发出的流相互作用结果。通量是不可压缩的,也没有质量与密度。

库伦定律描述两个点电荷之间的作用力。若 d 是点电荷 q_1 和 q_2 之间的距离,则作用力为

$$\vec{f} = 9 \times 10^9 \times \vec{U}_d \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad (2.1)$$

其中 $\vec{U}_d$ 是在长度 d 方向上的单位矢量。对于两个相同极性的点电荷,作用力是排斥力。库伦定律中的数值常数是所采用单位制的函数,并且可看成是一个实验常数。离开孤立点电荷等距离的地方,作用力和测量点的位置无关。力场是由点电荷发出的通量流产生的,同时通量流在电荷周围所有方向上将是均匀的。从点电荷发出的总通量为 ψ ,使它等于用库仑计量的电荷值。

通量密度定义为每单位面积的通量。它是个矢量,其方向平行于通量流。点电荷 q 即大小为 ψ 的等效通量源,在 r 处的通量密度为

$$\vec{D} = \vec{U}_r \frac{q}{4\pi r^2} = \vec{U}_r \frac{\psi}{4\pi r^2} \text{库/米}^2 \quad (2.2)$$

通量密度矢量的正式定义为

$$\vec{D} = \lim_{\text{面积} \rightarrow 0} \left(\frac{\text{通过面积的通量}}{\text{面积}} \right) \quad (2.3)$$

作用在跟平面相垂直的方向上。若 $\vec{D}$ 是电荷 q_1 在电荷 q_2 处产生的通量密度,当 $d=r$ 时,把方程 (2.2) 代入方程 (2.1) 得

$$\vec{f} = 36\pi \times 10^9 \vec{D} q_2 \quad (2.4)$$

方程 (2.4) 中的数值常数具有量纲。它的倒数定义为基本电常数,称作电容率常数,其符号为 ϵ_0 。

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{法/米}$$

用电容率常数来表达,方程 (2.1) 变成

$$\vec{f} = \vec{U}_d \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (2.5)$$

通量密度矢量的定义可以用面积矢量来表达。穿过一个用矢量 $\vec{A}$ 表示的平面的均匀通量密度为 $\vec{D}$ ，见图 2.1，则总通量为

$$\psi = \vec{D} \cdot \vec{A} \quad (2.6)$$

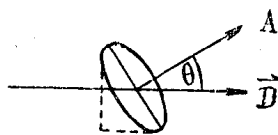


图 2.1 具有倾斜于平面的通量密度，总通量的计算

对于非均匀场来说，在一个小面积元 $d\vec{A}$ 上的通量密度仍然可以看作是均匀的。总通量可以通过所考虑的整个表面上积分而得到，即

$$\psi = \int_s \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (2.7)$$

用电容率常数来表示，方程 (2.4) 变成

$$\vec{f} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} q_2 \quad (2.8)$$

其中 $\frac{D}{\epsilon_0}$ 称为电场强度，它定义为

$$\vec{E} = \lim_{\text{电荷} \rightarrow 0} \left(\frac{(\text{作用在电荷上的力})}{(\text{电荷})} \right) \quad (2.9)$$

电容率给出了通量密度和电场强度之间的直接联系。

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (2.10)$$

同时方程 (2.8) 变为

$$\vec{f} = \vec{E} q \quad (2.11)$$

迭加原理称，对于一定数目的电荷，每个电荷的作用可以一个个地用矢量法加在一起，得出任何电荷系统同时作用于一个电荷的总力或总场强或总通量密度。

高斯 (Gauss) 定律称，穿出任何闭合面的总通量等于包围在闭合面内的总通量源的代数和。或者写成

穿出通量 = 所包围电荷。

或写成数学形式

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{A} = \Sigma q_{\text{被包围}} = \int_v \rho dV \quad (2.12)$$

其中 ρ 是分布电荷的体密度。

高斯定律用于求解全部属于对称分布的通量问题。就是说，表面上通量密度是均匀分布的这类问题，由若干对称电荷分布所产生的通量密度可通过高斯定律的应用来求得，这里列出一些结果。

1. 有一半径为 R ，均匀电荷密度为 ρ 的球 距离球心 r 的地方

$$\text{当 } r > R \quad \vec{D} = \vec{U}_r \frac{1}{3} \frac{R^3}{r^2} \quad (2.13)$$

$$\text{当 } r < R \quad \vec{D} = \vec{U}_r \frac{1}{3} \rho r \quad (2.14)$$

2. 有一电荷密度为 q 的长直线电荷丝, 相距 r 的地方

$$\vec{D} = \vec{U}_r \frac{q}{2\pi r} \quad (2.15)$$

3. 有一电荷密度为 σ 的平面, 相距 d 的地方

$$\vec{D} = \vec{U}_d \frac{1}{2} \sigma \quad (2.16)$$

4. 两平行等值异号电荷密度的面电荷所产生的通量密度见图 2.2。在两带电平面之间的区域内, 通量密度是 σ , 而在这区域之外, 通量密度等于零。

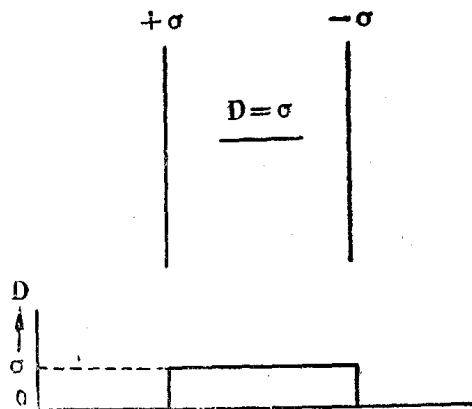


图 2.2 在两平行带电平面之间区域内的通量密度

例 题

2.1 一个 1.0 微库的孤立电荷发出的总通量是多少? 它们在空间的分布怎样?

解: 点电荷发出的通量等于点电荷的大小, 因此, 点电荷就是强度为

$$\psi = q = 1.0 \text{ 微库}$$

的通量源。

通量由通量点源均匀地流出去, 因而, 通量将均匀地分布在以点电荷为中心的球面上。

2.2 有一个 20 纳库的孤立点电荷, 在距离 0.2 米处的电通量密度是多少?

解: 问题归结为空间里的点电荷, 存在着均匀通量分布在围绕点电荷的球面上。通量密度是由总电荷除以所给半径处闭合球表面积而得到。这与方程 (2.2) 给出的公式相同。所以

$$D = \frac{\psi}{A} = \frac{20 \times 10^{-9}}{4\pi \times (0.2)^2} = \frac{10^{-6}}{8\pi} \approx 3.98 \text{ 纳库/米}^2$$

2.3 与一个 20 纳库孤立点电荷相距 0.2 米地方的电场强度是多大?

解: 在例 2.2 中, 我们已经找出与 20 纳库的点电荷相距 0.2 米处的电通密度。电场强度与电通量密度按照方程 (2.10) 通过电容率相联系。然后利用例 2.2 的 D 值得出

$$E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{36\pi \times 10^9}{8\pi \times 10^6} = 4.5 \times 10^3 \text{ 伏/米}$$

2.4 与一个 10 纳库的点电荷相距 1 米处的电场强度是多少?

解: 本题与例 2.3 很相似, 不把数值代入例 2.2 与 2.3 中用过的方程中, 而将采用另外一种方法, 作为场强的定义。方程 (2.9) 指出, 场强在数值上等于所讨论的点上作用于单位电荷上的力。从库伦定律方程 (2.1) 作用在单位电荷上的力为

$$f = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8} \times 1}{1.0 \times 1.0} = 90 \text{ 牛}$$

所以电场强度是 90 牛/库。由量纲分析可以证明牛/库与伏/米相同。

2.5 三个 10 纳库的点电荷位于边长为 1.0 米的平面等边三角形的顶点位置上, 求任何

电荷所受到另外两个电荷作用力。

解：这些电荷及其产生的作用于三者之一的力见图 2.3。力 f_1 和 f_2 分别由电荷 q_1 和 q_2 产生。根据库伦方程 (2.5)

$$f_1 = f_2 = \frac{10^{-6} \times 10^{-6} \times 36\pi}{4\pi \times 1.0 \times 1.0 \times 10^{-9}} = 0.9 \text{ 牛}$$

利用迭加原理，由两个电荷单独产生的力，可以进行矢量相加，得出两个电荷产生的净力。由图可知，净力沿水平线方向是零，而总的力作用在垂直方向上。净力为

$$f = (f_1 + f_2) \cos 30^\circ = 1.56 \text{ 牛}$$

2.6 边长为 1.0 毫米的立方体均匀地带电，其中电荷体密度为 10^{-6} 库/米³。若立方体包围在半径为 1.0 米的球壳内。求穿出球面的总电通量，关于球面上的通量密度有什么可说的？

解：在立方体内的总电量是体电荷密度与体积的乘积，所以总电量为

$$Q = 10^{-6} (10^{-3})^3 = 10^{-15} \text{ 库}$$

根据高斯定律

穿出通量 = 所包围的电量

因此总通量为

$$\psi = Q = 10^{-15} \text{ 库}$$

只要带电立方体是闭合球面之内。闭合球面的大小不影响流出该表面的总通量。由于立方体不是球对称，同心球面上的通量密度是不均匀的。因为本题不说立方体处于球体中心。关于球面上的通量密度，除了说它是不均匀外，不可能说别的。若立方体是在闭合球面中心，则在球表面上的通量密度的近似值可通过假设立方体上的电荷用立方体中心上的点电荷代替求得。然后，通量密度的近似值由方程 (2.2) 式得出。

$$D = \frac{10^{-15}}{4\pi \times 1.0^2} = 7.96 \times 10^{-17} \text{ 库/米}^2$$

由于立方体的边长仅是球半径的 0.1%，可料到这是很好的近似。

2.7 根据基本原理，求一半径为 1.0 米，均匀体电荷密度为 1.0 微库/米³ 的球的表面上的通量密度。

解：根据高斯定律，

穿出通量 = 所包围的电量。

因为本系统为球对称，球面上的通量密度是均匀的，穿出球面的通量等于球的通量密度和球表面积的乘积。因此

$$\psi = D \times 4\pi r^2$$

同时，通量又等于闭合面所包围的总电荷，故

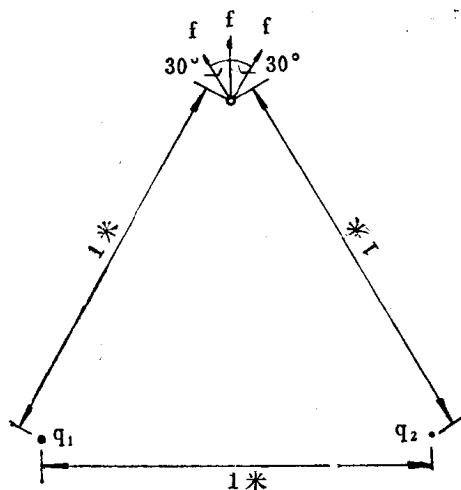


图 2.3 例 2.5 的图解说明