# 超级高中数理化公式定理

CHAOJI GAOZHONG SHULIHUA GONGSHI DINGLI

CHAOJI

GAOZHONG

SHULIHUA

彩色图解

口袋本

根据最新高中课程编写

主编：乔家瑞 国运之 龚大彭

# 超级高中数理化公式定理

主编：乔家瑞 国运之 龚大彭

世界图书出版公司

上海·西安·北京·广州

# 前 言

《超级高中数理化公式定理》是一本具有科学性、综合性、实用性的中学参考用书。可供广大中学师生使用，也可供参加成人高考的考生、师范院校的在校大学生使用。

本书根据最新中学教学大纲及教材的内容和要求编写，收集了教材中的全部知识点。在编写过程中，对较难理解的定义、概念，从它们的内涵、外延，以及与其他定义、概念的区别和联系上给予了详尽的解释，从而深刻地揭示了概念思维的形式。同时，在编写过程中，还努力做到了准确无误、深入浅出、通俗易懂。

本书是由具有丰富教学经验、并多年从事学科理论研究的特级教师、高级教师精心编写而成。

总之，本书完全适应21世纪的新形势、新要求；完全适应中学生的实际情况，可以与任何版本的相应中学学科教材配套使用。

# 目　录

# 数学

SHUXUE

SHUXUE

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

# I　数　学

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

# 1．集合、简易逻辑

## 集合

**把某些指定的对象集中在一起就成为一个集合，简称集．集合中每个对象叫做这个集合的元素．**

集合通常用大写拉丁字母 $A$，$B$，$C$，…表示，用小写拉丁字母 $a$，$b$，$c$，…表示集合的元素．

## 集合的特征

**集合中的元素具有确定性、互异性、无序性．**

## 集合的类型

1．**有限集**：含有有限个元素的集合叫有限集．
2．**无限集**：含有无限个元素的集合叫无限集．
3．**空集**：不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\varnothing$．

## 集合的表示方法

1．列举法　把一个集合的元素逐个列举出来，写在大括号内，这一表示法叫做列举法．

2．特征性质描述法　用该集合所含元素的共有特征性质来描述，这一表示法叫做特征性质描述法．具体作法是：在大括号内先写上表示该集合元素的一般符号及其取值范围，再画一条竖线（或一个冒号或分号），再写出这一集合中的元素所具有的一个特征性质．

特征性质必须绝对明确，必须是集合中所有元素共有的特征性质．

## 元素与集合的从属关系

如果元素 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 属于集合 $A$，记作 $a \in A$；
如果元素 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 不属于集合 $A$，记作 $a \notin A$ 或 $a \overline{\in} A$ 或 $a \notin A$．

## 集合与集合的容量关系

对于两个集合 $A$，$B$，如果集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，那么集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的子集，记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$，读作“$A$ 包含于 $B$”或“$B$ 包含 $A$”．

如果 $A$ 是 $B$ 的子集，并且 $B$ 中至少有一个元素不属于 $A$，那么集合 $A$ 叫

做集合 $B$ 的真子集，记作 $A \subsetneqq B$ 或 $B \supsetneqq A$.

当集合 $A$ 不包含于集合 $B$，或集合 $B$ 不包含集合 $A$ 时，记作 $A \nsubseteq B$ 或 $B \nsupseteq A$. 有时也记作 $A \not\subset B$ 或 $B \not\supset A$.

显然，空集是任何集合 $A$ 的子集，即 $\varnothing \subseteq A$，空集是任何非空集合 $B$ 的真子集，即 $\varnothing \subsetneqq B$.

若 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$；

若 $A \subseteq B$，$B \subseteq A$，则 $A=B$.

## 常用数集的符号

**N** 非负整数集：自然数集.

**N**$^*$ 或 **N**$_+$ 正整数集.

**Z** 整数集.

**Q** 有理数集. **Q**$^*$ 或 **Q**$_+$ 表示正有理数集.

**R** 实数集.

**C** 复数集.

## 交集

**由两个集合 $A$，$B$ 的公共元素所组成的集合，叫做集合 $A$，$B$ 的交集，记作 $A \cap B$，读作“$A$ 交 $B$”，即**

$A \cap B=\{x \mid x \in A，且 x \in B\}$.

$A \cap B$ 也可以用图 I－1－1 中的阴影部分表示.

对于任何集合 $A$，$B$ 都有

$A \cap A=A$，$A \cap \varnothing=\varnothing$，

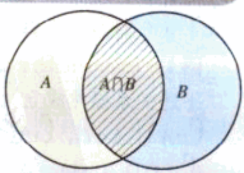



图 I－1－1

$A\cap\complement_U A=\varnothing$，$A\cap U=A$，

$A\cap B=B\cap A$.

## 并集

**把两个集合 $A$，$B$ 的所有元素合并起来所组成的集合，叫做集合 $A$，$B$ 的并集，记作 $A\cup B$，读作“$A$ 并 $B$”，即**

$A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

$A\cup B$ 也可以用图 I－1－2 中的阴影部分表示.

对于任何集合 $A$，$B$ 都有

$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，

$A\cup U=U$，$A\cup\complement_U A=U$，

$A\cup B=B\cup A$.

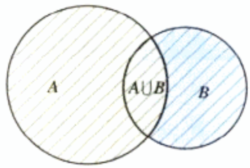



图 I－1－2

## 补集

**在一个研究过程中，如果一个集合含有所要研究的各个集合的全部元素，则这个集合可以看做一个全集，全集通常用 $U$ 来表示.**

在全集 $U$ 中，集合 $A$ 是它的一个子集，即 $A\subseteq U$. 由 $U$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合叫做 $U$ 中集合 $A$ 的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$，也可以用图 I－1－3 中的阴影部分表示.

下述关系显然成立：

$\complement_U A\cup A=U$；$\complement_U(\complement_U A)=A$；

$(\complement_U A)\cap A=\varnothing$.

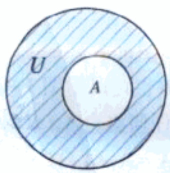



图 I－1－3

## 德摩根定律

**对于任意集合 $A$，$B$ 都有**

$$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B,$$

$$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B.$$

这就是著名的德摩根定律．它可以叙述为

$A$，$B$ 的交集的补集等于 $A$，$B$ 的补集的并集；

$A$，$B$ 的并集的补集等于 $A$，$B$ 的补集的交集．

## 命题的逻辑联结

**1．且　两个命题 $p$，$q$ 用逻辑联词“且”联结起来构成一个新命题，记作 $p\wedge q$，读作“$p$ 且 $q$”，称为联言命题．**

$p\wedge q$ 的真值表为

| $p$ | $q$ | $p\wedge q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

**2．或　两个命题 $p$，$q$ 用逻辑联词“或”联结起来构成一个新命题，记作 $p\vee q$，读作“$p$ 或 $q$”，称为选言命题．**

$p\vee q$ 的真值表为

| $p$ | $q$ | $p\vee q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

3．**非**　对命题$p$加以否定，就得到一个新命题，叫做命题$p$的否定命题，记作，$\neg p$，读作“非$p$”．

非$p$的真值表为

显然$\neg(\neg p)=p$.

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

4．**如果…，那么…**　把命题$p$，$q$用“如果…，那么…”联结起来的新命题，叫做假言命题，记作$p\to q$，读作“$p$蕴涵$q$”或“如果$p$，那么$q$”或“若$p$，则$q$”，在$p\to q$中，$p$称为前件，$q$称为后件．

$p\to q$的真值表为

| $p$ | $q$ | $p\to q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

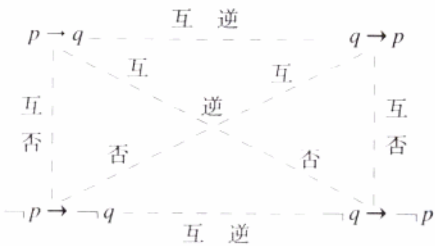
5．**等价**　把蕴涵$p\to q$与$q\to p$用逻辑联词“且”联结起来，组成的新命题$(p\to q)\wedge(q\to p)$叫做等价命题，记作$p\longleftrightarrow q$，读作“$p$等价$q$”．

等价命题$p\longleftrightarrow q$的真值表为

| $p$ | $q$ | $p\longleftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

## 命题的四种形式

**如果将命题 $p\to q$ 看做是原命题，则“$q\to p$”就是它的逆命题；“$\neg p\to\neg q$”就是它的否命题，“$\neg q\to\neg p$”就是它的逆否命题，它们的关系为**




四种命题的真值表为

| $p$ | $q$ | $p\to q$ | $q\to p$ | $\neg p\to\neg q$ | $\neg q\to\neg p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

从真值表可以看出，两个互为逆否的命题是等效的，两个互逆或互否的命题是不等效的．

### 充要条件

如果 $p\Longrightarrow q$，则称 $p$ 是 $q$ 的充分条件，$q$ 是 $p$ 的必要条件．

如果 $p\Longrightarrow q$，且 $q\Longrightarrow p$，则称 $P$ 是 $q$ 的充分且必要条件，简称 $p$ 是 $q$ 的充要条件，记作 $p\Longleftrightarrow q$．

从集合的观点看.

若 $A \subseteq B$，则 $A$ 是 $B$ 的充分条件；

若 $A \supseteq B$，则 $A$ 是 $B$ 的必要条件；

若 $A=B$，则 $A$ 是 $B$ 的充要条件.

## 2. 函　数

### 映射

设 $A$，$B$ 是两个非空集合，如果根据某个确定的对应法则 $f$，使得对 $A$ 中的每一个元素 $a$，$B$ 中都有且仅有一个元素 $b$ 与它对应，那么这个对应叫做集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射，记作 $f: A \to B$. $b$ 叫做 $a$(在 $f$ 作用下)的像，记作 $b=f(a)$，$a$ 叫做 $b$(在 $f$ 作用下)的原像.

### 函数

以 $x$ 为自变量的函数 $y=f(x)$ 就是集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射，其中 $A$，$B$ 都是非空的数的集合，自变量 $x$ 取值的集合 $A$ 就是函数 $f(x)$ 的定义域，和 $x$ 对应的 $y$ 值就是函数值，函数值的集合 $C$ 就是函数 $f(x)$ 的值域($C \subseteq B$).

定义域、对应法则和值域称为函数概念的三大要素，而其中的值域是由定义域和对应法则决定的，所以也可以说定义域和对应法则是函数概念的两大要素.

## 函数的单调性

1．增函数：如果对于给定区间上的函数 $f(x)$，对于属于这个区间的任意两个自变量的值 $x_1$，$x_2$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那 $f(x)$ 在这个区间上是增函数．

2．减函数：如果对于给定区间上的函数 $f(x)$，对于属于这个区间的任意两个自变量的值 $x_1$，$x_2$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数．

如果函数 $y=f(x)$ 在某个区间上是增函数或减函数，就说 $f(x)$ 在这个区间上具有(严格的)单调性，这一区间叫做 $f(x)$ 的单调区间．

说明

❶ 单调区间 $D$ 不一定是函数的定义域，即 $D$ 可能是定义域的一个子集，由此可知函数的单调性一般说是函数的局部性质．

❷ 函数的单调性反映在它的图象上的特征是：如果函数 $f(x)$ 是区间 $D$ 上的增(减)函数，则图象在 $D$ 上的部分从左到右是上升(下降)的．

## 函数的奇偶性

1．奇函数：如果函数 $f(x)$ 对于定义域内任意一个 $x$，都有 $f(x)=-f(-x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数．奇函数的图象关于原点成中心对称图形．

2．偶函数：如果函数 $f(x)$ 对于定义域内任意一个 $x$，都有 $f(x)=f(-x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数．偶函数的图象关于 $y$ 轴成轴对称图形．