

開明少年叢書

大大小小

王峻岑著



大 小 大 小

著 岑 峻 王



明開
書叢年少

店書明開

大 大 小 小

每冊售價人民幣 5,500元

丙(時1492)

著 者	王 峻 岑
出 版 者	閱 明 書 店 (北京西總布胡同甲50)
印 刷 者	永 盛 協 印 務 局 (上海長壽路74號)
發 行 者	三聯·中華·商務·開明·聯營 聯 合 組 織 中 國 圖 書 發 行 公 司 (北京絨線胡同63—67號)
各地分店	三聯書店 中華書局 商務印書館 開明書店 聯營書店

1948年12月初版

69 P. 36 K

1951年3月三版(6001—11000)

有著作權 * 不准翻印

我怎樣寫成了這本書

代序——並告讀者

二十五年一月，開明書店創刊了一個新的雜誌，名字叫做「新少年」。「新少年」和「中學生」可以說是一對姊妹刊物，一個相當於初中一年級以下的程度，一個相當於初中二年級以上的程度。以中等學生為對象的雜誌並不是沒有，然而在內容上充實而又活潑的，那就不能不推舉這兩份雜誌。

「新少年」不但為學生們所愛好，而且對於成年人也是一個親切的朋友；至少在我個人就有這樣的感覺。它使我感到興奮；但是同時也帶來了遺憾，因為裏面沒有關於數學的文章。慢慢的這個遺憾變成了我的一件心事。我想：我能不能寫一點？

但是，這個最大的困難卻在取材。當時我作了這樣一個計劃。我想從數學史上找出幾個人物來，每科選擇一個。一方面談故事，一方面說明各科的內容，而且在時代的順序上可能還得到關於數學發展的瞭解。

於是我寫成了兩篇，一篇是「一個最喜歡數的人」，講畢達哥拉斯（Pythagoras）；一篇是「兩千多年的一位算學先生」，談歐幾里德（Euclid）。然而這兩篇稿子結果退回來了，原因倒很簡單。因為刊物既然是給初中一年級以下的同學看，那麼關於代數和幾何的材料就勢必不合適。這件事雖然使我非常作難，然而寫作的興趣卻並沒有失掉。曾經化費了不少的心思，終於我又寫出了一篇「單位」，也就是這本書裏「標準的選擇」的一篇原稿。

當着這篇稿子登出來的時候，編者還特別寫了幾句介紹。至少，關於這類題材寫作的困難，編者是十分清楚的。

但是這篇文字，在我個人看起來並不滿意，因為裏邊還不免摻雜了些理化的常識，這仍然不很合乎理想。接着我又寫了第二篇，那就是「逢十進一」；看起來似乎比第一篇進步一點。

慢慢的思路稍微有點開展，於是我又寫出了「從大小談到算學的發展」，「從普通談到算學的研究」，「四則和六則」，以及「圖案似的乘法」。此外還有兩篇，那卻是講的三角和幾何。

這時候我的心裏有了一個新的主張。我以為，儘管比較深一點的材料不應當用，可是講明一個科目發展的趨勢和概況卻是必要的。我常常這樣想：一個好的教師不應當僅僅講明白了課本，同時還應當指示給學生一個進展的方向。只有這樣，纔能夠使學生進修。因此在敘述的範圍上，我就決定不想再受以前那樣的拘束。但是這又增加了一個新的困難，就是寫作的技術問題。

於是採用了各種不同的形式，有時候用故事，有時候用討論，有時候用講話，就好像聊天那樣的談話。往往在詞句上的修改，比內容還要費心思。然而這也同時又帶來了一個新的趣味。怎樣把深的東西講的淺，怎樣把困難的事實說的容易懂，雖然有點費力氣，卻是一件極好玩的工作。

接着，就到了七七事變的前夕，整個局面一天比一天緊張起來。當時雜誌的編者主張，一切內容要配合時事。這時候我纔注意到學科和生活的聯繫。在這本書裏，有一篇「算命的算學」，那就是一個例子。現在看起來，內容也許有點過時，然而那正是一篇可以紀念的文字。除去取例以外，我想那個判斷的決定，還是值得一看的。

終於八二三的砲火毀壞了一切文化的事業。「新少年」停刊了，我的幾篇稿子也同

時遭到了砲火的毀滅。

八年抗戰，在我個人的生活上說，是一個可怕的夢。在這個可怕的夢裏，我常常回憶到那些舊作。它給我安慰，同時也給我希望。我想，事實上不會再寫出那些稿子來了，不但生活不允許，而且心情也不允許。但是我的心裏卻還有一個憧憬。

勝利以後纔知道「新少年」又復刊了，然而名稱改成「開明少年」。當着這個雜誌見到了以後，就和見到隔絕八年的老朋友一樣。不過這時候的「開明少年」，也和剛剛復員回來的人有點相似，一切還待整理。

慢慢的「開明少年」充實起來了，它已經不是復活而是新生。這個新的生機使我又恢復了寫作的動念。於是我就開始整理舊的材料，結果寫成「大大小小」。

接着我又繼續的寫下去，那就是：「兩個特殊的數」，「不必要的算式」，「差不多先生」，「數字的意義」和「大小之比」，除此以外，還有幾篇故事。

這以前，顯然的這件工作是毫無計劃的，想到了什麼便寫什麼。但是以後我見到，目前的同學更需要思想上的營養，同時坊間關於算學的補充讀物比以前更覺貧乏。就拿算術一類的本子來說，除了習題詳解還是習題詳解。解來解去，頂多不過是學到一些零

零星星的技術。但是大部份的同學連這一點也得不到，許多習題詳解結果變成了應付考試的武器，所謂「臨陣磨槍」的那枝槍，既然有了這件法寶，那就索性更不好好的學習了。這是一件極可怕的事實！

於是我決心把已經發表過的文字編成一本書。

但是事前既然沒有整個的計劃，編起來就遇到了不少的麻煩。文字的形式既不一致，而且在內容上也沒有系統。所以我就重新設計。我預備把故事一類的文字單另彙集，這樣剩下的在形式上就統一了。然後再把它餘的幾篇重加修改，同時覺得另外還需要有些補充。

根據這個設計，我又補充了「數來數去的加和減」，「搞不清楚的除法」，以及還沒有發表過的「種種還原」和「學習的關鍵」。把整個的次序整理起來，結果就完成了現在這本小冊子。雖然還不合乎理想，可是關於算術的各方面，大致的都已經講到了。不過內容還不大整齊，所以索性把這個書名也叫做「大大小小」。

編這一本書有幾個目的。我希望讀者能夠知道：對於一件事實應當怎樣去看，對於一個問題應當怎樣去想；對於一個科目的研究要知道它是怎樣的往前發展，同時又和別

的科目有什麼聯繫；而且還要知道，有了一種知識以後，在生活的態度和方式上應當怎樣去運用。

一般人總以為算學是最死板最討厭的東西，可是在事實上並不完全是這樣的。一個人鑽在知識的圈子裏去到處碰壁，這是一件最苦惱的事情。如果能夠跳出圈子來，把握住這個圈子，於是知識纔能夠被我們消化了，吸收了，然後轉化成一個生活的能力。

所謂讀死書，死讀書，讀書死，這是一個最大的悲劇。我們要讀活書，活讀書，讀書活。

也許這個理想太高，然而這個看法是對的！至少，我是同情這個主張的。要想達到這個目的，我們必須先讓思想靈活起來——不過這本小冊子卻不見得能夠達到這個任務。好在我們彼此都是正在學習，我們可以按照這個方向走。

為什麼我要把這個經過詳細的寫出來呢？第一，我告訴你，我自己是在怎樣的學習。第二，這本書雖然勉強可以作為一本補充讀物，但是這裏面卻絕不是習題詳解那樣的內容。我希望看這本書的人，能夠拋開看習題詳解的那種心理，也許結果是會更有益處的。

但是我自已覺得，最大的遺憾就是講到的還不夠完全。而且在寫作的技術上，無疑的是越來越壞了；這倒是因為生活的壓迫而影響到心情的緣故。

我希望大家都能够參加這個工作，讓我們彼此毫無拘束的發表我們自己的意見。只有這樣，我們彼此纔能進步。而且，像以往那種拘泥的態度，和現在這種偷懶取巧的心理，假設不來一個澈底的掃除，那麼我們對於科學的研究是永遠不會發展的。

這是我預先告訴讀者的話。

目次

我怎樣寫成了這本書·····	一
大大小小·····	二
逢十進一·····	三
標準的選擇·····	四
兩個特殊的數·····	五
數字的意義·····	六
數來數去的加和減·····	七
圖案似的乘法·····	八
搞不清楚的除法·····	九
四則和六則·····	十
種種還原·····	十一
不必要的算式·····	十二

大小之比	九
學習的關鍵	七
算命的算學	六
差不多先生	一六
從普遍談到算學的研究	二三
從大小談到算學的發展	二〇

大大小小

「有限的無窮」和「無限的無窮」

所有課外作業，再沒有比算術更叫人頭痛的了。因為算術一科，處處都是「頂真」！一個習題想錯了不行，寫錯了算式不行，就是答數錯了那麼一點點也不行。教算術的先生們真是要命，不曉得他們幹嗎要那樣頂真。

可是話又說回來，算術固然頂真，卻並不是沒有方法去對付的。要想對付一門頂真的功課，最要緊的還是我們自己有一個「頂真的態度」。實在說起來，越是頂真的事情越容易對付，因為凡是頂真的東西都是最規矩的，它不會閃爍其辭，模稜兩可。

所謂「頂真的態度」是什麼呢？最要緊的就是要「澈底的追問」。對於所見所聞，無論大小都給它一個詳盡的盤查，要問明白來源去路，要搞清楚前因後果。這就是頂真態度的第一步。

現在讓我們提出一個最簡單的例子。

大家都知道，算術裏研究的是數目，要想研究數目，第一先要把數目擺在我們眼前，這就需要「記數法」。在一千四五百年之前，印度人就開始應用一到九和零的記號，憑了這十個簡單的記號，無論多麼大的數目都能表示出來。可是一直到了十七世紀，我們纔知道應用小數點；有了小數點，無論多麼小的數目，也同樣的能夠擺在我們眼前。——憑了這個「記數法」的法寶，我們纔能把大大小小的數，都收在我們的手掌裏，去分析，去處理，去運算，去研究；然後，數目纔成了我們有力的工具。

爲什麼記數法有這樣大的本領呢？說穿了也很簡單，記數法的原理不過是「定位」。同是一個數，在個位上是個，在十位上就是在個位上的十倍，在百位上就是在個位上的百倍，在千位上就是在個位上的千倍。每一位有一位單位的單位，那就拿大數是萬萬萬，十，百，千，萬；萬以上是十萬，百萬，千萬，萬萬，十萬萬，百萬萬。這都是大數已經知道的。可是照這樣下去，勢必要遇到萬萬萬，萬萬萬萬，萬萬……萬，連……也搞不清到底是多少萬了。這是多麼麻煩的事情！

爲什麼不像萬以下那個樣子，每一位都給它起一個另外的名呢？

這個問題問得很有道理，萬以上的位也應該有一個數名。實際上，不但有，而且很

多。萬以上，是億，兆，京，垓，秭，穰，溝，澗，正，載，極。這些都是中國的古名；從億到載叫做「黃帝十等數」，據說是黃帝起的名字。

從個到萬，都是十進位，逢十進一。從萬到極，卻有好幾種說法。按照原來的規定，共分下中上三等：下等數是十進位制，十萬叫億，十億叫兆；中等數是萬萬進位制，萬萬叫億，萬萬億叫兆，萬萬兆叫京；至於上等數又不同了，萬萬叫億，億億叫兆，兆兆叫京，京京叫垓，——像這樣的進位制還不多見，越來越大，我們可以把它叫做「遞增進位」。可是現在通用的進位制卻不是上面那三種，它是「萬進位制」，那就是：萬萬叫億，萬億叫兆，萬兆叫京，萬京叫垓，萬垓叫秭，萬秭叫穰，萬穰叫溝，萬溝叫澗，萬澗叫正，萬正叫載，萬載叫極。

現在比一大的數，已經有了不少的名字，那麼比一小的數，是不是也有很多的名字呢？這是第二個問題。

當然啦，我們知道比一小的數叫做「小數」，關於小數的位有：分，厘，毫，絲，忽；忽以下還有微，纖，沙。在這裏可注意的是：「分」原來是分開的意思，是個動辭；「厘」是一個簡筆字，原來是「釐」，釐就是「釐」，是牛馬的尾巴，那就是表示

從牛馬的尾巴上，取一根毛的寬度；「毫」，也可以寫成「豪」，是免子毛；「絲」是蠶吐的絲，「忽」是蜘蛛吐的絲，這些都是拿具體的東西來表示長度的。所以它們的本義是：十忽爲絲，十絲爲毫，十毫爲厘，十厘爲分，十分爲寸，十寸爲尺，尺就是長度的單位。因爲以後把十分之一個叫做「分」，所以分以下的名字也都借來表示小數的單位了。滿十倍進一位，叫做十進位制；從一到分，從分到厘到毫，分十份退一位，這可以叫做「十退位制」。

現在我們知道，大數裏最大的叫極，小數裏最小的叫沙，那麼比極更大，比沙更小的叫做什麼呢？這是我們要提出的第三個問題。

比極更大，比沙更小的數名，有是有，可是太奇怪了。一萬萬個極叫做一個「恆河沙」，一萬萬個恆河沙叫做一個「阿僧祇」。至於比沙更小的，還有塵，埃，渺，漠，模糊，逡巡，須臾，瞬息，彈指，剎那，六德，虛，空，清，淨。由大到小，都是萬萬退位制；反過來說，由小到大的，也就是萬萬進位制。

可是這些數名有點別扭，不像中國話；這個猜想一點也不錯。這裏面可以注意的有兩點：一點是，表示小的單位，連具體的東西也找不到了，於是只好利用時間來表示，

例如瞬息，彈指，刹那；連時間的表示也想不出來了，只好用虛，空，清，淨那一類抽象的名辭。第二點，所謂「恆河沙」，「阿僧祇」，以及「彈指」，「刹那」這些數名的確不是中國話，這都是從印度流傳過來的。恆河是印度的一條河，兩岸都是沙，以河沙來表示數量之多。「阿」是「無」的意思，「僧祇」是「數」的意思，阿僧祇不是沒有數，它是說沒有法去數的「數」。這是譯音，同時還有譯義的叫做「無央數」或是「無盡數」，此外還有「不可思議數」，「無量數」，都是表示那些數不清的大數。至於「彈指」以下的七個數，也都是從印度流傳過來的。印度的文化跟着佛教的傳播，使中國文化發生了變化，這是一個明顯的例證。

現在我們要提出第四個問題了，所謂一個恆河沙，一個阿僧祇到底有多大；一個清，一個淨到底有多小呢？這個問題卻不好答覆，我們實在沒法去想像。不過我們倒可以想一想一個阿僧祇或是淨，應當用怎樣一個數字去表示。

按照通用的習慣，從個到萬，一共五位，從十萬到億是四位，從十億到兆又是四位，所以從個到極一共 $3+4 \times 11 = 49$ 位。從極到恆河沙，從恆河沙到阿僧祇各有八位，所以阿僧祇應當是第 $49+8 \times 2 = 65$ 位，那就是說，一個阿僧祇是一後面要帶着六