

科學圖書大庫

費因曼物理學

(第二部一下)

編譯者 陳順強 校閱者 黃振麟

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

費因曼物理學

(第二部一下)

編譯者 陳順強 校閱者 黃振麟

徐氏基金會出版

目 錄

(第二部下冊)

第二十三章 空腔諧振器	463
23-1 實電路元件	463
23-2 在高頻率時的電容器	466
23-3 共振腔	472
23-4 空腔內的振動方式	477
23-5 空腔和共振電路	480
第二十四章 波導	482
24-1 輸送線	482
24-2 長方形的波導	486
24-3 截頻	490
24-4 導導波的速度	493
24-5 導導波的觀察	494
24-6 波導的裝設	495
24-7 波導的波型	498
24-8 導導波的另一種探討方式	499
第二十五章 以相對論的符號來表示的電動力學	504
25-1 四元向量	504
25-2 無向量乘積	508
25-3 四元梯度	512
25-4 以四元符號表示的電動力學	517
25-5 一個運動電荷的四元位能	518
25-6 電動力學各方程式中的不變量	519
第二十六章 電磁場的羅倫徹變換	523
26-1 運動電荷的四元位能	523

26-2	等速運動的點電荷所產生的電磁場.....	526
26-3	電磁場的相對論性變換.....	531
26-4	以相對論符號表示的運動方程式.....	541
第二十七章 場能及場動量		547
27-1	局部守恒.....	547
27-2	能量守恒與電磁學.....	549
27-3	電磁場的能量密度及能量之流動.....	551
27-4	場能的曖昧意義.....	554
27-5	能通用的例子.....	555
27-6	場動量.....	560
第二十八章 電磁質量		566
28-1	一個點電荷的場能.....	566
28-2	一個運動電荷的場動量.....	567
28-3	電磁質量.....	569
28-4	一個電子在自己身上的力.....	571
28-5	修改馬克士威爾理論的種種.....	574
28-6	核子力場.....	583
第二十九章 電荷在電場與磁場內的運動		587
29-1	均勻電場與磁場內的運動.....	587
29-2	動量分析.....	588
29-3	靜電透鏡.....	590
29-4	磁透鏡.....	592
29-5	電子顯微鏡.....	592
29-6	加速器內的導場.....	593
29-7	梯度交變聚焦.....	598
29-8	電場與磁場成正交情形下的運動.....	602
第三十章 晶體內部的幾何學		603
30-1	晶體內部的幾何形態.....	605
30-2	晶體中的化學鍵.....	608

30-3	晶體的生成	608
30-4	晶體點陣	608
30-5	二度空間中的對稱性	610
30-6	三度空間中的對稱性	614
30-7	金屬的強度	617
30-8	變位與晶體之成長	620
30-9	布喇格—奈晶體模型	620
第三十一章	張量	645
31-1	極化張量	645
31-2	張量分量之變換	648
31-3	能量橢球	649
31-4	其他張量；慣性張量	654
31-5	叉積	656
31-6	應力張量	657
31-7	高秩張量	663
31-8	電磁動量之四度張量	664
第三十二章	稠密物質中的折射係數	667
32-1	物質的偏極化作用	667
32-2	在電介質中的馬克士威爾方程式	670
32-3	在電介質中的電磁波	673
32-4	複數折射係數	677
32-5	混合介質之折射率	679
32-6	金屬中的電磁波	681
32-7	低頻和高頻率的近似值趨膚深度和離子體頻率	682
第三十三章	表面反射	688
33-1	光線的反射和折射	688
33-2	在稠密物質中的電磁波	690
33-3	邊界條件	694
33-4	反射和透射波	700

IV

33-5	金屬面的反射	706
33-6	全反射	708
第三十四章 物質的磁性		711
34-1	逆磁性與順磁性	711
34-2	磁矩與角動量	714
34-3	原子磁體的旋進	716
34-4	逆磁性	717
34-5	拉莫爾定理	721
34-6	由古典物理不能得到順磁性與逆磁性	723
34-7	量子力學中的角動量	724
34-8	原子的磁能	727
第三十五章 順磁性與磁共振		730
35-1	量子化的磁狀態	730
35-2	斯特恩—格拉赫實驗	733
35-3	萊比分子束法	734
35-4	大塊物質的順磁性	739
35-5	利用絕熱退磁的冷却	743
35-6	原子核的磁共振	744
第三十六章 鐵磁性		748
36-1	起磁電流	748
36-2	場 H	757
36-3	磁化曲線	759
36-4	鐵心電感	762
36-5	電磁鐵	766
36-6	自發磁化	768
第三十七章 磁性物質		788
37-1	了解鐵磁性	778
37-2	熱力性質	783
37-3	磁滯迴線	786

37-4	鐵磁性物質	793
37-5	特殊的磁性物質	796
第三十八章 彈性		801
38-1	虎克定律	801
38-2	均勻應變	804
38-3	扭棒；切變波	811
38-4	曲梁	816
38-5	擠曲	821
第三十九章 物質的彈性		825
39-1	應變張量	825
39-2	彈性張量	830
39-3	彈性體中之運動	833
39-4	非彈性性質	839
39-5	彈性常數的計算	841
第四十章 乾水的流動		848
40-1	流體靜力學	848
40-2	運動方程式	850
40-3	穩流—柏努利定理	855
40-4	環流	861
40-5	渦旋線	863
第四十一章 濕水的流動		868
41-1	黏滯性	868
41-2	黏滯性流動	873
41-3	雷諾耳數	875
41-4	經過圓柱體的流動	877
41-5	零黏滯度的極限	881
41-6	柯埃提流動	882
第四十二章 彎曲的空間		886
42-1	兩度的彎曲空間	886

42-2	三度空間的曲率.....	895
42-3	我們的空間是彎曲的.....	896
42-4	時空內的幾何學.....	898
42-5	相當原理和重力.....	899
42-6	在重力場中鐘的快慢速率.....	899
42-7	時空的曲率.....	940
42-8	在彎曲時空內的運動.....	906
42-9	愛因斯坦的萬有引力理論.....	909
名詞對照.....		912

第二十三章 空腔諧振器

- 23—1 實電路元件
- 23—2 在高頻率時的電容器
- 23—3 一共振腔
- 23—4 空腔內的振動方式
- 23—5 空腔和共振電路

複習：第一冊第 23 章，共振
第一冊第 49 章，振動方式

23-1 實電路元件

當我們由任一對末端來考察電路的時候，任何隨意由理想阻抗和發電機組成的電路，在一所予頻率下，等值於發電機 ε 與一阻抗 z 串聯，因為如果我們使一電壓 V 橫跨這兩末端，再解出所有的方程式求出電流 I ，我們就必然會得到一個介於電流和電壓之間的綫性關係式，又因為所有的方程式都是綫性的，所得的 I 必然也只綫性地依 V 而定。最一般性的綫性形式可以表示作：

$$I = \frac{1}{z} (V - \varepsilon) \quad (23.1)$$

就一般而言， z 和 ε 可以某些非常複雜的方式依頻率 ω 而定。然而，如果在末端後面只接有發電機 $\varepsilon(\omega)$ 串聯阻抗 $z(\omega)$ ，我們就會得到式 (23.1)

但有一個相反的問題：如果我們有一個任意的電磁裝置有兩個末端，我們量出介於 I 和 V 之間的關係，把 ε 和 z 表作頻率的函數，我們能不能發現這理想電路元件的組合會等值於內阻抗 z 呢？答案是：對任何理想的——即，物理上有意義的——函數 $z(\omega)$ ，我們都可以借助一含有限個理想電路元件的綫路，來作一個精確度很高的近似。現在我們不想去考慮一般性的問題

，只想以物理的理證來推論某些情形，看能推出什麼樣的結果來。

如果我們考慮一個實電阻器，我們曉得通過其中的電流會產生一磁場。所以任何實電阻器都該有些電感。同時，當電阻器上有電位差時，在電阻器末端就可能有電荷，以產生需要的電場，當電壓改變時，電荷也會成比例的改變，是故電阻器就也會有電容。我們想一實電阻器可能有如圖 23-1 中所示的等值電荷，在一良好的電阻器中，所謂「寄生的」"Parasitic" 電路元件 L 和 C 很小，於是在所欲的頻率下， ωL 就比 R 小得多，且 $L/\omega C$ 遠大於 R 。因此就可以不計它們。然而，當頻率增高時，它們最後會變得很重要，且一電阻器看起來就會像一共振電路了。

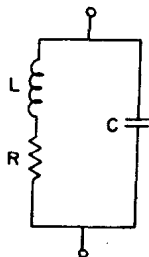


圖 23-1 一實電阻器的等值電路。

一實電感也不等於一理想化的電感，後者的電感是 $i\omega L$ ，一實導線圈會有一些電阻，所以在低頻率下，此線圈就恰等值於一電感與一些電阻串聯的組合，如圖 23-2 (a) 所示，但，你可想像到，電阻和電感都在一實線圈

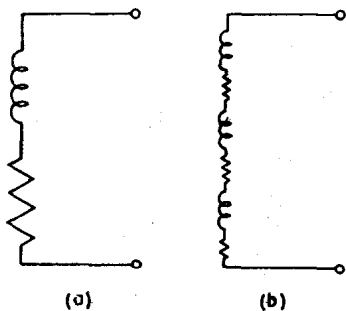


圖 23-2 在低頻率下一實電感的等值電路。

裏——電阻分佈在整個導線中，所以它與電感混合在一塊兒了。我們可能會用一個如圖 23-2 (b) 中所示的電路，它有幾個小的 R 和 L 串聯在一起。但此電路的總阻抗正是 $\Sigma R + \Sigma i\omega L$ ，這就與圖 (a) 部份的較簡單圖等值了。

當頻率增高時，一實綫圈，以一電感加上一電阻來作近似就不再很理想了。在導線上爲了供給電壓而必然會產生的電荷不能再被忽略。看起來跨越綫圈匝的電容器非常少，請見圖 23-3 (a)。我們可能試着用圖 23-3(b) 中的電路來估量此實綫圈。在低頻率的時候，此電路可用圖 (c) 中較簡單的電路（此電路不是我們所求對一電阻器在高頻率下的同樣共振電路振動方式）來替代，且效果很好。然而，在更高頻率下，圖 23-3 (b) 中的更複雜電路會得到更好的效果。但事實上，你想把一個實際的物理電感表示得愈真確，你就得在人造振動方式中用愈理想的電路元件。

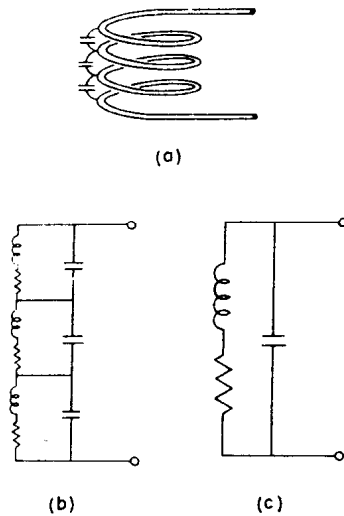


圖 23-3 一實電感的高頻率下的等值電路。

再讓我們更近一層瞧瞧在一實綫圈中有些什麼現象。一電感的阻抗是 ωL ，所以它在低頻率時成爲零——就是「短路」：所有我們能觀察到的只有導線的電阻現象。當頻率增高時， ωL 就立刻變得比 R 大很多，於是綫圈看起來就很像一理想電感了。然而，當頻率再高時，電容就變得重要了。它的阻抗就正比於 $1/\omega C$ ，在小 ω 時，此值變得很大。對足夠小的頻率而言，一個電容器就是「斷路」，於是當它與別的東西並聯時，它就阻住電流了。

但在高頻率時，電流就喜歡流到每兩匝間的電容裏去，而不經由電感。所以在線圈中的電流就由一匝跳到另一匝裏，而不辭麻煩繞過要摔掉電動勢的地方。所以，雖然我們想電流繞着迴線走，它却會抄捷徑——最少阻抗的路徑。

如果此題材曾經引起過大家興趣的話，此效應就會被冠以「高頻率位壘」("the high-frequency barrier") 或一些其他類似的名字。同樣的情況也產生在別的題材裏。在氣體動力學 (aerodynamics) 中，如果你想使本來設計以低速運動的物體的速度超過聲速，是不可能的，這並不意味有一個很大的「位壘」，而只是說此物體必得被重新設計過，所以我們本來設計作為「電感」的線圈在極高頻率時是不可能成為一個很好的電感的，它只是一些別種的東西，我們得重新設計。

23-2 在高頻率時的電容器

現在我們想詳細討論一電容器在頻率愈來愈高情形下的作用——幾何理想電容器——於是，我們就可觀察到它性質的轉變 (transition)。

(我們喜歡用電容器，而不用電感，因為一對平板的幾何形狀要比一線圈簡單得多。) 我們考慮圖 23-4 (a) 中所示的電容器，它含有兩平行圓板，以一對導線分別連到一外界的發電機上去。如果我們用直流電來使此電容器充電，在一板上就會有正電荷，在另一板上就會有負電荷，而在二板之間就會有很均勻的電場。

現在假定我們不用直流電，我們用低頻率的交流電到板上去（等會兒我們會發現什麼是「低」，什麼是「高」。）譬如我們把電容器連到一低頻率

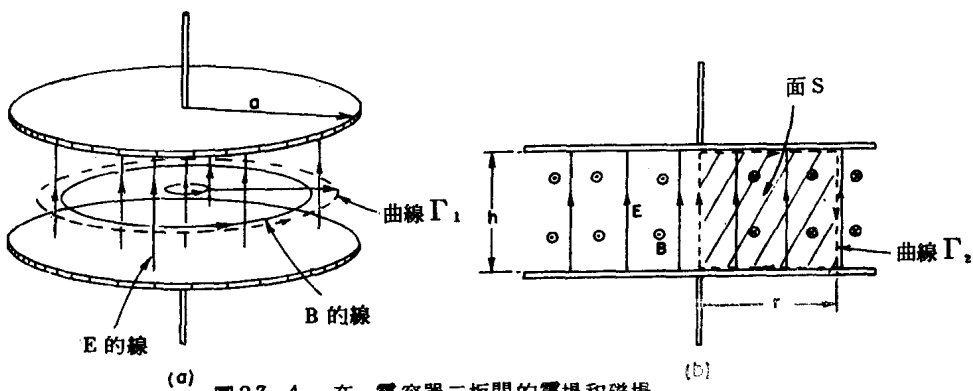


圖 23-4 在一電容器二板間的電場和磁場

的發電機上去。當電壓交變時，在頂板的正電荷就被「取走」，而代以負電荷。當此事發生了，原來的電場就消失，而在相反方向建立起電場來了。當電荷慢慢地來回「濫逛」(Sloshes)時，電場也隨着改變。在每一瞬間，電場都是均勻的，如圖 23-4 (b) 所示。它當然也有一些邊緣效應，我們不予考慮。我們可將電場的數量寫作

$$E = E_0 e^{i\omega t} \quad (23.2)$$

此處 E_0 是常數。

當頻率增高時仍真確嗎？不，因為電場一會向上，一會向下，在任一迴線，譬如說圖 23-4 (a) 中的 Γ ，就有電場的通量。於是，你就會想到，一個改變的電場，可以產生一磁場。由馬克士威爾方程式之一我們可得知，當有一改變的電場，就有一個磁場的綫積分。沿着一封閉圓環的磁場積分，再乘以 C^2 ，就等於圓環內部（如果沒有電流）通過那面積的電通量的時間改變率了：

$$C^2 \oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Gamma \text{ 內部}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} da \quad (23.3)$$

那有多少磁場呢？要求出並不太難，假定我們取迴綫 Γ 為一個半徑為 r 的圓。由對稱我們可獲知磁場的方向如圖所示。然後 $\mathbf{B}$ 的綫積分就是 $2\pi r B$ 。而且，因為電場是均勻的，電場的通量就只是 E 乘以 πr^2 ，即圓的面積

$$C^2 B \cdot 2\pi r = \frac{\partial}{\partial t} E \cdot \pi r^2 \quad (23.4)$$

E 對時間的導數，就我們這交變場而言，等於 $i\omega E_0 e^{i\omega t}$ 。所以我們發現電容器的磁場等於

$$B = \frac{i\omega r}{2C^2} E_0 e^{i\omega t} \quad (23.5)$$

換句話說，磁場也振盪，而且強度正比於 r 。

那是什麼效應呢？當有改變的磁場時，就有感應電場，而電容器就開始

有點感應的作用，當頻率增高時，磁場就變強，它正比於 E 的改變率，也正比於 ω ，電容器的阻抗不再只是 $1/i\omega C$ 了。

如果再昇高頻率，並仔細分析，又會產生什麼情形呢？磁場來回盪逛。此時電場不可能均勻了，正如同我們所假定的。當有改變的磁場時，就會有電場的綫積分——由法拉第定律可得知。於是，如果有可估量的磁場，譬如在高頻率時產生，電場在距中心的各處就不可能處處一樣了。電場必然會隨 r 而變，於是電場的綫積分就等於磁場的通量改變。

如果我們能夠算出正確的電場，情形又如何？但這一點我們確實可以做到，我們只要算出在低頻率下我們原先假定的均勻電場的「修正量」即可。我們把均勻場叫作 E_0 ，它仍等於 $E_0 e^{i\omega t}$ ，而把修正後的電場表示作

$$E = E_0 + E_1$$

此處 E_1 就是由改變磁場所產生的電場修正量。對任何 ω 我們將把在電容器中央的電場寫作 $E_0 e^{i\omega t}$ （於是就定義了 E_0 ），因此在此中心處沒有電場修正量，也即在 $r = 0$ 處， $E_1 = 0$ 。

要求 E_1 ，我們可用法拉第定律的積分形式：

$$\oint_r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} (B \text{ 的通量})$$

如果我們取圖 23-4 (b) 中所示的曲綫 Γ_1 ，積分就會很簡單，那曲綫沿着軸向上，再沿著頂板的沿徑向外一距離 r ，再垂直向下到底板，再回到軸。當然，沿著此曲綫的 E_0 的綫積分為零，所以只有 E_1 有作用，它的積分就恰等於 $-E_1(r) \cdot h$ ，而 h 就是兩板之間的間隔。（我們定 E 的方向以向上為正。）這正等於 B 的通量的改變率，此量我們得積分圖 23-4 (b) 中的 Γ_1 內部的蔭影面積而求得。通過寬為 dr 的垂直片（strip）的磁通量等於 $B(r) h \cdot dr$ ，於是磁通量就等於

$$h \int B(r) dr$$

把—— $\partial/\partial t$ 乘以通量定為 E_1 的綫積分，就得

$$E_1(r) = -\frac{\partial}{\partial t} \int B(r) dr \quad (23.6)$$

請注意 h 互相抵消，場不依板之間間隔而定。

用式(23.5)求 $B(r)$ ，我們可得

$$E_2(r) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{i\omega r^2}{4C^2} E_0 e^{i\omega t}$$

對時間的導數只多出了另一因數 $i\omega$ ，我們得到

$$E_2(r) = -\frac{\omega^2 r^2}{4C^2} E_0 e^{i\omega t} \quad (23.7)$$

正如同我們所期望的，感應場傾向於減小電場。於是修正後的場 $E = E_1 + E_2$ ，就等於：

$$E = E_1 + E_2 = \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\omega^2 r^2}{C^2}\right) E_0 e^{i\omega t} \quad (23.8)$$

在電容器中的電場不再是均勻的了，它具有如圖 23-5 中所示的虛綫軌跡，此軌跡是一拋物綫。你看我們這簡單的電容器變得比較複雜了。

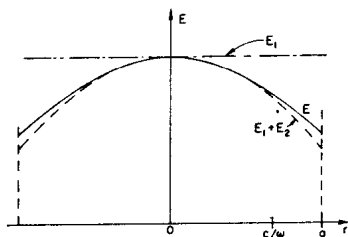


圖 23-5 在高頻率下，介於電容器兩板之間的電場。（邊緣效應已被忽略了。）

現在我們可用我們前面得到的結果來計算在高頻率下電容器的阻抗了。曉得了電場，我們可算出在板上的電荷，再找出通過電容器的電流是如何依頻率 ω 而定，但我們此時並不想探究這問題。我想來瞧瞧當頻率再增高時，還會不會有些什麼改變。怎麼我們還沒有討論完呢？沒有，因為我們會修正了電場，這就意味着我們所算的磁場不正確了。式(23.5)的磁場只是近似地正確，但它只是第一級的近似。所令我們把它叫作 B_1 。於是把式(23.5)

改寫作：

$$B_1 = \frac{i\omega r}{2C^2} E_0 e^{i\omega t} \quad (23.9)$$

你想必還記得此磁場是導源於 E_1 的變化。現在正確的磁場就應該是由總電場 $E_1 + E_2$ 所產生的了。如果我們把磁場寫作 $B = B_1 + B_2$ ，第二項就是 E_2 所產生的額外磁場。要求 B_2 ，我們可用前面求 B_1 時的同樣論證，圍繞著 Γ_1 的 B_2 的綫積分等於通過 Γ_1 的 E_2 通量的改變率。於是我們又得到了式 (23.4)，只不過是把 B 代成 B_2 ，再把 E 代成 E_2 而已：

$$C^2 B_2 \cdot 2\pi r = \frac{\partial}{\partial t} (\text{通過 } \Gamma_1 \text{ 的 } E_2 \text{ 通量})$$

因為 E_2 隨半徑而變，要求它的通量我們必得積分整個在 Γ_1 內部的圓面。
 用 $2\pi r dr$ 表示作面積元件，此積分就成為

$$\int_0^r E_2(r) \cdot 2\pi r \, dr$$

所以我們得到了 $B_2(r)$

$$B_2(r) = \frac{1}{rc^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int E_2(r) r \, dr$$

由式 (23.7) 中得到 $E_2(r)$ ，我們算出 $r^3 dr$ 的積分，也就是 $ry/4$ 。於是磁場的修正量就等於：

$$B_2(r) = -\frac{i\omega^3 r^3}{16c^4} E_0 e^{i\omega t} \quad (23.11)$$

但還沒完，如果磁場 B 跟我們首先想的不同，那麼我們就誤算了 E_2 。我們得對 E 再作進一步的修正，此由額外磁場 B_2 而來。我們把這對電場作額外的修正量叫作 E_3 。它跟磁場 B_2 的關係與 E_2 跟 B_1 的關係也相同。再用一次式 (23.6)，只把足碼改變一下，而得

$$E_3(r) = \frac{\partial}{\partial t} \int B_2(r) \, dr \quad (23.12)$$

對 B_2 利用式 (23.11)，對電場的新修正量就等於

$$E_3(r) = + \frac{\omega^4 r^4}{64 c^4} E_0 e^{i\omega t} \quad (23.13)$$

把修正過兩次的電場寫作 $E = E_1 + E_2 + E_3$ ，就可得到

$$E = E_0 e^{i\omega t} \left[1 - \frac{1}{2^2} \left(\frac{\omega r}{c} \right)^2 + \frac{1}{2^2 \cdot 4^2} \left(\frac{\omega r}{c} \right)^4 \right] \quad (23.14)$$

電場對半徑的改變不再是如圖 23-5 中所繪的簡單拋物綫了，但在大半徑時，位置稍高於曲綫 ($E_1 + E_2$)。

但事情仍未終了。新的電場又對磁場產生了一個新的修正量，而新修正過的磁場又對電場產生一個修正量，如此繼續不已。然而，我們已經有了所有我們所需要的式子。要求 B_3 ，我們可用式 (23.10)，把 B 和 E 的足碼由 2 換成 3 即可。

對電場的下一個修正量是

$$E_4 = - \frac{1}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \left(\frac{\omega r}{c} \right)^6 E_0 e^{i\omega t}$$

到這種地步，我們就可得到整個的電場是由無窮項所組成，即

$$E = E_0 e^{i\omega t} \left[1 - \frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{\omega r}{2c} \right)^6 + \cdots \right] \quad (23.15)$$

此處我們已經將數值係數弄得使你一眼就可看出如何寫出級數的以下各項。

我們得到的最後結果是介於電容器二板之間的電場，對任何頻率而言，均可寫作 $E_0 e^{i\omega t}$ 再乘以一個無窮級數，此級數只含變數 $\omega r/c$ 。如果我們願意的話，我們可以定義一個函數，把它叫作 $J_0(x)$ ，它的形式就是式 (23.15) 中括弧中的無窮級數：

$$J_0(x) = 1 - \frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^6 + \cdots \quad (23.16)$$

於是，我們就可將解答寫作 $E_0 e^{i\omega t}$ 乘以此函數，而 $x = \omega r/c$ 。