# 量度之精準性與圖解法

昝寶澄著

龍門聯合書局印行

# 量度之精準性與圖解法

昝 寶 澄 著



龍 門 聯 合 書 局 印 行

# 量度之精準性與圖解法



一九五一年十一月初版

定價人民幣7,000元

著者　昝寶澄

出版者　龍門聯合書局
上海南京東路六一號一〇一室
電話　一八八一九

總發行所　中國科技圖書聯合發行所
上海中央路二四號三〇四室
電話　一九五六六
電報掛號　二一九六八

分銷處　龍門聯合書局及各地分局

| | |
|---|---|
| 上海總店 | 河南中路210號 |
| 上海支店 | 南京東路157號 |
| 北京分局 | 東安門大街82號 |
| 北京西城支店 | 西單福壽商場6號 |
| 重慶分局 | 中山一路368號 |
| 漢口分局 | 江漢一路3號 |
| 瀋陽分局 | 太原街40號 |
| 天津分局 | 羅斯福路308號 |
| 西安分局 | 中山大街217號 |

0001-3000

# 序

讀科學或工程者不能離於實驗；實驗結果之是否精準，影響於該實驗之作用者頗巨. 故實驗結果精準性之表示、計算、預估等方法乃從事於實驗工作者不可不具有之知識. 有關此類問題之書籍或偏重於數學理論，難與實際結合；或重點在於某一科系，難於普遍應用. 本書即係針對此項需要而作；非有必要，不涉數學推演；所舉例題，遍及理工各系. 期能使讀者用最少之精力而得有一切合實用之工具，以便處理各種實驗問題.

實驗量度之種類雖多，然大別之不外有單次量度及由多次量度中求取其平均值者. 若由其與結果之關係分之，則不外有直接量得結果及由量度結果中再算出所需求之結果者. 關於以上各類量度之精準性問題乃書中第二、四、六、七章所討論之主題. 至作圖要點，由圖線推求經驗方程式之方法，以及實驗結果、圖線、經驗方程式三者精準性之比較，則見於第八章. 凡此所根據者皆為一基本定律，即機緣律. 此則在第三章中簡述之.

實驗及計算結果應予使用若干位數字，何者為合理，何者為累贅，何者足資發生誤解，乃有關於有效數字之問題. 在第五章中特將有關之規程逐條列出，以便熟記.

本書取材大部根據 Goodwin 所著之 Precision of Measurements and Graphical Methods. 參考其他各書尚多，歉難一一列舉. 初稿在盧師鏞培指導之下成於 1934 年，由南開大學印行，供工程各系實驗課之輔助教材. 抗戰軍興，存書完全被燬. 勝利後，一度縮編油印. 現再次整理而成今形.

本書雖係大學及專科學校用書，但因書中無高深理論，在需要時亦

可用之於中等工科職業學校中，作教材或輔助教材。爲適應此項用途，附錄中將微分要點扼要舉出，以供未學微積分者之參考。

本書雖經數次整理，惟錯誤之處料仍難免。尚希讀者不吝指正，以便於再版時修改，不勝感謝。

著　者

1951年2月

# 目次

# 第　一　章

## 敍　論

科學之研究首重觀察。觀察之結果不能免於誤差；誤差之發生有有理及無理，其量有巨有細，視觀察者之能力而有不同。但無論此觀察者之如何富於經驗及能力，細微之誤差必不能全無；若巨大及無理之誤差則應可不致發生。如不能具有此種把握，即不足以事觀察矣。

科學觀察不能離於量度 (measurement)。由一般之觀察及推論，吾人僅可作定性的研究；若定量的方面，則捨量度不能為功。

量度可區分為二類：直接量度及間接量度。用尺量長，用秤量重，皆直接量度也。所擬求之結果可由儀器上直接讀得之。反之，若所求之結果須集合多次量度之所得，以相當算法算出，則該量度謂之間接。屬於此類者，如用電位降落法以求電阻，所量者為電流及電位差，所求之電阻須利用歐姆氏定律算得之。又如機器之效率，一般亦無儀器可以直接量得之；必須量其輸入與輸出或其一切損耗，始能得效率。此類量法之應用頗為廣泛；蓋近世科學進步甚速，其所需之量度亦日趨複雜；可用儀器直接量得者頗屬有限；勢不能不利用間接之方法也。

量度之後，所得結果之是否具有價值，是否可資利用，應視其可靠程度而定。如不能確知一結果之可靠程度，則該量度之價值必大減。在數學上此項所謂之可靠程度名為精準性 (precision)，可用數字表示之。其計算及表示方法乃從事於科學技術工作者所不可不知者。當校核電表之時，如不能確定此校核之結果可靠至百分之幾，則嗣後吾人仍不敢用此電表以作精密之試驗；因不知其所指示之結果是否可達於所要求之精準也。故學者之應熟悉於如何計算其量度結果之精準性，

其重要性絕不亞於諳熟量度時所採用之方法。

在量度之先，吾人可視需要之不同，而預定此量度應準至何種程度，以免結果過分精準，致使時間與勞力浪費；或結果過不精準，不適應用。若此量度係用直接方法，則頗易處理；如係用間接方法，則每局部量度各應如何精準始可使總結果恰合於要求，不能不有方法以預先估定之。

凡此種種，利用最小平方式之算法皆可解決。此算法始創於十八世紀之末，發明者為德人 Gauss 及法人 Legendue；踵其後者，若 Bessel, Laplace, Lagrandre 等，皆對此有相當貢獻。本書所言者，非最小平方式算法之理論與推演，乃此算法在工程量度上之應用。諳於此法，則吾人可用最經濟之時間而尋得合理並切於實用之結果。

# 第　二　章

## 單次直接量度之精準性——或差

欲知間接量度結果之可靠程度，其手續繁；欲知直接量度者則易。但直接量度有只量一次者，有複量多次者；故求其可靠程度之方法又有不同。今請先就單次之直接量度言之。

**觀察之精粗．** 設以量度兩點間之距離為例：已知其值約在 50 與 70 尺之間，量時視所要之準確程度而有不同．可分下列四步討論之。

(1) 如所欲知之距離準至尺位已足，則可用普通布質捲尺量之．手續至為簡易．設第二點距捲尺上 60 尺之線較距 59 尺或 61 尺之線為近，則準至尺位，此距離應為 60 尺．記錄應寫為 60，不能寫為 60.0 或 60.00．原因見後。

(2) 如所欲知之距離須準至十分之一尺，則量時將不能如前之易；布質捲尺伸縮性大，不能適用，須易以鋼質者．設量過之後，知其為 60.5 尺，則記錄應為 60.5，不應為 60.50．於此，吾人即可知前量準至尺位時不應記為 60.0 之原因：如寫為 60.0 尺，其意義為已量準至十分之一尺，但在十分位上其數為零；而現實際量準至十分之一尺時，十分位上之數字固為 5 也。

(3) 如所欲知之距離須準至百分之一尺，則量時須更加精細．設已量過，知其為 60.50 尺．記錄時最後之一零字不可缺少；蓋 60.50 之意義為已量準至百分位，但在百分位上之數字為零；而 60.5 之意義則為僅準至十分位；至百分位上之數字為零與否，吾人固不知也。

(4) 如所欲知之距離須準至千分之一尺，則量時更加困難．有時

或非一人之力一次之功所能求得者。 必須複量多次，於其平均值中求之。 量時亦須特別精細。 設已量過，知其為 60.499 尺。 記錄時即應寫五位數字，不能增減。

**絕對或差**(numerical uncertainty)。 依照普通情形，量六七十尺之距離，僅準至尺位已足；如強欲其準至千分之一尺，多屬妄費時間，非所必要。 在實驗室中，類此虛擲時間之舉，頗為常見。 故決定量度時應準至何種程度之方法，實為不可或缺之知識。 而此工作之第一步則為如何能將一量度之精準性用數字表出之。設所欲知之距離為準至尺位，此"準至尺位"句即足以表示此一量度之精準性。但為便利起見，吾人率皆採用下列之方法:

單次度量之精準性，用**絕對或差**表示之。

絕對或差之意義及算法，可用下例說明之。 仍繼續前述之例，該距離量準至千分位時，為 60.499 尺。 如所需要者只須準至尺位，故寫為 60 尺。 吾人無形中已略去 0.499 尺。 如該距離量準至千分位時，非為 60.499 尺，而為 60.501 尺，則準至尺位應寫為 61 尺，而非 60 尺。如量準至千分位時為 60.500 尺，則準至尺位亦應寫 61 尺。 因照普通習慣，四捨五入，到 5 即於最後之一字上加一也。 故無論吾人以此距離為 60 或 61 尺，其最大之誤差皆為 0.500 尺。 如記錄時寫為 61 尺，嗣後捨記錄者本人之外，無論何人見此記錄，皆不能道出其十分位及百分位上究為何數，但可斷言，此數之範圍決不能超越於 60.500 及 61.499 之間。 故即以 ±0.5 尺為此數之最大絕對或差。 **故一數之最大的絕對或差，等於此數最後一數字之半。**

**百分或差**(percentage uncertainty)。 汽車行駛於甲乙二地之間，需時 100 秒。 運動員跑百米之距離，需時 12 秒。 此二數皆係量準至秒位，其最大絕對或差皆為 0.5 秒。 但此 0.5 秒在前數之關係小，在後數之關係大。 故僅言絕對或差而不將該數連同道出，吾人仍不能

確定此量度之精粗。 爲便利起見，或差通常常用分數或百分數表示之，稱爲分數或差(fractional uncertainty)或百分或差。 如量距離時，準至尺位，其值爲60尺，絕對或差爲0.5尺；用分數表之，則爲$\frac{0.5}{60}$，或0.008，或$\frac{1}{120}$；用百分數表之，則爲$\frac{0.5}{60}\times 100$，或0.8%。

**量度結果之記錄。** 量度準至何種程度，應即照上述規則記錄，切不可妄加多而無用之數字。 此不僅可令讀者得知此結果之可靠程度，且於計算上，亦有許多便利。

## 練　習

**2-1.** 求下列各量度結果之最大絕對或差、分數或差、及百分或差。

(甲)一物之直徑用測徑器量之，

準至半寸　　為$3\frac{1}{2}$寸

準至十分之一寸爲3.5寸

準至百分之一寸爲3.52寸

準至千分之一寸爲3.516寸

(乙)一物之重用秤稱之，

準至半斤爲$5\frac{1}{2}$斤

準至四兩爲5斤4兩

準至二兩爲5斤6兩

準至一兩爲5斤6兩

2-2. 如讀攝氏溫度計之度數時準至一度，則冰點與沸點中間度數之最大或差應爲若干？

# 第　三　章

## 誤差及機緣定律

同一物體，複量多次，結果不能盡同。 無論量時如何精細，此差異之結果亦不可或免。 此項誤差(error)發生之原因甚多，下述為其首要者。

**誤差之分類**. 誤差之所由來，謂之誤差之源。今欲於各種觀察之結果而探其誤差之源，其事非易。 然視誤差發現之情形，可別之為二類：(1)其發現也，有一定之規律，其方向恆不變，或常為正，或常為負：是之謂恆定的誤差(constant error)。 (2)其發現也，無一定之規律，其方向不定，可為正可為負：是之謂偶然的誤差(accidental error)。

**恆定的誤差**. 在同一環境之下，用同一儀器，以同樣精細，量度一物，恆定誤差之發現，常為一律。 其大小率可算出，故其對於量度結果之影響，可設法免除之。 此類誤差更可區分為三：

**1. 環境的誤差**(condition error)。 兩點之距離用鋼尺量之，設準至千分之一尺時為60.499尺。如此鋼尺在溫度20°C時與標準尺相符；溫度每相差一度，該尺長度因受冷熱之縮脹，每尺相差0.000010尺。設量此距離時之溫度為38°C，鋼尺當然脹長；所長者為

$$10^{-5}\times 60\times(38-20)=0.011\text{ 尺}$$

故雖用此尺量時為60.499尺，而實際上在38°C時此距離則為60.499+0.011或60.510尺。

假設此兩點之真正距離與量得之值相差0.00038尺，則當吾人以其

為 60.499 尺時，已準至千分之一尺；但若將由溫度不同所生之誤差一經修正，則該量度只能準至十分之一尺。故言此量度之或差小於 0.0005 尺，或準至千分之一尺時，頗易引起誤會，必須同時說明因鋼尺溫度不同所生之誤差是否已經修正，始爲合理。

總之，因環境之變遷，如溫度高低、氣壓升降、光線明暗、空氣乾濕以及電磁強弱等，恆不能量得正確之結果。此種結果中之誤差，稱爲環境的誤差。吾人如知此環境對該儀器之影響，不難將此誤差修正之。且此環境的不同，有時可以人力左右之；如使在儀器量度時之環境與在校核時相同，則此種誤差即可不致發生。

**2. 儀器的誤差 (instrumental error)。** 直言之，環境的誤差亦即儀器的誤差，因誤差之源皆在儀器本身也。但此處所言儀器的誤差，則專指製造或校核儀器時所遺留之誤差而言。欲免此誤差，則該儀器必須重行與標準儀器校核。

量一六十尺之距離，普通所用鋼尺上之最小分格率爲 0.01 尺。如當在 20°C 刻此分格時，每格較標準尺長十萬分之一寸，則每尺將長 0.001 寸，或 0.0001 尺。在 60 尺之距離中，此尺應長 0.006 尺。因而此距離量得之值較其眞實距離相差 0.006 尺。故在前例中兩點之距離應再修正爲

$$60.499+0.011+0.006=60.516 \text{ 尺}.$$

**3. 個人的誤差 (personal error)。** 因觀察者個人之習性不同，常發生個人特有的誤差。如量距離時不用捲尺，而以普通之短尺量之，則各人所得之結果將差異更大：因每次放尺之時有人或過前有人或過後也。但爲前爲後，則每人以習慣之關係，多爲一律。如一人能將其個人放尺時過前或過後及多寡估定，則嗣後每量距離時，所得結果，皆可用此常數修正之，而得較精準之結果。

**偶然的誤差。** 在吾人之經驗中，有時量一物，用一器，在同一環境之下，所得結數最後之一二位中亦不盡相同。此種差異，源於偶然的

誤差，非若恆定的誤差可以測定其常數，故難將結果修正之。其發生原因，多由於環境驟然的變遷、儀器各部之不平均的脹縮、儀器之震動、光之曲折等。而最重要者，則爲觀察者之身心的疲倦，因而發生不精的觀察。此種誤差之發生，初視之若甚不規則，其大小正負皆隨時變化，不可預測。但據經驗所得，又非完全無規律者；其發現及大小實可用一定律規範之。是之謂機緣定律 (law of chance)。可舉例說明如下：

試懸一標的，畫數橫線於其上，每線相隔一尺，於中間一格之正中畫一中線；以此爲的，持槍射之；計一千發；每格所中之彈數如下：

| 與中線之距離 | | 所中之彈數 |
|---|---|---|
| 由 $+5\frac{1}{2}$ | 至 $+4\frac{1}{2}$ 尺 | 1 |
| $+4\frac{1}{2}$ | $+3\frac{1}{2}$ | 4 |
| $+3\frac{1}{2}$ | $+2\frac{1}{2}$ | 10 |
| $+2\frac{1}{2}$ | $+1\frac{1}{2}$ | 89 |
| $+1\frac{1}{2}$ | $+\frac{1}{2}$ | 190 |
| $+\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 212 |
| $-\frac{1}{2}$ | $-1\frac{1}{2}$ | 204 |
| $-1\frac{1}{2}$ | $-2\frac{1}{2}$ | 193 |
| $-2\frac{1}{2}$ | $-3\frac{1}{2}$ | 79 |
| $-3\frac{1}{2}$ | $-4\frac{1}{2}$ | 16 |
| $-4\frac{1}{2}$ | $-5\frac{1}{2}$ | 2 |

今將每格所中之彈數，與中彈格距中線之遠近用圖表出，則可得圖如

圖 1。

由此圖可以看出，中線附近中彈最多；且其上下所中之彈數幾爲相等，換言之，卽細微誤差發現之機會較巨大者恆多，而誤差之爲正爲負，機緣均等；若射擊之次數增加(與增加觀察之次數相當)，吾人可得一均稱曲線如圖 2 所示者。參閱此圖，吾人可得如下之結論：

(A)細微誤差發生之機會較巨大者爲多(因此曲線在 $X=0$ 處最高)；

(B)過大誤差發生之機會甚少($X$ 值愈大，此曲線愈與 $X$ 軸相近)；

(C)相同大小之正負誤差有相等的發生機會(曲線以 $Y$ 軸爲對稱軸)。

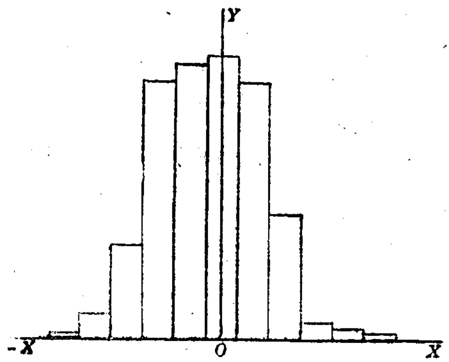


圖 1.

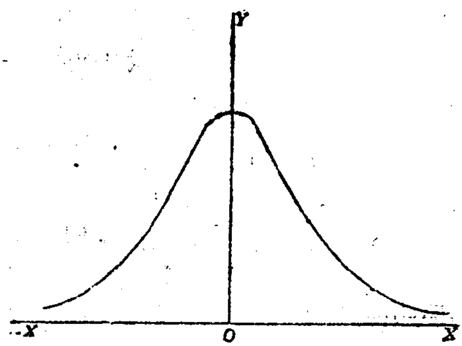


圖 2.