


高等学校数学教材配套辅导用书

概率统计双博士课堂

(浙大三版·概率论与数理统计)

主 编 北京大学数学科学学院
章 昕 邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士高等数学课题组
总策划 胡东华



 机械工业出版社
China machine Press

概率统计双博士课堂

浙大三版·概率论与数理统计

主 编 北京大学数学科学学院 章昕
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士高等数学课题组
总策划 胡本华



机械工业出版社

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标(见右图);该图标已由国家商标局注册。未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

概率统计双博士课堂浙大三版·概率论与数理统计/北京大学数学科学学院章昕主编.
—北京:机械工业出版社,2003.8
ISBN 7-111-12834-6

I. 概... II. 双... III. ①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—教学参考资料 IV. 021

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第069547号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮编:100037)

责任编辑:刘永 责任校对:郝嵘嵘

封面设计:胡东华 责任印制:何全君

北京市高岭印刷厂印刷 机械工业出版社出版发行

2003年9月第1版 第1次印刷

850mm×1168mm 1/32 印张14 字数484千字

定价:15.00元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:(010)62534708(著作权者)

<http://www.bbdd.cc>(中国教育考试双博士网站)

<http://www.cmpbook.com>(机械工业出版社网站)

如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

前 言

双博士品牌高等学校数学辅导系列丛书历年位居全国销量排行榜第一,有居高不下的的人气指数!《概率统计》辅导系列丛书之一是《概率统计双博士课堂·浙大三版》,该书作为与浙大版经典教材《概率论与数理统计》第三版的完全配套参考书,在章节安排上完全遵循浙大三版的严密逻辑。讲解细致独到,丰富了教材应试技巧,方法点拨、集课堂辅导应试攻略于一身,是一本经济实惠版学生用书。

本书凸显以下几大特点:

知识网络图:提纲挈领掌握全章,使同学们对各个概念性质定理之间的逻辑关系有更深刻的认识,使知识更加系统化。

考试内容及理解记忆法:对各个概念性质和定理进行了详细的说明并指出了注意事项项以及理解记忆法。便于同学掌握各个概念、性质和定理的内涵与外延。

典型例题解析:本部分收集了各种的经典题型,方便同学们多见多练。归纳出了“技巧总结”,便于同学举一反三。对每个解题的关键步骤加有旁注,对解题思路、方法适时提醒犹如名师在侧。

历届考研真题评析:通过对历年来考研试题中出现的一些典型例题进行详尽的阐述,旨在帮助同学们在以后的解题过程中举一反三,触类旁通。总结历年考生的备考经验,大多数人都做过大量的真题和典型例题——当然,做到后来就不必再中规中矩,只认题型想解法即可。

本章自测题:本书的各章自测题就是在同学们对各章内容有了全面了解之后,给同学们一个检测、巩固的机会,对各种题型有个深刻的了解,从而下笔如有神。同时,也使同学们对各个知识点有更为深刻的理解,达到以此类推,互为贯通。

根据读者的意见,我们对全国流行的经典教材——浙江大学《概率论与数理统计》第三版的习题作了相应的参考答案。

我们在书后附上了2004年考研大纲“概率统计”各部分考点分析以及2003年数学一真题。在考点分析中包括常考知识点,考试要求,还包括“概率统计”各部分在历年考题中所占的分数,为方便各类考生,按不同的数学种类单独列出。供各类考生各取所需。

本书用60克特制的防盗版纸印刷,双色排版,印装精美,内容精致。故称之为双博士土精品系列。

双博士全体同仁非常感谢考生对双博士品牌的厚爱,并衷心希望广大考生对双博士图书内容和质量的改进提出具体意见,可以发电子邮件(shuangboshi@sina.com)进行交流指正。

中国教育考试双博士网站<http://www.bbddd.cc>,举行考前两个月免费四、六级押题讲座。届时敬请轰炸!(双博士网上押题讲座已进行了三次,好评如潮,详见背面)

目 录

第一章 随机事件和概率

本章知识网络图	(1)
知识卡片	(2)
§ 1.1 随机试验	(3)
§ 1.2 样本空间, 随机事件	(5)
§ 1.3 频率与概率	(13)
§ 1.4 等可能概型(古典概型)	(16)
§ 1.5 条件概率	(22)
§ 1.6 独立性	(29)
同步自测题	(37)
同步自测题参考答案	(38)

第二章 随机变量及其分布

本章知识网络图	(43)
知识卡片	(43)
§ 2.1 随机变量	(45)
§ 2.2 离散型随机变量及其分布律	(46)
§ 2.3 随机变量的分布函数	(54)
§ 2.4 连续型随机变量及其概率密度	(63)
§ 2.5 随机变量的函数的分布	(72)
同步自测题	(83)
同步自测题答案	(85)

第三章 多维随机变量及其分布

本章知识网络图	(91)
知识卡片	(91)
§ 3.1 二维随机变量	(92)
§ 3.2 边缘分布	(101)
§ 3.3 条件分布	(112)
§ 3.4 相互独立的随机变量	(124)
§ 3.5 两个随机变量的函数的分布	(132)

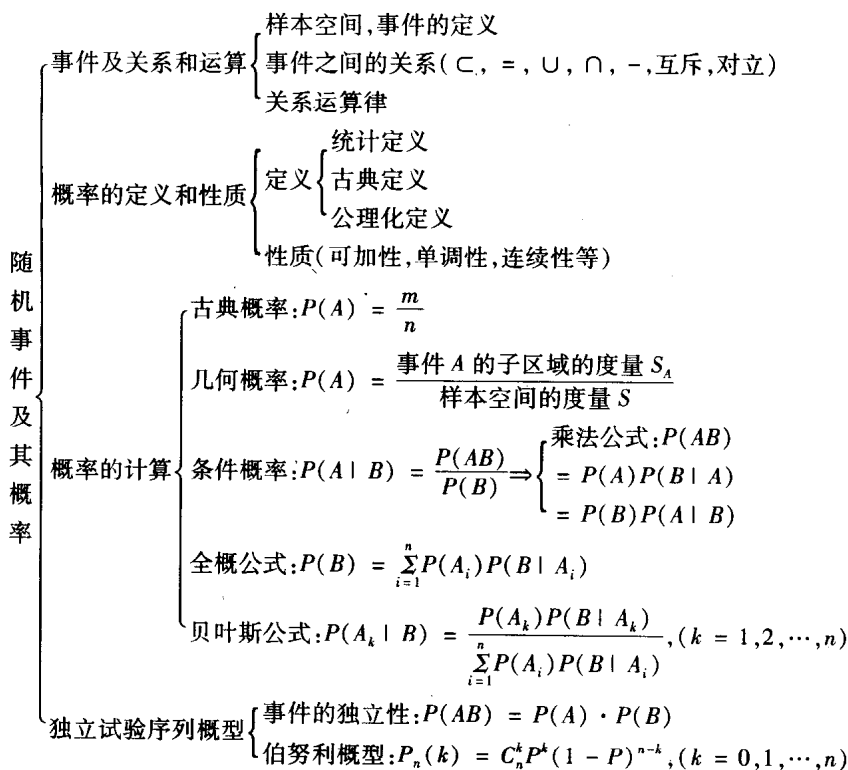
同步自测题	(141)
同步自测题参考答案	(142)
第四章 随机变量的数字特征	
本章知识网络图	(149)
知识卡片	(149)
§ 4.1 数学期望	(151)
§ 4.2 方差	(161)
§ 4.3 协方差及相关系数	(170)
§ 4.4 矩、协方差矩阵	(180)
同步自测题	(187)
同步自测题参考答案	(188)
第五章 大数定律及中心数限定理	
本章知识网络图	(193)
知识卡片	(193)
§ 5.1 大数定理	(194)
§ 5.2 中心极限定理	(199)
同步自测题	(207)
同步自测题参考答案	(208)
第六章 样本及抽样分布	
本章知识网络图	(214)
§ 6.1 随机样本与统计量	(216)
§ 6.2 抽样分布	(224)
历届考研真题评析	(239)
同步自测题	(242)
同步自测题参考答案	(243)
第七章 参数估计	
本章知识网络图	(251)
知识卡片	(251)
§ 7.1 点估计	(253)
§ 7.2 基于截尾样本的最大似然估计	(262)
§ 7.3 估计量的评选标准	(263)
§ 7.4 区间估计	(267)
历届考研真题评析	(281)

同步自测题	(283)
同步自测题参考答案	(285)
第八章 假设检验	
§ 8.1 假设检验	(294)
§ 8.2 正态总体均值的假设检验	(298)
§ 8.3 正态总体方差的假设检验	(3054)
§ 8.4 置信区间与假设检验之间的关系	(310)
§ 8.5 分布拟合检验	(313)
§ 8.6 秩和检验	(317)
历届考研真题评析	(321)
同步自测题	(322)
同步自测题参考答案	(325)
第九章 方差分析及回归分析	
本章知识网络图	(335)
知识卡片	(335)
§ 9.1 单因素试验的方差分析	(336)
§ 9.2 双因素试验的方差分析	(341)
§ 9.3 一元线性回归	(348)
§ 9.4 多元线性回归	(359)
第十章 随机过程及其统计描述	
本章知识网络图	(367)
同步自测题	(370)
自测题答案	(371)
第十一章 马尔可夫链	
本章知识网络图	(372)
同步自测题	(375)
同步自测题答案	(376)
第十二章 平稳随机过程	
本章知识网络图	(378)
同步自测题	(383)
自测题答案	(383)
附录 A 浙江大学《概率论与数理统计》第三版课后习题答案	
.....	(386)

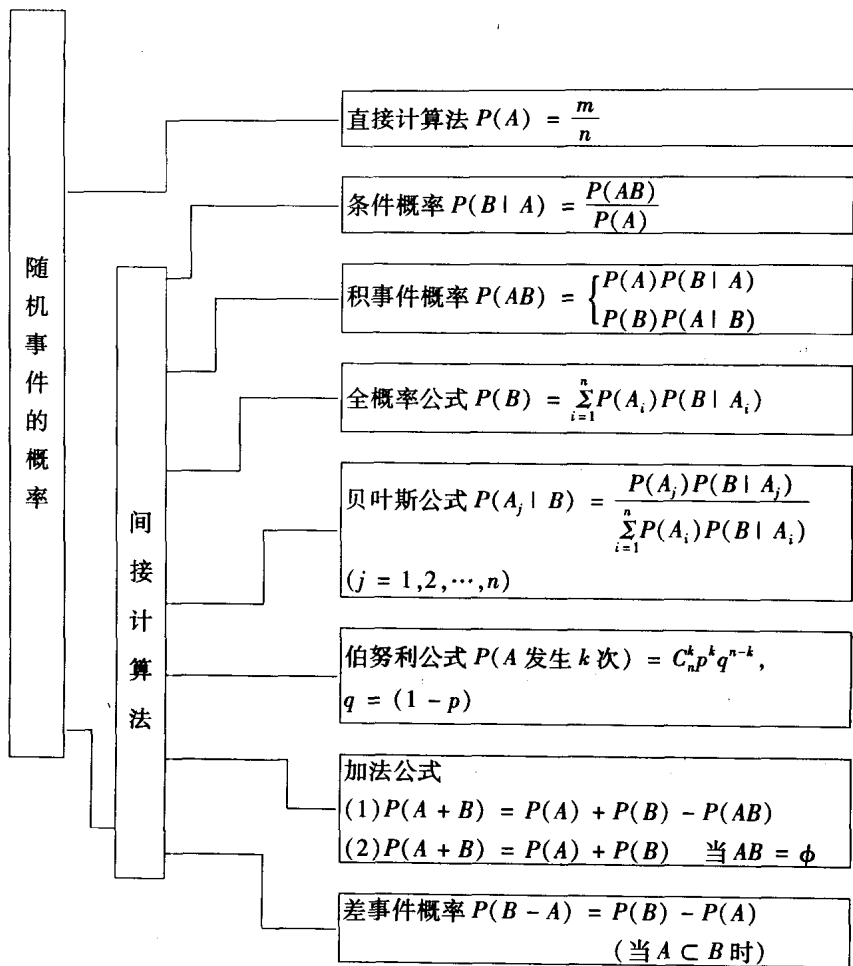
附录 B	2003 年硕士研究生入学考试数学(一)真题及解析 ...	(405)
附录 C	数学一适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(425)
附录 D	数学三适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(430)
附录 E	数学四适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(435)

第一章 随机事件和概率

本章知识网络图



附: 概率的计算方法简图



知识卡片

有限可加性 $P(A_1 \cup A_2 \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$

(A_1, A_2, \dots, A_n 两两不相容)

逆事件 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

加法公式 $i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$ii) P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i A_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n)$$

§ 1.1 随机试验

[考试内容 & 理解记忆法]

表 1.1 - 1 随机试验

名称	定 义	举例
随机试验	<p>在概率论中,我们将具有以下三个特点的试验称为随机试验</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 可以在相同的条件下重复进行 2. 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确所有可能结果 3. 进行一次试验之前不能确定哪个结果会出现 	<p>试验 E: 将一枚硬币抛掷三次,观察正面 H, 反面 T 出现的情况</p> <p>分析: 试验 E 有两种可能结果, 出现 H 或出现 T, 但抛掷前不能确定出现 H 还是 T, 这个试验可以在相同的条件下重复进行.</p>

[典型题型分析]

例 1 如何通过已知事件表达其他事件?

答 设 A, B, C 为已知事件, 则

- (1) “ A 发生而 B 与 C 都不发生” 可表示为 $A\overline{B}\overline{C}$ 或 $A - B - C$ 或 $A - (B \cup C)$.
- (2) “ A 与 B 都发生而 C 不发生” 可表示为 $AB\overline{C}$ 或 $AB - C$ 或 $AB - ABC$.
- (3) “ A, B, C 三事件都发生” 可表示为 ABC .

(4) “A、B、C 三事件都不发生”可表示为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 或 $\overline{(A \cup B \cup C)}$.

(5) “A、B、C 三事件至少有一个发生”可表为 $A \cup B \cup C$ 或 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup A\overline{B}\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC \cup ABC$.

(6) “A、B、C 中至少有两个发生”可表为 $AB \cup BC \cup AC$ 或 $\overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC \cup \overline{A}BC \cup ABC$.

(7) “A、B、C 中不多于一个发生”表为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC$ 或 $\overline{(AB \cup BC \cup AC)}$.

(8) “A、B、C 中不多于两个发生”表为 \overline{ABC} 或 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC \cup \overline{A}BC \cup \overline{A}BC \cup \overline{A}BC$.

(9) “A、B、C 中恰好有一个发生”表为： $\overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC$.

(10) “A、B、C 中恰好有两个发生”可表为： $\overline{A}BC \cup \overline{A}BC \cup \overline{A}BC$ 或 $AB \cup BC \cup AC - ABC$.

§ 1.2 样本空间, 随机事件

[考试内容 & 理解记忆法]

表 1.2 - 1 事件及几个基本概念的定义

名称	定 义	举例
样本空间 S :	随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的样本空间	掷一颗均匀的骰子, 观察出现的点数是一个随机试验. 试验的结果“点数是 3”是一个随机事件. 而事件 $w_1 =$ “点数是 1”, $w_2 =$ “点数是 2”, \dots , $w_6 =$ “点数是 6” 是 6 个基本事件, 事件 $B =$ “点数为奇数” 是一个复合事件. “点数为 1 到 6 中的某一个” 为必然事件; “点数为 7” 是不可能事件
样本点:	样本空间的元素, 即 E 的每个结果	
随机事件:	试验 E 的样本空间 S 的子集为 E 的随机事件, 简称事件	
事件发生:	在每次试验中, 当且仅当这一子集中的一个样本点出现时, 称这一事件发生	
基本事件:	由一个样本点组成的单点集	
必然事件:	样本空间 S 包含所有的样本点, 它是 S 自身的子集, 在每次试验中它总是发生的, 称为必然事件	
不可能事件:	试验中不可能发生的事件	

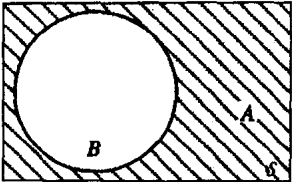
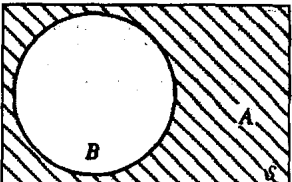
2. 事件的关系和运算

事件的关系和运算见表 1.2-2.

表 1.2-2 事件的关系和运算

名称	意义	文氏图	备注
事件的包含	如果事件 A 发生, 则事件 B 一定发生, 称事件 B 包含事件 A . 用 $B \supset A$ 或 $A \subset B$ 表示		注: $\phi \subset A, B \subset S$ 总是成立的
事件的相等	如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称事件 A 与 B 相等. 用 $A = B$ 表示		
事件的和	“事件 A 与 B 中至少有一个发生”是一个事件, 称为事件 A 与 B 的和, 记为 $A + B$ 或 $A \cup B$		注: 事件 $A + B$ 发生是指仅 A 发生或者仅 B 发生或者 A 与 B 同时发生
事件的积	“事件 A, B 同时发生”是一个事件, 称为 A 与 B 的积. 记为 AB 或 $A \cap B$		注: 事件 AB 发生是指 A 发生且 B 也发生
事件的差	“事件 A 发生而 B 不发生”是一个事件. 称为 A 与 B 的差, 记作 $A - B$		注: $A - B$ 与 $B - A$ 是两个不同的事件

(续)

名称	意义	文氏图	备注
事件的互不相容(互斥)	如果事件 A 与 B 不能同时发生, 即 $AB = \phi$. 称 A 与 B 互不相容(或互斥)		注: A 与 B 互不相容只表示这两个事件不能同时发生, 但却允许它们同时都不发生
事件的对立	事件 A 与 B 不能同时发生, 但必须有一个发生, 即 A, B 满足 $AB = \phi$ 且 $A + B = S$, 称 A 与 B 是对立的(或互逆的)事件, 记为 $\bar{A} = B$ 或 $\bar{B} = A$		注: 当 A 与 B 对立时, A 与 B 既不能同时发生, 但也不能同时不发生, 即 A 发生时, B 一定不发生, 而 A 不发生时, B 一定发生
完备事件组	如果事件 A_1, A_2, \dots, A_n 两两互不相容, 且 $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$, 则称 A_1, A_2, \dots, A_n 构成一个完备事件组		

3. 同样记号在概率论与集合论中的对照

同种记号在概率论与集合论中的对照见表 1.2 - 3.

表 1.2 - 3 同种记号在概率论与集合论中的对照

记号	概率论	集合论
S	样本空间, 必然事件	全集
ϕ	不可能事件	空集
w	基本事件	元素
A	事件	子集
$A \subseteq B$	事件 A 发生, 则 B 一定发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 和事件 B 是同一个事件	A 与 B 相等
$A \cup B, A + B$	事件 A 与 B 中至少有一个发生	A 与 B 的并集(和集)
$A \cap B, AB$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生, 而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB = \phi$	事件 A 与 B 不相容	A 与 B 的交集为空
\bar{A}	A 的对立事件	A 的补集

4. 关系运算的推广

关系运算的推广见表 1.2 - 4.

表 1.2 - 4 关系运算的推广

分配律: $A(B + C) = AB + AC$	交换律: $A + B = B + A, AB = BA$
摩根律(对偶律): $A + B = \overline{AB}, \overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	结合律: $(A + B) + C = A + (B + C), (AB)C = A(BC)$
补元律: $A\bar{A} = \phi \quad A + \bar{A} = \Omega$	还原律: $\bar{\bar{A}} = A$
吸收律: 若 $A \subset B$, 则 $AB = A$, 且 $A + B = B$	分解律: 若 $A \subset B$, 则 $B = A + \bar{A}B$
蕴含律: 若 $AB = \phi$, 则 $A \subset \bar{B}, B \subset \bar{A}$	排中律: $A \cup \bar{A} = \Omega$
矛盾律: $A \cap \bar{A} = \phi$	差积转换律: $A - B = A \cap \bar{B} = A - (A \cap B)$

[重点、难点分析]

1. 概率论的研究对象

在人们日常生活和科学活动中除了“一加一等于二”，“物体上抛后总要落到地面”和“生物到一定年限一定要死亡”等所谓确定性现象以后，还有大量的随机现象如“掷骰子可能出现1~6点”“明天天气可能天晴，也可能下雨”和“硬币可能正面落地，也可能负面落地”等等，这类现象，在一定条件下，可能出现这种结果也可能出现那种结果，但经过长期实践及深入研究，发现这类现象在大量重复试验或观察中所呈现的固有规律性，即统计规律性，概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科，对随机现象应具有1°可重复性，2°试验前结果不确定性，3°全部结果是已知的，这三个特点。

概率论的关键就是求出 $P(A)$ ：即“事件 A ”和“概率”。“ A ”主要是指复杂事件如何用简单事件表示，事件之间关系，运算及性质等等。而“ P ”主要指“如何定义概率，它应满足哪些性质均，复杂事件概率转化等。在研究随机试验的统计规律中，我们又引入于数学期望，均值等概念，在学习概率论内容时，我们一定要树立一个“不确定的思想”即随机变量的取值是不确定的，但它落在某区间的概率是可计算的，不同随机变量可以通过它们的数学特征进行区分比较。

2. 随机试验

随机试验除满足基本概念，还须满足三个条件，即“可重复性”，“试验前结果未确定性”“全部结果是已知的”。样本空间 S 的元素不能漏掉，应该是一个完备事件组。

有些试验数据的随机性是由随机现象本身所决定的，另外一些试验的随机性来自于误差。

3. 随机事件的关系和运算

确定概率 $P(A)$ 中的“ A ”是关键，在关系和运算中，理解事件发生的几种含义。

理解： $\bigcup_{k=1}^n A_k$ ：和事件 $\bigcap_{k=1}^n A_k$ ：积事件 $A - B$ ：差事件 $A \cap B = \phi$ ：互斥事件

在随机事件的关系中，尤其要注意区分互斥事件和逆事件，互斥事件是指 $A \cap B = \phi$ ，而逆事件指 $A \cup B = S$ 且 $A \cap B = \phi$ ， A, \bar{A} 互为对立事件，基本事件是两两互不相容的， A 和 B 是互斥事件但不一定是对立事件，但两事件是对立事件就一定