大学理工科专业课课程与考试辅导丛书

3

信号与系统
课程辅导

吴 楚 李京清 王雪明 张平春 编著

名校名师 解惑答疑
例题习题丰富
考前复习必备
祝你学好专业课程
轻松应对研究生考试

清华大学出版社

大学理工科专业课课程与考试辅导丛书

信号与系统课程辅导

吴　楚　李京清　王雪明　张平春　编著

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

"信号与系统"课程作为电子学科、通信学科、信号和信息分析与处理学科以及计算机网络通信等专业的技术基础课，地位已经越来越重要。本书是针对"信号与系统"的辅导用书。

全书共分10章。以信号分析、系统的描述和信号通过系统的响应为主线，涵盖了课程的全部内容。主要讲述了信号与系统的基本概念、连续时间信号的时域分析、连续时间信号的频域分析、连续时间信号的复频域分析、连续时间系统分析、连续时间信号通过系统的响应、离散时间信号分析、离散时间系统描述、离散时间信号通过系统的响应和状态变量分析。每章都包含有本章重点、内容提要、典型例题精解和练习题。本书的基本概念叙述准确，例题的选编紧扣教学内容的重点和难点，解题的方法力求简捷明快。为便于学生自学，书中还附有练习题和参考答案以及几所重点高校近年的"信号与系统"研究生考试试题和参考答案。

本书是本科生学习《信号与系统》的辅导书，也是考研备战的主要参考书，指导自学者学习的指导书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统课程辅导/吴楚，李京清等编著．—北京：清华大学出版社，2004.1
(大学理工科专业课课程与考试辅导丛书)
ISBN 7-302-07600-6

Ⅰ．信… Ⅱ．①吴… ②李… Ⅲ．信号系统—高等学校—教学参考资料 Ⅳ．TN911.16

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第103450号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦
http：//www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
组稿编辑：徐培忠
文稿编辑：陶萃渊
封面设计：吴文越
印 装 者：清华大学印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　本：185×260　**印张**：13.75　**字数**：334千字
版　次：2004年1月第1版　2004年1月第1次印刷
书　号：ISBN 7-302-07600-6/TN·152
印　数：1～3000
定　价：22.00元

前　　言

随着现代科学技术的飞速发展，“信号与系统”课程作为电子学科、通信学科、信号和信息分析与处理学科，以及计算机网络通信等专业的技术基础课，地位已经越来越重要。在本课程中，学生将学习线性时不变系统的基本概念、信号分析和信号通过系统的基本概念及基本分析方法，为通信技术专业、信号和信息分析与处理学科等专业打下必要的基础。因此很多专业的研究生考试将“信号与系统”课程列入了考试计划。

本书是“信号与系统”课程的辅导用书。根据国家教委“信号与系统”教学指导委员会关于“信号与系统”课程教学的基本要求，对课程中的知识点、重点、难点进行了详细的分析，精选了例题，用多种方法进行了详细的分析和解答。希望本书能成为本科生学习“信号与系统”的主要参考书，能成为考研备战的主要参考书，成为自学者学习的指导书。

全书共分 10 章，以信号分析、系统的描述和信号通过系统的响应为主线，涵盖了课程的全部内容。第 1 章是信号与系统的基本概念。第 2 章是连续时间信号的时域分析。第 3 章是连续时间信号的频域分析。第 4 章是连续时间信号的复频域分析。第 5 章是连续时间系统分析。第 6 章是连续时间信号通过系统的响应。第 7 章是离散时间信号分析。第 8 章是离散时间系统描述。第 9 章是离散时间信号通过系统的响应。第 10 章是状态变量分析。每章都包括本章的重点、内容提要、典型例题精解和练习题。本书的编写体现了我们二十多年教学经验的积累，概念叙述准确，例题的选编紧扣教学内容的重点和难点，解题的方法力求简捷明快。为便于学生自学，书中还附有练习题和参考答案，以及几所重点高校近年的“信号与系统”研究生试题和参考答案。

“信号与系统”的特点是：所涉及的数学工具多，并有广泛的实际工程应用背景。在学习中一定要注意数学和物理概念的结合，例如，信号频谱的概念、抽样定理的应用、滤波、调制与解调以及信号的拉氏变换法应用于电路分析等，从而深刻理解公式、定理和各种变换性质的物理含意。本书提供的大量精选例题以及详细的分析与解答也突出了这方面的内容，为学生学习“信号与系统”提供了必要的参考。

本书的各章重点与内容提要由(解放军)信息工程大学吴楚编写。第 1、2、6 章典型例题精解由李京清编写，第 3、5 章典型例题精解由吴楚编写，第 7、8、9 章典型例题精解由王雪明编写，第 4、10 章典型例题精解由张平春编写。吴楚、李京清负责全书的组织、修改、定稿工作。

本书的出版得到清华大学出版社的编辑和工作人员的大力支持，还得到信息工程大学电路与系统教研室的老师、研究生以及其他同志的大力帮助，在此向他们表示衷心感谢。

由于编者的水平有限，时间紧迫，书中难免会存在一些不足和错误，敬请广大读者和专家指正。

作　者

2003.12

目　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

“信号与系统”课程主要讨论确定性信号的特性、线性时不变系统的特性、信号通过线性系统的基本分析方法，以及由某些典型信号通过某些典型系统引出的一些重要的基本概念。要求通过本课程的学习，能掌握信号分析及线性系统分析的基本理论及分析信号通过线性系统的基本方法，能建立简单电路系统的数学模型，并对数学模型求解。

1.1　本章重点

1. 信号的概念及其分类。
2. 系统的概念及其分类。
3. 奇异信号(特别是冲激函数、阶跃函数)的定义及性质。

通过本章的学习要熟练掌握典型的连续时间信号和离散时间信号的数学描述与波形；熟练掌握信号的基本运算；熟练掌握线性时不变系统、因果系统、稳定系统的基本定义。

1.2　内容提要

1.2.1　信号的基本概念

信号从数学描述的角度看，就是函数。对电系统来说，就是变化的电流和电压。自变量为时间 t。

信号的分类

1. 连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号：在连续时间范围内定义的信号。

离散时间信号：在离散时间瞬间定义的信号。

2. 周期信号和非周期信号

满足 $f(t)=f(t\pm kT)$ 或 $f(n)=f(n\pm kN)$ 的信号为周期信号，否则为非周期信号。

3. 实信号和复信号

信号为自变量的实函数，称为实信号。信号为自变量的复函数，称为复信号。

4. 能量信号和功率信号

信号的归一化能量定义为：

$$E=\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \qquad E=\sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2$$

能量信号满足
$$0 < E < \infty \tag{1-1}$$
信号的归一化功率定义为：
$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 \mathrm{d}t$$
功率信号满足
$$0 < P < \infty \tag{1-2}$$
为了人们分析信号的需要，还会有其他的信号分类方法，比如，奇信号和偶信号。这里不一一列举。

典型的连续信号

实指数信号：
$$f(t) = Ae^{at} \tag{1-3}$$
正弦信号：
$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta) \tag{1-4}$$
复指数信号：
$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} \tag{1-5}$$
抽样信号：
$$\mathrm{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \tag{1-6}$$

1.2.2 阶跃函数和冲激函数

单位阶跃函数：
$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \tag{1-7}$$
单位冲激函数：
$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1 \\ \delta(t) = 0(\text{当 } t \neq 0) \end{cases} \tag{1-8}$$

性质

1. 筛选性质(取样性质)
$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1-9}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty} f(0)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0) \tag{1-10}$$
$$f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0) \tag{1-11}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t - t_0)\mathrm{d}t = f(t_0) \tag{1-12}$$

2. $\delta(t)$是偶函数
$$\delta(-t) = \delta(t) \tag{1-13}$$

3. 尺度变换
$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1-14}$$

4. 单位冲激函数的导数——单位冲激偶函数
$$\delta'(t) = \frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)\mathrm{d}t = 0 \tag{1-16}$$

$$f(t)\delta'(t)) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t) \tag{1-17}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t = - f'(t_0) \tag{1-18}$$

$$\delta'[-(t-t_0)] = -\delta'(t-t_0) \tag{1-19}$$

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|} \cdot \frac{1}{a}\delta'(t) \tag{1-20}$$

5. 复合函数形式的冲激函数 $\delta[f(t)]$

设 $f(t)=0$ 有 n 个互不相等的实根 $t_i(i=1,2,3,\ldots,n)$

则
$$\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i) \tag{1-21}$$

阶跃函数和冲激函数的关系：

$$\delta(t) = \frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-22}$$

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(x)\mathrm{d}x \tag{1-23}$$

门函数(又称矩形脉冲信号)：$G_T(t) = \varepsilon\left(t+\frac{T}{2}\right) - \varepsilon\left(t-\frac{T}{2}\right)$ (1-24)

其中,T 表示信号的门宽。

符号函数：
$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & (t>0) \\ -1 & (t<0) \end{cases} \tag{1-25}$$

信号的运算

信号的运算有加法、减法、乘法、翻转、平移、尺度变换以及微分积分等。注意所有的运算都要对自变量 t 进行。

典型的离散信号

单位序列：
$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ 0 & (n\neq 0) \end{cases} \tag{1-26}$$

单位阶跃序列：
$$\varepsilon(n) = \begin{cases} 1 & (t\geqslant 0) \\ 0 & (n<0) \end{cases} \tag{1-27}$$

$$\delta(n) = \varepsilon(n) - \varepsilon(n-1) \tag{1-28}$$

$$\varepsilon(n) = \sum_{m=-\infty}^{n} \delta(m) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m) \tag{1-29}$$

1.2.3 系统的基本概念及分类

线性时不变系统

1. 线性

线性指叠加性和齐次性。

即：若系统输入 $f_1(t)\rightarrow$输出 $y_1(t)$，输入 $f_2(t)\rightarrow$输出 $y_2(t)$，

则　输入 $a_1f_1(t)+a_2f_2(t)\to$输出 $a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$（a_1，a_2 为常数）　(1-30)

线性系统具有解的可分解性。全响应＝零输入响应＋零状态响应。其零状态响应与输入成线性关系，零输入响应与状态成线性关系。

2. 时不变系统

若输入为 $f(t)$，其零状态响应为 $y_f(t)$，则输入 $f(t-t_0)\to$零状态响应 $y_f(t-t_0)$　(1-31)

3. 对线性时不变系统

若输入 $f(t)\to$零状态响应 $y_f(t)$，则有

输入的求导对应输出的求导　$f'(t)\to y'_f(t)$　(1-32)

输入的积分对应输出的积分　$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau\to\int_{-\infty}^{t}y_f(\tau)\mathrm{d}\tau$　(1-33)

以上性质可推广到高阶。

4. 因果性

输出不产生在输入之前的系统为因果系统，否则为非因果系统。

5. 稳定性

输入有界，则输出也有界(BIBO)的系统为稳定系统，否则为非稳定系统。

1.3　典型例题精解

例 1-1　画出下列信号的波形：

(1) $f_1(t)=\varepsilon(t^2-1)$

(2) $f_2(t)=\delta(t^2-4)$

(3) $f_3(t)=\mathrm{sgn}(\sin t)$

解　(1) $f_1(t)=\varepsilon(t^2-1)=\varepsilon[(t+1)(t-1)]$，根据 $\varepsilon(t)$的定义，当：

$\begin{cases}t+1>0\\t-1>0\end{cases}$和$\begin{cases}t+1<0\\t-1<0\end{cases}$时，$f_1(t)=1$；其余值，函数值为 0。波形如图 1-1 所示。

(2) 根据(1-21)式，有 $\delta(t^2-4)=\frac{1}{4}[\delta(t+2)+\delta(t-2)]$。波形如图 1-2 所示。

(3) 当 $\sin t>0$ 时，$f_2(t)=1$；$\sin t<0$ 时，函数值为-1。波形如图 1-3 所示。

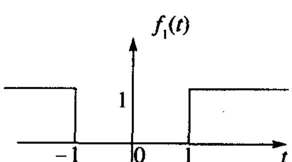

图　1-1

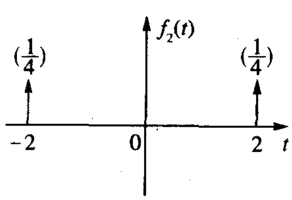

图　1-2

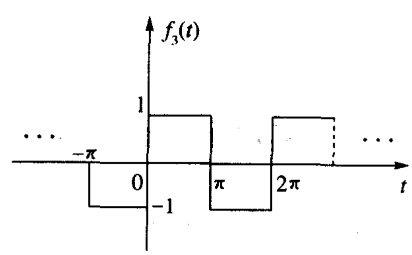

图　1-3

例 1-2　已知 $x(5-2t)$如图 1-4 所示，求 $x(t)$。

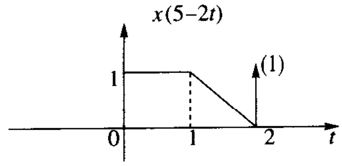

图 1-4

解 注意函数包含了时移、翻转和尺度变换，每种运算都要对自变量 t 进行。

我们画出 $x[-2(t-2.5)]$→时移 $x(-2t)$→翻转 $x(2t)$→尺度变换 $x(t)$全过程的波形图分别如图 1-5、图 1-6 所示。$X(t)$波形如图 1-7 所示。

注意：尺度变换时 $\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$。

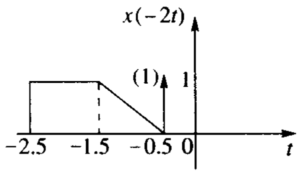

图 1-5

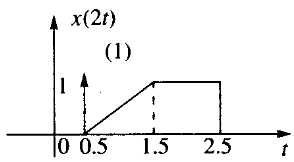

图 1-6

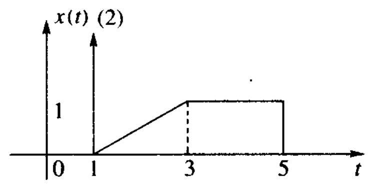

图 1-7

读者可用不同的步骤验证此题。

例 1-3 已知电流 $i(t)$ 如图 1-8 所示。

(1) 画出该电流作用于 2H 电感形成的电感电压 $u_L(t)$的波形。

(2) 画出该电流作用于 3F 电容形成的电容电压 $u_c(t)$的波形。

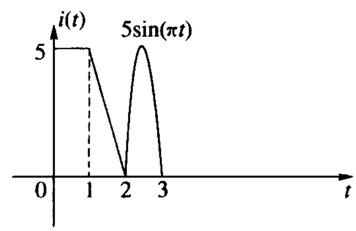

图 1-8

解 (1) 电感的电压和电流关系为 $u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$，波形如图 1-9 所示。

(2) 电容的电压和电流关系为：$u_c(t)=\frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)\mathrm{d}\tau$。波形如图 1-10 所示。

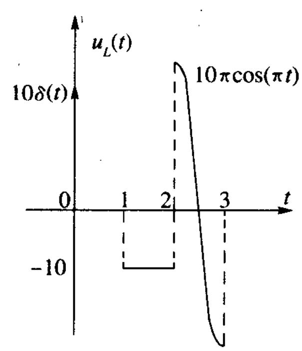

图 1-9

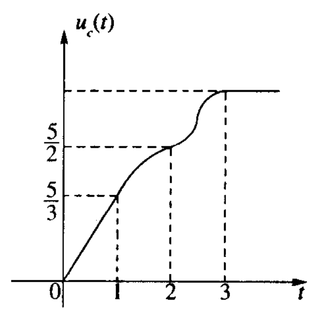

图 1-10

当 $0 < t < 1$ 时，$u_c(t) = \frac{5}{3}t$

当 $1 < t < 2$ 时，$u_c(t) = \frac{5}{3} + \frac{5}{3}\int_1^t(-\tau+2)\mathrm{d}\tau = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}(t-2)^2$

当 $2 < t < 3$ 时，$u_c(t) = \frac{5}{2} + \frac{5}{3}\int_2^t \sin(\pi\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{5}{2} + \frac{5}{3\pi}[-\cos(\pi t)] + \frac{5}{3\pi}$

当 $t \geqslant 3$ 时，$u_c(t) = \frac{5}{2} + \frac{10}{3\pi}$

例 1-4 已知 $f(2-2t)$ 如图 1-11 所示，试画出 $\delta(t+2) * f(t)$ 的图形，并注明必要参数。

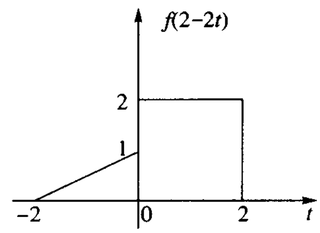

图 1-11

解 先由 $f(2-2t) \rightarrow f(t)$

$$f(2-2t) = f[-2(t-1)]$$

$\delta(t+2) * f(t)$ 图形的作图过程如图 1-12 所示。

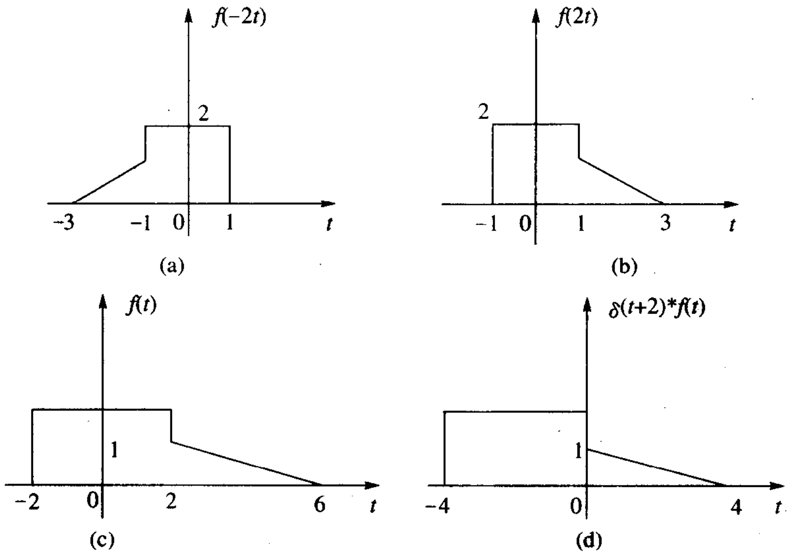

图 1-12

例 1-5 已知 $x(t)$ 如图 1-13 所示，试画出 $x\left(1-\frac{t}{2}\right)\varepsilon(t-3)$ 的波形。

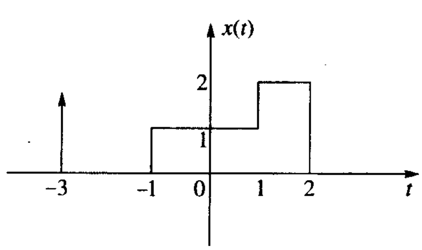

图 1-13

解 **方法一 解析法**

$$x(t) = 2\delta(t+3) + \varepsilon(t+1) + \varepsilon(t-1) - 2\varepsilon(t-2)$$

$$x\left(1-\frac{t}{2}\right)=2\delta\left(1-\frac{t}{2}+3\right)+\varepsilon\left(1-\frac{t}{2}+1\right)+\varepsilon\left(1-\frac{t}{2}-1\right)-2\varepsilon\left(1-\frac{t}{2}-2\right)$$

$$=2\delta\left[-\frac{1}{2}(t-8)\right]+\varepsilon\left[-\frac{1}{2}(t-4)\right]+\varepsilon\left(-\frac{t}{2}\right)-2\varepsilon\left[-\frac{1}{2}(t+2)\right]$$

$$=4\delta(t-8)+\varepsilon(-t+4)+\varepsilon(-t)-2\varepsilon(-t-2)$$

$$x\left(1-\frac{t}{2}\right)\varepsilon(t-3)=[4\delta(t-8)+\varepsilon(-t+4)+\varepsilon(-t)-2\varepsilon(-t-2)]\varepsilon(t-3)$$

$$=\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)+4\delta(t-8)$$

波形如图 1-14(d)所示。

方法二 作图法

波形作图过程如图 1-14 所示。

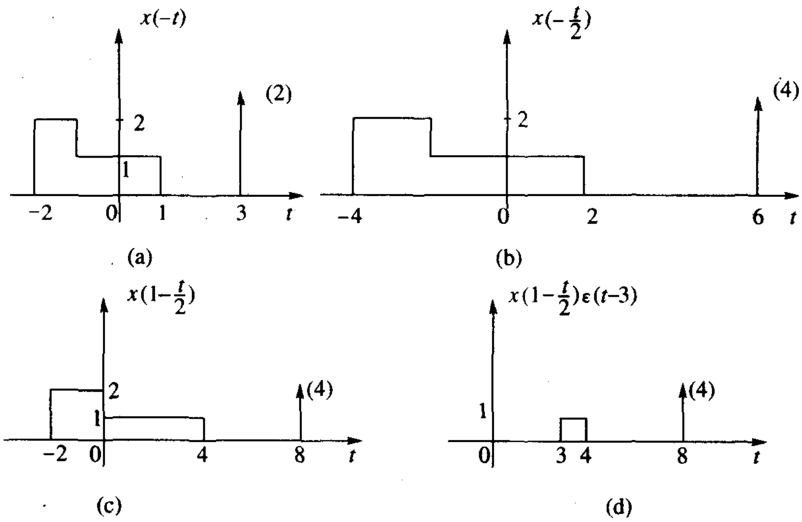

图 1-14

例 1-6 设 $x_1(t)$和 $x_2(t)$是基本周期分别为 T_1 和 T_2 的周期信号。在什么条件下 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$是周期信号。如果 $x(t)$是周期信号，其基本周期是多少？

解 因为 $x_1(t)$和 $x_2(t)$是周期信号

则有 $x_1(t)=x_1(t+T_1)=x_1(t+mT_1)$，$m$ 为整数。

$x_2(t)=x_2(t+T_2)=x_2(t+kT_2)$，$k$ 为整数。

$x(t)=x_1(t)+x_2(t)=x_1(t+mT_1)+x_2(t+kT_2)$

为使 $x(t)$为周期信号，必须有：

$x(t)=x(t+nT)=x_1(t+nT)+x_2(t+nT)=x_1(t+mT_1)+x_2(t+kT_2)$，$n$ 为整数。

因此，必须有 T 为 T_1、T_2 的最小公倍数。

或 $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{k}{m}$为有理数。此时 $x(t)$为周期信号，基本周期 $T=mT_1=kT_2$。

例 1-7 已知 $x(n)$如图 1-15 所示，画出 $\sum\limits_{m=-\infty}^{n}x(m)$ 的序列图。

解 $x(n)=2\delta(n+1)+\delta(n)+2\delta(n-2)$

$\sum_{m=-\infty}^{n} x(m) = 2\varepsilon(n+1) + \varepsilon(n) + 2\varepsilon(n-2)$，其序列图如图 1-16 所示。

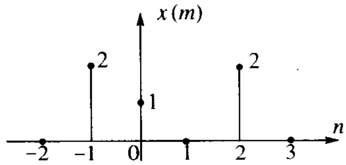

图 1-15

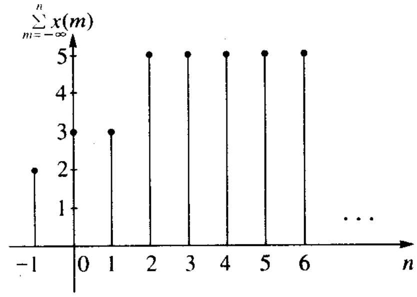

图 1-16

例 1-8 计算：

(1) $\int_0^{10} t^2\delta(2t-2)\mathrm{d}t$

(2) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)]$

(3) $f(5-2t) = 2\delta(t-3)$，求$\int_0^{\infty} f(t)\mathrm{d}t$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-t}\delta'(t)\mathrm{d}t$

(5) $\int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$

(6) $\int_{-2}^{-1}\mathrm{e}^{-t}\delta'(t)\mathrm{d}t$

解 (1) 注意：$\delta(2t-2)=\frac{1}{2}\delta(t-1)$

$\therefore \int_0^{10} t^2\delta(2t-2)\mathrm{d}t = \int_0^{10} t^2\ \frac{1}{2}\delta(t-1)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_0^{10}\delta(t-1)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}$

(2) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)] = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{e}^{-2t})\right]\varepsilon(t) + \mathrm{e}^{-2t}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)\right] = -2[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)] + \delta(t)$

(3) $f(5-2t)=2\delta(t-3)$

设 $x=5-2t$，则 $t=\frac{1}{2}(5-x)$

$\therefore f(t)=2\delta\left(\frac{1}{2}(5-t)-3\right)$

$$\int_0^{\infty} f(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} 2\delta\left[\frac{1}{2}(5-t)-3\right]\mathrm{d}t$$

注意：$\frac{1}{2}(5-t)-3=0$ 时，$t = -1$ 在积分区间之外。$\therefore \int_0^{\infty} f(t)\mathrm{d}t = 0$

(4) 注意：$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$，且 $\int_{-\infty}^{\infty}[\delta'(t)]\mathrm{d}t = 0$

$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-t}\delta'(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}[\delta'(t)+\delta(t)]\mathrm{d}t = 1$

(5) $\int_{-\infty}^{t} e^{-\tau}\delta'(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(\tau)+\delta(\tau)]d\tau=\delta(t)+\varepsilon(t)$

(6) $\int_{-2}^{-1} e^{-t}\delta'(t)dt=0$

第(4)、(5)、(6)小题被积函数是一样的，由于积分限不同，所以得出了不同结果。

例 1-9 计算下列各题：

(1) $[e^{-2t}\delta(t-2)]*\delta(t-3)$

(2) $\int_{-2}^{2}(1+t)\delta(\cos\pi t)dt$

(3) $\int_{-\infty}^{t}\delta(2\tau-1)d\tau$

解 (1) $[e^{-2t}\delta(t-2)]*\delta(t-3)=[e^{-4}\delta(t-2)]*\delta(t-3)=e^{-4}\delta(t-5)$

(2) $\int_{-2}^{2}(1+t)\delta(\cos\pi t)dt$

$$=\int_{-2}^{2}(1+t)\left[\frac{\delta\left(t+\frac{3}{2}\right)}{|\cos'\pi t|_{t=-\frac{3}{2}}}+\frac{\delta\left(t+\frac{1}{2}\right)}{|\cos'\pi t|_{t=-\frac{1}{2}}}+\frac{\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)}{|\cos'\pi t|_{t=\frac{1}{2}}}+\frac{\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)}{|\cos'\pi t|_{t=\frac{3}{2}}}\right]dt$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{-2}^{2}(1+t)\left[\delta\left(t+\frac{3}{2}\right)+\delta\left(t+\frac{1}{2}\right)+\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)+\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\right]dt$$

$$=\frac{1}{\pi}\left(1-\frac{3}{2}+1-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{\pi}$$

(3) $\int_{-\infty}^{t}\delta(2\tau-1)d\tau=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{t}\delta\left(\tau-\frac{1}{2}\right)d\tau=\frac{1}{2}\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)$

例 1-10 (1) 证明连续时间线性系统的因果性可以等效于以下描述：对于任意的时间 t_0 和任意的输入 $x(t)$，如果在 $t\leqslant t_0$ 时，有 $x(t)=0$，则相应的输出 $y(t)$ 在 $t\leqslant t_0$ 时也必然为 0。

(2) 举例说明：一个非线性系统，系统是因果的，但不满足(1)中的条件。

(3) 举例说明：一个非线性系统，系统满足(1)中的条件，但不是因果的。

解 (1) 因为系统是线性的，如果对于所有的 t_0，在 $t\leqslant t_0$ 时有 $x(t)=0$，且系统是因果的，则输出出现在输入之后，意味着 $t\leqslant t_0$ 时 $y(t)=0$。

也可以表示为：设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 是系统的两个输入，$y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 是对应的输出。

如果在 $t\leqslant t_0$ 时，$x_1(t)=x_2(t)$，或者说：$t\leqslant t_0$ 时 $x(t)=x_1(t)-x_2(t)=0$，则在 $t\leqslant t_0$ 时，$y_1(t)=y_2(t)$。或者说：$t\leqslant t_0$ 时，$y(t)=y_1(t)-y_2(t)=0$。

(2) 设系统的输入-输出关系为 $y(t)=x(t)+1$，该系统不满足可加性，所以是非线性的。但它是因果的，因为 $y(t)$ 的值取决于当前的 $x(t)$ 的值。但是它不满足“$t\leqslant t_0$ 时 $x(t)=0$，则 $t\leqslant t_0$ 时 $y(t)=0$”的条件。

(3) 设系统的输入-输出关系为 $y(t)=x(t)x(t+1)$，显然，该系统是非线性的，且是非因果的。因为 $y(t)$ 在 t 时刻的值不仅取决于 t 时刻的输入，还取决于 $t+1$ 时刻的输入 $x(t+1)$ 的值。而在 $t\leqslant t_0$ 时 $x(t)=0$，由输入-输出关系得：$t\leqslant t_0$ 时 $y(t)=0$，满足(1)中的条件。

例 1-11 系统的输入输出方程式如下，判断系统是否线性系统？是否时不变系统？