21世纪高等学校辅导教材

• 电子与信息类丛书

信号与系统
学习指导与题解

容太平 主编
宋 琪 陆三兰 编

- 学习引导、典型例题分析
- 精选习题试题并解答
- 考研真题、模拟试题与解答

华中科技大学出版社

21世纪高等学校辅导教材

信号与系统
学习指导与题解

容太平　主编
宋琪　陆三兰　编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导与题解/容太平　主编
武汉:华中科技大学出版社， 2003年11月
ISBN 7-5609-3054-9

Ⅰ.信…
Ⅱ.容…
Ⅲ.信号系统-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.TN911.6

信号与系统学习指导与题解　　容太平　主编

责任编辑:周芬娜　　**封面设计:潘　群**
责任校对:封春英　　**责任监印:张正林**

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87545012

录　　排:华中科技大学出版社照排室
印　　刷:华中科技大学印刷厂

开本:787×960　1/16　　印张:23　　字数:416 000
版次:2003年11月第1版　　印次:2003年11月第1次印刷　　定价:28.80元
ISBN 7-5609-3054-9/TN·76

前　言

信号与系统是现代高科技信息学科的技术基础课，是通信工程、电子信息工程、光电子工程、计算机、自动控制、电子科学技术等专业学生的必修课，还是相关专业硕士研究生入学考试科目之一。

信号与系统是一门理论性和实践性都很强的课程。它以高等数学、工程数学、电路基本理论等课程为基础，它又是信息学科类很多专业基础课和专业课的基础。它既研究信号分析的理论，也研究系统分析的方法，还研究信号与系统相互作用的分析与求解过程。它既涉及连续时间系统，又涉及离散时间系统。这里的信号是指电信号，即电流、电压、电磁波等，这里的系统大到一个信息传输系统，小到一台计算机，一块芯片，一个电路。因而要求学生不但应该掌握信号与系统的基本理论和基本分析方法，还应该深刻理解信号与系统的基本概念，并牢记重要的结论。学习这门课程，首先要弄清所用的数学工具及分析方法，然后尽可能地将分析结论与实际的物理概念联系在一起，通过做一定数量的习题和实验以加深对理论、方法和结论的理解。

为了帮助本科生和准备考研的读者深入学习该课程的理论知识，提高综合分析问题和解题的能力，编者根据长期教学工作的经验和科研工作的体会，对本课程的重点、难点及识题、辨题、解题进行了全面总结。以发展的眼光和实用的角度编写了这本学习指导和解题指南。

本书的前 9 章包含了管致中等编著的《信号与线性系统》(第三版)前 9 章中的主要内容。在每一章的学习要点中，扼要地介绍了基本理论和基本方法，然后针对学习要点列举了多种具有代表性的典型例题，随后提供了精选的自测试题，并附有详尽的解答。典型例题和自测试题主要是从管致中等编著的《信号与线性系统》(第三版)、吴大正等编著的《信号与线性系统分析》(第三版)、郑君里等编著的《信号与系统》(第二版)，以及[美]奥本海姆等编著、刘树棠翻译的《信号与系统》(第二版)中选取的，也有部分编者自编题目。第 10 章给出本科生结业考试模拟试题和历届考研试题，并给出了详细的解答。

本书的特点是：课程的基本内容集中归纳，解题思路和技巧融会到例题中，自测试题、模拟试题都可作为读者自行检查和模拟考试用，以便提高实战水平。

全书共分 10 章，其中第 2、3、4、5、6、9 章学习要点及第 1、7、8、10 章由容太平编写，第 2、3、4、5、6 章典型例题、自测试题由宋琪编写，第 2、3、4、5、6 章自测试题解答及第 9 章由陆三兰编写，容太平任主编，并统编全书稿。

本书可供高等学校电子、信息与通信工程、光电子工程、电子科学与技术、自动

控制、计算机等专业及相关专业的本科生作为学习参考书，也可作为硕士研究生入学考试的备考书。

编者在教学工作中和在本书的编写工作中得到了华中科技大学电子与信息工程系有关老师和信号与系统课程组的大力支持和帮助，在此表示衷心感谢。

本书的出版得到华中科技大学出版社的大力支持和帮助，尤其是华中科技大学出版社的周芬娜编辑，没有他们的努力和辛勤工作，本书难以与读者见面，在此表示衷心感谢。

由于编者的水平有限，对书中存在的缺点和错误，敬请广大读者给予批评和斧正，我们不胜感激！

编　者

2003 年 8 月

目　录

第1章　绪　　论

1.1　学习要点

1.1.1　学习信号与系统课程的主要线索

“信号—系统—响应”为本课程的主要线索，它贯穿全部内容的始终。从信号与信号分析到系统与系统分析，从外加激励信号到系统响应，从连续时间系统到离散时间系统，从时域到变换域，从单变量到状态变量，无一不围绕“信号—系统—响应”这条主线进行分析和求解。搞清楚这三者之间的关系，以及对它们的分析和求解方法，就掌握了信号与系统课程的主要内容。主要线索如图 1-1 所示。

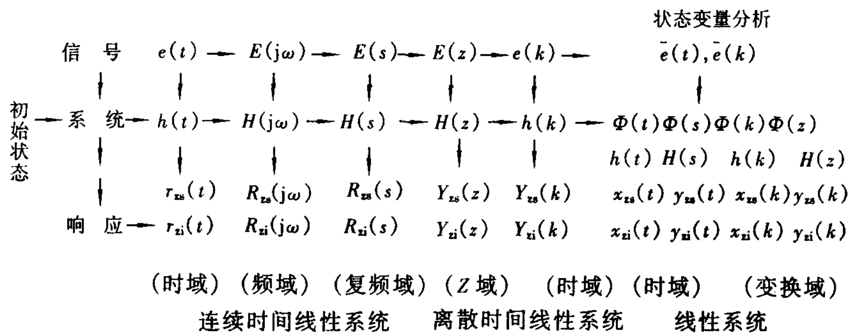

图 1-1　信号与系统主要线索图

在图 1-1 中表示的内容之基础是傅里叶变换(FT)，重点和难点分别是傅里叶变换(FT)、拉普拉斯变换(LT)、Z 变换(ZT)，以及用它们对信号、系统进行变换域分析和状态变量分析。

1.1.2　信号的概念

信号是信息的载体，是时间的函数。按不同的特性可将信号分成不同的种类。

1. 按函数值的确知性分类

可分为确知信号和随机信号。

确知信号：信号对应确知的时间函数关系，其函数值由时间点完全确定。

随机信号：信号对应的不是确知的时间函数关系，其值是一个随机数，符合某

一统计规律。

2. 按能量特性分类

可分为能量信号和功率信号。

能量信号:信号的总能量有限,平均功率为零。如单脉冲非周期信号。

功率信号:信号的平均功率有限,总能量无限。如周期信号。

3. 确知信号分类

(1) 按函数值重复性分类

可分为周期信号和非周期信号。

(2) 按时间连续性分类

可分为连续信号和离散信号。

(3) 确知信号的基本特性

确知信号的基本特性即时间特性和频率特性。

时间特性:信号随时间变化快慢的特性,体现在信号的周期 T 和信号中单个脉冲的持续时间 τ 的不同。

频率特性:信号的频率特性可以由频谱来描述,信号的频谱是将信号的频率分量作为横坐标,其对应的振幅值作为纵坐标所构成的二维图形。信号中单个脉冲的持续时间 τ 愈短,信号的频率分量愈丰富,频谱愈宽,信号所占有的频带就愈宽。

1.1.3 系统的概念

系统是由若干元件、部件以特定方式连接而成,为共同完成某种特殊功能的有机整体。系统可以用图 1-2 来说明。按照不同的规律可将系统分成不同的类型。

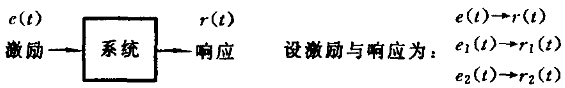

图 1-2 激励与响应关系图

1. 动态系统

t_0 时刻的响应 $r(t_0)$,不仅与 $e(t_0)$有关,而且还与 $-\infty<t<t_0$ 区间的激励有关。而 t_0 时刻的响应 $r(t_0)$只与 $e(t_0)$有关的系统称为即时系统。

2. 因果系统

响应是由过去和现在的激励产生的系统。即 $e(t_0),e(t_1)\rightarrow r(t_1);t_0<t_1$。

3. 线性系统

同时具有齐次性和叠加性的系统。即满足 $a_1e_1(t)+a_2e_2(t)\rightarrow a_1r_1(t)+a_2r_2(t)$。

4. 非时变系统

响应的形状不随激励施加的时间不同而改变的系统。即满足 $e(t-t_0)\rightarrow r(t-t_0)$,或称时间平移性。

5. 线性非时变系统(LTIS)

同时具有齐次性、叠加性、时间平移性的系统。此系统是本课程内容所研究的系统，对连续时间称为连续时间系统，对离散时间称为离散时间系统。

1.1.4 信号与系统的分析

1. 描述线性非时变系统特性的方法

描述线性非时变系统特性的方法有数学模型和图示法等多种形式。

(1) 数学模型

对连续时间系统可以用微分方程描述。如“输入-输出”方程或状态方程。

对离散时间系统可以用差分方程描述。如差分“输入-输出”方程或差分状态方程。

(2) 图示法

对线性非时变系统有系统模拟图和信号流图表示法。

2. 信号与系统的分析方法

(1) 信号分析方法

时域：用 $\delta(t)$ 函数表示。

频域：用傅里叶变换表示。

复频域：用拉普拉斯变换表示。

Z 域：用 Z 变换表示。

(2) 系统分析方法

时域分析：$h(t)$ 系统单位冲激响应；$h(k)$ 系统单位抽样响应。

频域分析：$H(j\omega)$ 系统转移函数、系统频响函数。

复频域分析：$H(s)$ 系统函数、系统转移函数。

Z 域分析：$H(z)$ 系统传输函数、系统函数。

状态变量分析：$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 状态方程与输出方程中系数矩阵；$\phi(t)$、$\Phi(s)$、$\phi(k)$、$\Phi(z)$ 状态过渡矩阵。

1.2 典型例题

【例 1-1】 说明下列信号是周期信号还是非周期信号，如果是周期信号，试确定其周期。

(1) $x(t)=3\sin t-\sin 3t$

(2) $x(t)=a\sin 4t+b\cos 5t$

(3) $x(t)=c\sin 2t+d\cos \pi t$

(4) $x(t)=a\sin \pi t+b\cos 2\pi t$

(5) $x(t)=(a\sin 3t+b\sin 5t)^2$

(6) $x(k)=A\cos(\frac{3\pi k}{5}-\frac{\pi}{8})$

(7) $x(k)=e^{j(\frac{k}{4}-\pi)}$　　　　(8) $x(k)=\cos(\frac{k}{4})\cos(\frac{\pi k}{8})$

解 (1) 设 $x(t)$ 的周期为 T,则有

$$x(t+T)=3\sin(t+T)-\sin3(t+T)$$

从等式右边第一项中得 $T=2\pi$,第二项中得 $T=\frac{2\pi}{3}$,2π 为最小的公共周期值。即 $x(t)$ 的周期 $T=2\pi$。

(2) 设 $x(t)$ 的周期为 T,则有

$$x(t+T)=a\sin4(t+T)+b\cos5(t+T)$$

从等式右边第一项中得 $T=\frac{2\pi}{4}$,第二项中得 $T=\frac{2\pi}{5}$,2π 为最小的公共周期值。即 $x(t)$ 的周期 $T=2\pi$。

(3) 设 $x(t)$ 的周期为 T,则有

$$x(t+T)=c\sin2(t+T)+d\cos\pi(t+T)$$

从等式右边第一项中得 $T=\pi$,第二项中得 $T=2$,由于 π 是无理数,找不到最小的公共周期,$T=\infty$。即 $x(t)$ 为非周期函数。

(4) 设 $x(t)$ 的周期为 T,则有

$$x(t+T)=a\sin\pi(t+T)+b\cos2\pi(t+T)$$

从等式右边第一项中得 $T=2$,第二项中得 $T=1$,2 为最小的公共周期值。即 $x(t)$ 的周期 $T=2$。

(5) 展开 $x(t)=(a\sin3t+b\sin5t)^2$

$$=a^2\sin^2 3t+b^2\sin^2 5t+2ab\sin3t\sin5t$$

$$=\frac{1}{2}a^2(1-\cos6t)+\frac{1}{2}b^2(1-\cos10t)-ab(\cos8t-\cos2t)$$

设 $x(t)$ 的周期为 T,则有

$$x(t+T)=\frac{a^2}{2}[1-\cos6(t+T)]+\frac{b^2}{2}[1-\cos10(t+T)]$$
$$-ab\cos8(t+T)+ab\cos2(t+T)$$

从等式右边第一项中得 $T=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$,第二项中得 $T=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$,第三项中得 $T=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$,第四项中得 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$,π 为最小公共周期值。即 $x(t)$ 的周期 $T=\pi$。

(6) 设 $x(k)$ 的周期为 N,则有

$$x(k+N)=A\cos[\frac{3\pi}{5}(k+N)-\frac{\pi}{8}]$$

从等式右边得 $N=(2n\pi)/(\frac{3\pi}{5})=\frac{10n}{3}$,当 $n=3$ 时,N 为最小的正整数。即 $x(k)$ 的基本周期 $N=10$。

(7) 设 $x(k)$ 的周期为 N，则有

$$x(k+N)=e^{j\left(\frac{k+N}{4}-\pi\right)}$$

从等式右边得 $N=2n\pi\times4=8n\pi(n=1,2,3,\cdots)$，由于 π 是无理数，N 不能为正整数。即 $x(k)$ 为非周期序列。

(8) 展开　　$x(k)=\frac{1}{2}[\cos\frac{k}{8}(\pi+2)+\cos\frac{k}{8}(\pi-2)]$

设 $x(k)$ 的周期为 N，则有

$$x(k+N)=\frac{1}{2}[\cos\frac{(k+N)}{8}(\pi+2)+\cos\frac{k+N}{8}(\pi-2)]$$

从等式右边第一项中得 $N=2n\pi/(\frac{\pi+2}{8})=\frac{16n\pi}{\pi+2}$，第二项中得 $N=(2n\pi)/(\frac{\pi-2}{8})=\frac{16n\pi}{\pi-2}(n=1,2,3,\cdots)$，由于 π 是无理数，N 不能为正整数。即 $x(k)$ 为非周期序列。

【例 1-2】 说明下列信号中哪些是周期信号，哪些是非周期信号；哪些是能量信号，哪些是功率信号，并计算它们的能量或平均功率。

(1) $f(t)=\begin{cases}5\cos(8\pi t), & t\geqslant0\\ 0, & t<0\end{cases}$　　(2) $f(t)=\begin{cases}8e^{-2t}, & t\geqslant0\\ 0, & t<0\end{cases}$

(3) $f(t)=5\sin(2\pi t)+10\sin(3\pi t),\quad -\infty<t<+\infty$

(4) $20e^{-10|t|}\cos\pi t,\quad -\infty<t<+\infty$

(5) $f(t)=\cos5\pi t+2\cos2\pi^2 t,\quad -\infty<t<+\infty$

解　(1) 非周期信号，功率信号。也可看成是零起始的周期信号，其周期

$$T=\frac{2\pi}{8\pi}=\frac{1}{4}$$

平均功率为 $P=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f^2(t)\mathrm{d}t=4\int_{-\frac{T}{2}}^{0}0\mathrm{d}t+4\int_{0}^{\frac{1}{8}}25(1+\cos16\pi t)\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

$$=4\times(1/2)\times25\times(1/8)=6.25\ (\mathrm{W})$$

(2) 非周期信号，能量信号。总的能量为

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}64e^{-4t}\mathrm{d}t=-16\int_0^{\infty}e^{-4t}\mathrm{d}(-4t)=-16e^{-4t}\Big|_0^{\infty}=16\ (\mathrm{J})$$

(3) 周期信号，功率信号。总的平均功率等于各分量平均功率之和。分别求得分量周期：

$$T_1=\frac{2\pi}{2\pi}=1,\qquad T_2=\frac{2\pi}{3\pi}=2/3$$

$$P=\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}25\sin^2(2\pi t)\mathrm{d}t+\frac{1}{T_2}\int_0^{T_2}100\sin^2(3\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^1 25\times\frac{1}{2}\mathrm{d}t+\frac{3}{2}\int_0^{\frac{2}{3}}100\times\frac{1}{2}\mathrm{d}t=12.5+50=62.5\ (\mathrm{W})$$

(4)非周期信号,能量信号。总的能量为

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{0}400\mathrm{e}^{20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t+\int_{0}^{\infty}400\mathrm{e}^{-20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=2\int_{0}^{\infty}400\mathrm{e}^{-20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t=800\int_{0}^{\infty}\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-20t}+\mathrm{e}^{-20t}\cos(2\pi t))\mathrm{d}t$$

$$=20+400\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{-20t}\cos(2\pi t)\mathrm{d}t=20+\frac{20\times 400}{400+4\pi^2}=38.2\ (\mathrm{J})$$

(5) 非周期信号,功率信号。该信号为周期分量信号复合而成,其分量信号的周期分别为

$$T_1=\frac{2\pi}{5\pi}=\frac{2}{5},\quad T_2=\frac{2\pi}{2\pi^2}=\frac{1}{\pi}$$

总的平均功率等于各分量平均功率之和,即

$$P=\frac{1}{T_1}\int_{0}^{T_1}\cos^2(5\pi t)\mathrm{d}t+\frac{1}{T_2}\int_{0}^{T_2}4\cos^2(2\pi^2)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{5}{2}\int_{0}^{\frac{2}{5}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t+\frac{4}{\pi}\int_{0}^{\frac{1}{\pi}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}+2=2.5\ (\mathrm{W})$$

【例 1-3】 粗略绘出下列各函数式表示的信号波形。

(1) $f(t)=2-\mathrm{e}^{-t},\ t>0$　　(2) $f(t)=\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t},\ t>0$

(3) $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\sin\pi t, 0<t<4$　　(4) $f(t)=\dfrac{\sin t}{t}, -\infty<t<+\infty$

(5) $f(t)=(-1)^{-k},\quad 0\leqslant k<6$　　(6) $f(t)=\mathrm{e}^{k},\quad 0\leqslant k\leqslant 3$

(7) $f(k)=k,\quad 0<k\leqslant n$

解　(1)～(7)的信号波形如图 1-3 所示。

【例 1-4】 试判断下列方程所描述的系统是否为线性系统。

(1) $\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=e(t)+5$

(2) $\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+ty(t)+5\int_{-\infty}^{t}y(\tau)\mathrm{d}\tau=\dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}+e(t)$

(3) $y(t)=10e^2(t)+10$

(4) $\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}-y(t)\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}=10e(t)$

解　设激励为 $e_1(t),e_2(t)$时响应分别为 $y_1(t),y_2(t)$。检验激励为 $a_1e_1(t)+a_2e_2(t)$时,响应 $y(t)$ 是否等于 $a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$。

(1)因为　$a_1e_1(t)+5\neq\dfrac{a_1\mathrm{d}y_1(t)}{\mathrm{d}t}+a_1y_1(t), a_2e_2(t)+5\neq\dfrac{a_2\mathrm{d}y_2(t)}{\mathrm{d}t}+a_2y_2(t)$

所以　$a_1e_1(t)+a_2e_2(t)\neq\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]+a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$

即为非线性系统。

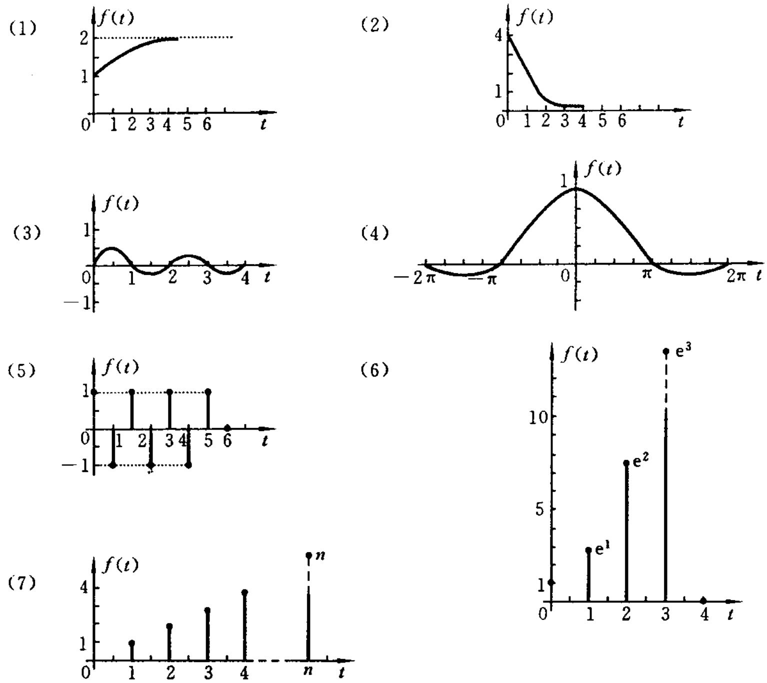

图 1-3

若将 5 作为初始状态，则 $y(0^-)=5$，该系统与激励 $e(t)$ 的关系为$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=e(t)$，称为零状态线性。而$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=y(0^-)$，称为零输入线性，该系统称为增量线性系统。

（2）因为
$$\frac{a_1\mathrm{d}e_1(t)}{\mathrm{d}t}+a_1e_1(t)=\frac{a_1\mathrm{d}y_1(t)}{\mathrm{d}t}+a_1ty_1(t)+5a_1\int_{-\infty}^{t}y_1(\tau)\mathrm{d}\tau$$
$$\frac{a_2\mathrm{d}e_2(t)}{\mathrm{d}t}+a_2e_2(t)=\frac{a_2\mathrm{d}y_2(t)}{\mathrm{d}t}+a_2ty_2(t)+5a_2\int_{-\infty}^{t}y_2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

所以
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[a_1e_1(t)+a_2e_2(t)]+a_1e_1(t)+a_2e_2(t)$$
$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]+t[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]+5\int_{-\infty}^{t}[a_1y_1(\tau)+a_2y_2(\tau)]\mathrm{d}\tau$$

即为线性系统。

（3）因为　$10a_1^2e_1^2(t)+10\neq a_1y_1(t)$，　$10a_2^2e_2^2(t)+10\neq a_2y_2(t)$

所以
$$10[a_1e_1(t)+a_2e_2(t)]^2+10\neq a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$$

即为非线性系统。

（4）因为
$$10a_1e_1(t)\neq\frac{\mathrm{d}^2[a_1y_1(t)]}{\mathrm{d}t^2}-a_1y_1(t)\frac{\mathrm{d}[a_1y_1(t)]}{\mathrm{d}t}$$

$$10a_2e_2(t)\neq\frac{\mathrm{d}^2[a_2y_2(t)]}{\mathrm{d}t^2}-a_2y_2(t)\frac{\mathrm{d}[a_2y_2(t)]}{\mathrm{d}t}$$

所以 $$10[a_1e_1(t)+a_2e_2(t)]\neq\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]-[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[a_1y_1(t)+a_2y_2(t)]$$

即为非线性系统。

【例 1-5】 试判断下列方程所描述的系统是否为动态的、线性的、时不变的、因果的系统。

(1) $y(t)=\mathrm{e}^{x(t)}$　(2) $y(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$　(3) $y(t)=\sin6t\cdot x(t)$

(4) $y(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{5t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$　(5) $y(t)=x(\dfrac{t}{3})$

解 (1)输出只取决于当时的输入,为即时系统,即非动态系统。

$\mathrm{e}^{[a_1x_1(t)+a_2x_2(t)]}=\mathrm{e}^{a_1x_1(t)}\times\mathrm{e}^{a_2x_2(t)}\neq a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$,为非线性系统。

$\mathrm{e}^{x(t-t_0)}=y(t-t_0)$,为时不变系统。

即时系统必为因果系统。

(2) $y(t)=\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{x(t)-x(t-\Delta t)}{\Delta t}$,输出与过去的输入有关,为动态系统。

$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[a_1x_1(t)+a_2x_2(t)]=a_1\dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}+a_2\dfrac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t}=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$,为线性系统。

$y(t-t_0)=\dfrac{\mathrm{d}x(t-t_0)}{\mathrm{d}t}$,为时不变系统。

输出与过去和现在的输入有关,为因果系统。

(3) 输出只取决于当时的输入,为即时系统,即非动态系统。

$[a_1x_1(t)+a_2x_2(t)]\sin6t=a_1x_1(t)\sin6t+a_2x_2(t)\sin6t=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$,为线性系统。

$\sin6t\cdot x(t-t_0)\neq y(t-t_0)=\sin6(t-t_0)\cdot x(t-t_0)$,为时变系统。

即时系统必为因果系统。

(4) $y(t)$ 与过去的输入有关,为动态系统。

$\displaystyle\int_{-\infty}^{5t}[a_1x_1(\tau)+a_2x_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=a_1\int_{-\infty}^{5t}x_1(\tau)\mathrm{d}\tau+a_2\int_{-\infty}^{5t}x_2(\tau)\mathrm{d}\tau=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$,为线性系统。

$\displaystyle\int_{-\infty}^{5t}x(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau\neq y(t-t_0)=\int_{-\infty}^{5(t-t_0)}x(\tau)\mathrm{d}\tau$,为时变系统。

$y(t)$与未来的输入 $x(5t)$有关,为非因果系统。

(5) $y(t)=x(t/3)$ 与过去的输入有关,为动态系统。$a_1x_1(\dfrac{t}{3})+a_2x_2(\dfrac{t}{3})=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$,为线性系统。

$x(t') \to x(\frac{t}{3}) = y(t), x(t'-t_0) \to x(\frac{t}{3}-t_0) \neq y(t-t_0) = x(\frac{t-t_0}{3})$，为时变系统。

$y(-t) = x(\frac{-t}{3})$与未来的输入有关，为非因果系统。

【例 1-6】 试判断下列方程所描述的系统是否是线性的、时不变的、因果的系统。

(1) $y(t) = e(t-2) - e(2-t)$

(2) $y(t) = \begin{cases} e(t) + e(t-10), t \geqslant 0 \\ 0, \quad t < 0 \end{cases}$

(3) $y(t) = \begin{cases} e(t) + e(t+10), e(t) \geqslant 0 \\ 0, \quad e(t) < 0 \end{cases}$

(4) $y(t) = \int_0^t e(\tau)\mathrm{d}\tau - \int_0^t e(\tau - \lambda_0)\mathrm{d}\tau$

解　(1) $a_1[e_1(t-2) - e_1(2-t)] + a_2[e_2(t-2) - e_2(2-t)] = a_1y_1(t) + a_2y_2(t)$，为线性系统。

$e(t'-t_0) \to e(t-t_0-2) - e(2-t_0-t) \neq y(t-t_0) = e(t-t_0-2) - e(2-t+t_0)$，为时变系统。

$y(0) = e(-2) - e(2)$，输出与未来的输入有关，为非因果系统。

(2) $a_1[e_1(t) + e_1(t-10)] + a_2[e_2(t) + e_2(t-10)] = a_1y_1(t) + a_2y_2(t), t \geqslant 0$，为线性系统。

由于当 $t<0$ 时，$y(t)=0$，当 $e(t-t_0)$作用时，

$$e(t-t_0) + e(t-t_0-10) \neq y(t-t_0), \quad t \geqslant 0$$

当 $t-t_0 \geqslant 0$ 时，$y(t-t_0) = e(t-t_0) + e(t-t_0-10)$，因而是时变系统。

输出 $y(t)$ 只与过去和当前的输入有关，为因果系统。

(3) 当 $e_1(t) \geqslant 0$ 时，　　$y_1(t) = e_1(t) + e_1(t+10)$

当 $e_2(t) < 0$ 时，　　$y_2(t) = 0$

当 $e_3(t) = e_1(t) + e_2(t) < 0$ 时，　　$y_3(t) = 0$

显然 $y_3(t) \neq y_1(t) + y_2(t)$。为非线性系统。

当 $e(t) \geqslant 0$ 时，$e(t-t_0) + e(t-t_0+10) = y(t-t_0)$，为非时变系统。

输出与未来的输入有关，为非因果系统。

(4) $\int_0^t [a_1e_1(\tau)\mathrm{d}\tau + a_2e_2(\tau)]\mathrm{d}\tau - \int_0^t [a_1e_1(\tau - \lambda_0)] + a_2e_2(\tau - \lambda_0)]\mathrm{d}\tau$

$= \int_0^t a_1e_1(\tau)\mathrm{d}\tau - \int_0^t a_1e_1(\tau - \lambda_0)\mathrm{d}\tau + \int_0^t a_2e_2(\tau)\mathrm{d}\tau - \int_0^t a_2e_2(\tau - \lambda_0)\mathrm{d}\tau$

$= a_1y_1(t) + a_2y_2(t)$

为线性系统。