

人大附中编



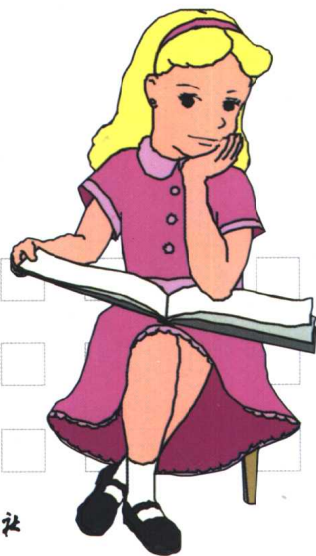
仁华学校奥林匹克数学系列丛书

仁华学校 奥林匹克数学

RENHUAXUEXIAOAOOLINPIKESHUXUE

小学六年级

课本



中国大百科全书出版社

仁华学校奥林匹克数学系列丛书

仁华学校(原华罗庚学校)

奥林匹克数学课本

小学六年级

(最新版)

人大附中编

主编:刘彭芝

中国大百科全书出版社

总编辑:徐惟诚 社长:田胜立

图书在版编目(CIP)数据

仁华学校奥林匹克数学课本·小学六年级/刘彭芝
主编. -北京:中国大百科全书出版社, 2003.12
(仁华学校奥林匹克数学系列丛书)
ISBN 7-5000-6982-0

I. 仁… II. 刘…
III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 118204 号

仁
华
学
校
奥
林
匹
克
数
学
课
本
(
小
学
六
年
级
·
最
新
版
)

主 编:刘彭芝
责任编辑:简菊玲
封面设计:何 茜
责任印制:徐继康

出版发行:中国大百科全书出版社
(北京阜成门北大街17号 100037 68315606)
<http://www.ecph.com.cn>

排 版:北京中文天地文化艺术有限公司
印 刷:北京华正印刷厂
经 销:新华书店总店北京发行所

版 次:2004年1月第1版
印 次:2004年1月第1次印刷
印 张:10
开 本:880×1230 1/32
字 数:215千字
印 数:1-20000
ISBN 7-5000-6982-0/G·664
定 价:10.00元

顾 问	王 元	裘宗沪	
	冯克勤	陈德泉	
主 编	刘彭芝		
副主编	童 欣	徐鸣皋	
编 委	童 欣	莫颂清	杨骅飞
	胡先蕙	郭丽军	梁丽平
	彭建平	邓健新	
编 撰	顾秀文	刘景华	马淑珍
	李 玫	杨骅飞	周春荔
	郜舒竹	王人伟	郭丽军
	王永俊	陶晓勇	周沛耕

序

这套丛书是北京仁华学校的教学用书。

北京仁华学校是人大附中的超常教育实验基地。其前身为北京市华罗庚学校，2003年12月改用新名（为叙述方便起见，下文涉及“北京市华罗庚学校”或“华校”的一律改用新名）。仁华学校的办学目的是探索科学实用、简单易行的鉴别与选拔超常儿童的方法，探索具有中国特色的超常教育模式，为国家大面积早期发现与培养现代杰出人才开辟一条切实可行的途径。在这里，数百位优秀教师精心执教，一批批超常儿童茁壮成长。仁华学校全体师生决心在教育改革的时代大潮中争做弄潮儿，为实现中华民族的伟大复兴甘当马前卒。

超常教育与早期教育为当今世界各国所重视。近年来，我国的众多有识之士投身超常教育事业，也取得了可喜的成果。超常教育是人类教育史上的一大进步，但同时也是一个复杂而全新的教育课题。无论在历史上还是现实生活中，少年出众，而成年寻常的人比比皆是。究其原因，往往在于成长的环境不佳，特别是未能在超常教育理论指导下施以特殊教育。因而，必须更新教育观念和教学模式，这样才能把大批聪慧儿童培养成为知识经济时代的栋梁之材。我们认为，超常儿童是具有良好的智力和非智力个性特征的统一体，是遗传与环境共同作用下的产物。基于此种看法，北京仁华学校的超常

教育，以尊重个性和挖掘潜力为基本原则，强调选拔与培养相结合，不缩短学制而注重学生综合素质的全面提高。

仁华学校分为小学部、初中部和高中部。小学部属校外培训性质，招收小学三至六年级的学生，招生时间定在每年9月或10月，入学后每周学习一次。初中部和高中部属常规中等教育，纳入人大附中建制，每个年级设4—6个实验班。仁华学校初中部和高中部的生源分别主要来自小学部和初中部，同时面向全市招生。

仁华学校在办学过程中，逐渐形成了自己独特的课程体系。在必修课中，我们把数学作为带头学科，并以此促进物理、化学、生物、外语、计算机等其他学科的发展。这是因为，数学作为研究现实世界中数和形的一门基础科学，不仅对人类社会的进步和国家的建设发挥着关键的作用，而且对训练人们的思维能力具有重要的价值。此外，仁华学校还开设有现代少年、科学实践、社会实践、心理导向、创造发明和生物环保等特色课，以及汽车模拟驾驶、网页设计、天文观测、电子技术、几何画板、艺术体操、篆刻和摄影等选修课。华校全新的课程设置，近而言之，是希望学生能够增强学习兴趣，开阔知识视野；远而图之，则是为他们日后发展的多价值取向打下坚实而全面的科学文化基础。

仁华学校在办学过程中，还逐渐形成了一支思想新、业务精、肯吃苦、敢拼搏的教师队伍。这其中既有多年工作在教学第一线的中小学高级和特级教师，又有近年来执着于数学、物理、化学、生物、计算机等学科奥林匹克活动的高级教练员，还有中国科学院和各高等学校中教学科研上成绩卓著的专家教授。他们着眼于祖国的未来，甘做人梯，为超常教育事业辛勤耕耘，是仁华学校藉以成长、引以自豪的中流砥柱。

实践证明，仁华学校对超常儿童的培养方略是可取的。十余年来，仁华学校为高等学校输送了大量全面发展、学有所长并具备创新精神和高尚品德的优异人才。已毕业的16届实验班学生全部考取重点大学，其中进入北京大学和清华大学的人数约占总数的68%，保送生约占25%。不仅如此，还有近3000人次学生在区、市、国家乃至世界级的学科竞赛中获奖夺魁，数量位居北京市重点中学之首。仁华学校的学生在全国雷达表青少年科学英才竞赛中获一、二、三等奖各一次，在全俄罗斯数学竞赛中获两枚金牌、一枚银牌，在国际物理邀请赛中获一枚银牌，在国际信息学奥林匹克竞赛（IOI）中获一枚铜牌，在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获满分金牌2枚和银牌1枚。近200人在各种发明比赛中获奖，其中几十人获全国及世界创造发明比赛的金奖、银奖，并取得五项国家专利。还有33人次在全国科学论文评比中获一、二、三等奖。此外，实验班的同学在艺术体育等方面也成绩斐然。上述大量事实证明，一种新的教育理论和实践，使得一批又一批英才脱颖而出，这足以显示仁华学校的办学方向是正确的，教学是成功的。

仁华学校超常教育的实践和成果已引起全国和国际教育界的关注。华校现在是中国人才研究会超常人才专业委员会副理事长单位，其超常教育研究课题曾荣获北京市“八五”普教科研优秀成果二等奖。仁华学校先后有数十位师生参加了国际超常儿童教育学术会议，在各种国际会议上宣读论文三十余篇，并同五十多个国家和地区从事超常教育的学校及研究机构建立了友好往来或合作研究关系。

教材是教学质量的基本保证，也是教学的基础建设。高质量的教材，是建立在高水平的学术研究成果和丰富的教学经验基础之上的。我们组织编写的这套“北京市

华罗庚学校奥林匹克系列丛书”的作者大部分都是原学校的骨干教师，开创了荟萃专家编书的格局。另外还有数位曾经在国际数学奥林匹克竞赛（IMO）中获得金牌和银牌的大学生和研究生参加撰写。这支由学生组成的特别劲旅将他们学习的真切感受和新鲜经验表达出来，使得本丛书独具一格。综合而言，展现在读者面前的这套丛书集实用、新颖、通俗、严谨等特点于一身，我们将其奉献给中小学教师、学生及家长，希望能博得广大读者的喜爱。此套丛书涉及数学、英语、物理和计算机等学科，目前已经出版和即将出版的有四十余册。

俗云：“一花怒放诚可爱，万紫千红才是春。”仁华学校在努力办学、完善自身的同时，诚望对国内中小学教学水平的提高微尽绵薄，诚望与其他兄弟学校取长补短，携手共进。“合抱之木，生于毫末，九层之台，起于垒土。”遥望未来，让我们同呼志士之言：为中国在21世纪成为科技强国而献身。

作为本系列丛书的主编，借这套丛书再次出版的机会，我再次以一个超常教育的积极参与者与组织者的名义，向各位辛勤的编著者致以衷心的感谢，恳请教育战线的前辈和同仁给予指导和推荐，也恳请广大师生在使用过程中提出宝贵的意见。

刘彭芝

写于2001年1月

修改于2003年12月

目

录

上 册

第 1 讲	工程问题	(1)
第 2 讲	比和比例	(13)
第 3 讲	分数、百分数应用题 (一)	(23)
第 4 讲	分数、百分数应用题 (二)	(34)
第 5 讲	长方体和正方体	(43)
第 6 讲	立体图形的计算	(54)
第 7 讲	旋转体的计算	(65)
第 8 讲	应用同余解题	(79)
第 9 讲	二进制小数	(88)
第 10 讲	棋盘中的数学 (一) ——什么是棋盘中的数学	(100)
第 11 讲	棋盘中的数学 (二) ——棋盘覆盖的问题	(110)
第 12 讲	棋盘中的数学 (三) ——棋盘对弈的数学问题	(119)
第 13 讲	棋盘中的数学 (四) ——棋盘格的计数问题	(129)
第 14 讲	典型试题分析	(137)

目

录

下 册

第 1 讲	列方程解应用题	(157)
第 2 讲	关于取整计算	(167)
第 3 讲	最短路线问题	(176)
第 4 讲	奇妙的方格表	(189)
第 5 讲	巧求面积	(200)
第 6 讲	最大与最小问题	(212)
第 7 讲	整数的分拆	(224)
第 8 讲	图论中的匹配与逻辑推理问题	(233)
第 9 讲	从算术到代数 (一)	(243)
第 10 讲	从算术到代数 (二)	(254)
第 11 讲	综合题选讲 (一)	(265)
第 12 讲	综合题选讲 (二)	(276)
第 13 讲	速算与巧算综合练习	(286)
第 14 讲	关于空间想象力的综合训练题	(297)

上册

第1讲 工程问题

工程问题是应用题中的一种类型. 在工程问题中, 一般要出现三个量: 工作总量、工作时间(完成工作总量所需的时间)和工作效率(单位时间内完成的工作量).

这三个量之间有下列一些关系式:

工作效率 \times 工作时间 = 工作总量,

工作总量 \div 工作时间 = 工作效率,

工作总量 \div 工作效率 = 工作时间.

为叙述方便, 把这三个量简称工量、工时和工效.

【例1】 一项工程, 甲乙两队合作需 12 天完成, 乙丙两队合作需 15 天完成, 甲丙两队合作需 20 天完成, 如果由甲乙丙三队合作需几天完成?

分析 设这项工程为 1 个单位, 则甲、乙合作的工效为 $\frac{1}{12}$, 乙、丙合作的工效为 $\frac{1}{15}$, 甲、丙合作的工效为 $\frac{1}{20}$. 因此甲、乙、丙三队合作的工效的两倍为 $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$, 所以甲、乙、丙三队合作的工效为 $(\frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}) \div 2 = \frac{1}{10}$. 因此三队合作完成这项工程的时间为 $1 \div \frac{1}{10} = 10$ (天).

$$\begin{aligned} \text{解: } & 1 \div [(\frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}) \div 2] \\ & = 1 \div [\frac{1}{5} \div 2] = 1 \div \frac{1}{10} = 10 \text{ (天)}. \end{aligned}$$





答：甲、乙、丙三队合作需 10 天完成。

说明：我们通常把工量“一项工程”看成一个单位。这样，工效就用工时的倒数来表示。如例 1 中甲乙两队合作的工时为 12 天，那么工效就为 $\frac{1}{12}$ ，它表示甲乙两队一天完成全部工程的 $\frac{1}{12}$ 。

【例 2】 师徒二人合作生产一批零件，6 天可以完成任务。师傅先做 5 天后，因事外出，由徒弟接着做 3 天。共完成任务的 $\frac{7}{10}$ 。如果每人单独做这批零件各需几天？

分析 设一批零件为单位“1”。其中 6 天完成任务，用 $\frac{1}{6}$ 表示师徒的工效和。要求每人单独做各需几天，首先要求出各自的工效，关键在于把师傅先做 5 天，接着徒弟做 3 天转化为师徒二人合作 3 天，师傅再做 2 天。

解：师傅工效： $(\frac{7}{10} - \frac{1}{6} \times 3) \div 2 = \frac{1}{10}$ ；

徒弟工效： $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ ；

师傅单独做需几天： $1 \div \frac{1}{10} = 10$ （天）；

徒弟单独做需几天： $1 \div \frac{1}{15} = 15$ （天）。

答：如果单独做，师傅需 10 天，徒弟需 15 天。

【例 3】 一项工程，甲单独完成需 12 天，乙单独完成需 9 天。若甲先做若干天后乙接着做，共用 10 天完成，问甲做了几天？

分析 解答工程问题时，除了用一般的算术方法解答外，还可以根据题目的条件，找到等量关系，列方程





解题.

解: 设甲做了 x 天. 那么,

甲完成工作量 $\frac{1}{12}x$, 乙做的天数 $10 - x$,

乙完成工作量 $(10 - x) \times \frac{1}{9}$,

因此 $\frac{1}{12}x + (10 - x) \times \frac{1}{9} = 1$,

$$\frac{1}{12}x + \frac{10 - x}{9} = 1.$$

两边同乘 36, 得到: $3x + 40 - 4x = 36$,

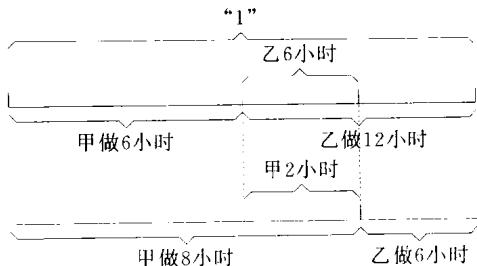
$$x = 4.$$

答: 甲做了 4 天.

【例 4】 一件工作甲先做 6 小时, 乙接着做 12 小时可以完成. 甲先做 8 小时, 乙接着做 6 小时也可以完成. 如果甲做 3 小时后由乙接着做, 还需要多少小时完成?

分析 设一件工作为单位“1”. 甲做 6 小时, 乙再做 12 小时完成或者甲先做 8 小时, 乙再做 6 小时都可完成, 用图表示它们的关系如下:

由图不难看出甲 2 小时工作量 = 乙 6 小时工作量,
 \therefore 甲 1 小时工作量 = 乙 3 小时工作量. 可用代换方法求解问题.





解：若由乙单独做共需几小时：

$$6 \times 3 + 12 = 30 \text{ (小时)}.$$

若由甲单独做需几小时：

$$8 + 6 \div 3 = 10 \text{ (小时)}.$$

甲先做 3 小时后乙接着做还需几小时：

$$(10 - 3) \times 3 = 21 \text{ (小时)}.$$

答：乙还需 21 小时完成。

【例 5】 筑路队预计 30 天修一条公路。先由 18 人修 12 天只完成全部工程的 $\frac{1}{3}$ 。如果想提前 6 天完工，还需增加多少人？

分析 由 18 人修 12 天完成了全部工程的 $\frac{1}{3}$ ，可通过 18×12 求出用一天完成 $\frac{1}{3}$ 工作量共需要的总人数，也可通过 18×12 求出用一人完成 $\frac{1}{3}$ 工作量共需要的总天数。所以由 $\frac{1}{3} \div (18 \times 12)$ 求出 1 人 1 天完成全部工程的几分之几（即一人的工效）。

解：① 1 人 1 天完成全部工程的几分之几（即一人的工效）：

$$\frac{1}{3} \div (18 \times 12) = \frac{1}{648}.$$

② 剩余工作量若要提前 6 天完成共需多少人：

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{1}{3}) \div [\frac{1}{648} \times (30 - 12 - 6)] \\ &= \frac{2}{3} \div \frac{12}{648} \\ &= 36 \text{ (人)}. \end{aligned}$$





③需增加几人：

$$36 - 18 = 18 \text{ (人).}$$

答：还要增加 18 人。

【例 6】 蓄水池有一条进水管和一条排水管。要灌满一池水，单开进水管需 5 小时。排光一池水，单开排水管需 3 小时。现在池内有半池水，如果按进水，排水，进水，排水…的顺序轮流各开 1 小时。问：多长时间后水池的水刚好排完？（精确到分钟）

分析与解答 ①在解答“水管注水”问题时，会出现一个进水管，一个出水管的情况。若进水管、出水管同时开放，则积满水的时间 = $1 \div (\text{进水管工效} - \text{出水管工效})$ ，

排空水的时间 = $1 \div (\text{出水管工效} - \text{进水管工效})$ 。

②这道应用题是分析推理与计算相结合的题目。根据已知条件推出水池中的水每 2 小时减少 $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ 。水池中有半池水即 $\frac{1}{2}$ ，经过 6 小时后还剩 $\frac{1}{2} - \frac{2}{15} \times (6 \div 2) = \frac{1}{10}$ 。如果按进水，排水的顺序进行，则又应进水 1 小时，这时水池内共有水 $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ 。如果按每小时 $\frac{1}{3}$ 的流速排出需要经过 $\frac{3}{10} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{10}$ （小时），共用的时间为 $6 + 1 + \frac{9}{10} = 7.9$ （小时）= 7 小时 54 分刚好排完。

【例 7】 一件工作，甲 5 小时先完成了 $\frac{1}{4}$ ，乙 6 小时又完成了剩下任务的一半，最后余下的部分由甲、乙合作，还需要多少时间才能完成？





分析 这道题是工程问题与分数应用题的复合题。解题时先要分别求出甲、乙工作效率，再把余下的工作量转化为占单位“1”（总工作量）的几分之几？

解：甲工作效率： $\frac{1}{4} \div 5 = \frac{1}{20}$ ，

乙工作效率： $(1 - \frac{1}{4}) \times \frac{1}{2} \div 6 = \frac{1}{16}$ ，

余下部分甲、乙合作需要几小时：

$$(1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{2}) \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{16}) = 3 \frac{1}{3} \text{ (小时)}$$

答：还需要 $3 \frac{1}{3}$ 小时才能完成任务。

【例 8】 甲、乙二人植树。单独植完这批树甲比乙所需要的时间多 $\frac{1}{3}$ ，如果二人一起干，完成任务时乙比甲多植树 36 棵，这批树一共多少棵？

分析 求这批树一共多少棵，必须找出与 36 棵所对应的甲、乙工效差。已知甲比乙所用的时间多 $\frac{1}{3}$ ，可以求出甲与乙所用的时间比为 4:3。当工作总量一定的情况下，工效与工时成反比例，甲与乙的工时比为 $\frac{4}{3}:1 = 4:3$ ，所以甲与乙的工效比是 3:4。这个间接条件一旦揭示出来，问题就得到解决了。

解：设乙所用时间为“1”，甲的时间是乙的 $1 + \frac{1}{3} = 1 \frac{1}{3}$ （倍），则甲与乙的时间比是 4:3。

工作总量一定，工作效率和工作时间成反比例，所以甲与乙的工效比是时间比的反比，为 3:4。

共植树多少棵： $36 \div (\frac{4}{7} - \frac{3}{7}) = 252$ （棵）。





· 答：这批树一共 252 棵。

【例 9】 加工一批零件，甲、乙合作 24 天可以完成。现在由甲先做 16 天，然后乙再做 12 天，还剩下这批零件的 $\frac{2}{5}$ 没有完成。已知甲每天比乙多加工 3 个零件，求这批零件共多少个？

分析 欲求这批零件共多少个，由题中条件只需知道甲、乙二人每天共做多少个即可，然后这就转化为求甲、乙两人单独做各需多少天，有了这个结论后，只需算出 3 个零件相当于总数的几分之几即可。由条件知甲做 16 天，乙做 12 天共完成工程的 $\frac{3}{5}$ ，也即相当于甲乙二人合做 12 天，另外加上甲又做 4 天共完成这批零件的 $\frac{3}{5}$ ；又知道甲乙二人合做 24 天可以完成，因此甲单独做所用天数可求出，那么乙单独做所用天数也就迎刃而解。

解： 甲、乙合作 12 天，完成了总工程的几分之几？

$$\frac{1}{24} \times 12 = \frac{1}{2}.$$

甲 1 天能完成全工程的几分之几？

$$\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \div (16 - 12) = \frac{1}{10} \div 4 = \frac{1}{40}.$$

乙 1 天可完成全工程的几分之几？

$$\frac{1}{24} - \frac{1}{40} = \frac{1}{60}.$$

这批零件共多少个？

$$3 \div \left(\frac{1}{40} - \frac{1}{60}\right) = 3 \div \frac{1}{120} = 360 (\text{个}).$$

答：这批零件共 360 个。

