

弹性地基梁计算理论和方法

丁大钧 刘忠德 编著

南京工学院出版社

弹性地基梁计算理论和方法

丁大钧 刘忠德 编著



南京工学院出版社

内 容 提 要

本书阐述了弹性半空间理论在我国应用较多的苏联高尔布诺夫-潘萨多夫的多项式法和热摩奇金链杆法,并介绍了简化计算和按此编制的通用反力系数表,同时给出承受集中弯矩载长梁和集中力载长梁无量纲系数之间的微分关系,利用高氏对后者编制的系数,用差分法算出前者的计算系数表,使三类梁的计算全部表格化,并给出空间问题计算所必需的表。本书还介绍了温克列尔基床系数法、十字交叉梁的计算和在其他工程结构计算中温氏解的应用。此外还介绍了其他几种计算理论。

本书可供高等工业院校土建类专业师生和企事业单位工程技术人员阅读参考。

弹性地基梁计算理论和方法

丁大钧 刘忠德 编著

南京工学院出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行 高淳印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张14.75 字数320千

1986年8月第1版 1986年8月第1次印刷

印数1—3,000册

书号: 15409-004 定价: 2.70元

前 言

建筑物都必须建筑在地基上，当地基条件不好，荷载又比较大时，常需设置基础梁。基础梁的作用，就是将上层建筑传来的比较集中的力分散到地基上，以减小地基所受压力的强度。基础的造价常常占建筑物总造价的很大部分。基础的正确计算不仅影响整个造价，同时还影响建筑物的安全。因此，基础梁的理论分析和计算方法在建筑工程设计中是十分重要的。

解放前，在我国工程设计中，对地基梁的计算，一般是采用线性分布假定；解放后，苏联科技成果被大量介绍到我国，其中包括在我国应用最广的弹性地基梁的计算方法，而热摩奇金的链杆法和高尔布诺夫-潘萨多夫的多项式法，由于编制了无量纲系数表，因此使用方便，应用更为广泛。在我国社会主义建设过程中，我国学者对弹性地基梁的计算进行过许多研究，並有不少工程实践，例如，对平面问题曾编制了边荷载的系数表，並且对按半平面或半空间问题计算弹性地基梁，还提出了一些简化或近似计算的方法。

本书首先介绍了关于基础梁计算的几种计算假设及按弹性半空间理论的计算方法，並將刚性梁、长梁和短梁的计算全部表格化(利用系数表计算)。在此，对长梁，编者根据承受集中弯矩载梁和承受集中力载梁的反力、剪力和弯矩之间的关系，利用高尔布诺夫编制的承受集中力载长梁的系数表，编制了承受集中弯矩载的系数表；对短梁，除介绍高氏后来

编制的沿全长均布载、集中力载和集中弯矩载的系数表外，也根据编者提出的简化解编制了系数表，使之能对承受任意荷载（包括边荷载）的梁进行计算。其次介绍了温克列尔方法和利用该法计算交叉基础以及其它工程结构按温氏模式的计算。最后还介绍了根据其它地基模式时的计算方法。

从1980年开始，编者按照本书的内容在南京工学院开设了《弹性地基梁》的选修课，对本科学生讲授过四次，对研究生讲授二次。並且有很多工程技术人员把为学生编写的讲义作为进行工程设计时的资料。实践证明，本书可供土建、水利工程设计人员及高等院校有关专业的师生学习弹性地基梁计算方法时参考。

本书承李猗农同志为精心描绘全部底图，编者在此表示衷心的感谢。

编 者

一九八五年十一月

目 录

绪论

- 0-1 基础梁..... (1)
- 0-2 计算假设..... (2)
- 0-3 弹性地基梁的工作条件..... (13)
- 0-4 弹性地基梁的分类..... (15)

第一章 按弹性半空间理论的计算方法

- 1-1 链杆法..... (19)
- 1-2 刚性梁的计算..... (94)
- 1-3 长梁的计算..... (104)
- 1-4 短梁的计算..... (142)

第二章 按温克列尔假定的计算方法(基床系数法)

- 2-1 适用场合..... (148)
- 2-2 基本微分方程式的解及原点参数法..... (148)
- 2-3 长梁的解..... (156)
- 2-4 交叉基础梁的计算..... (164)
- 2-5 其他工程结构按温式模式的计算..... (170)

第三章 按其他地基模式的计算方法简介

- 3-1 用富利叶积分求弹性理论的长梁解(M.A. Biot方法)..... (208)
- 3-2 按用弹性柔线联结的弹簧系模式的计算方法(M.M. Филоненко-Бородич方法)..... (224)
- 3-3 按考虑剪切变形的弹簧系模式的计算方法(В.З. Власов方法)..... (233)

3-4	双基床系数法 (П.Л.Пастернак方法)	… (263)
参考文献		… (286)

附录

附录 I	沉降系数 F 表	… (293)
附录 II	沉降系数 $\overline{F}_{ki}$ 表	… (300)
附录 III	反力系数 $(X_i)_k$ 表	… (313)
附录 IV	提高反压力计算准确度的系数表	… (329)
附录 V	刚性梁无量纲值表	… (332)
附录 VI	承受集中力载 P 时长梁无量纲值表	… (336)
附录 VII	承受集中力矩载 m 时长梁无量纲值表	… (376)
附录 VIII	承受集中力载 P 时短梁无量纲值表	… (416)
附录 IX	承受集中力矩载 m 时短梁无量纲值表	… (432)
附录 X	沿全长梁承受均布荷载时短梁无量纲值表	… (448)
附录 XI	按基床系数法无量纲值表	… (449)
附录 XII	贝塞尔函数表	… (462)

绪 论

0-1 基 础 梁

结构物都必须建筑在地基上。结构物与地基的连接方式，主要取决于地基的条件和荷载的大小。如果地基的条件比较好、荷载比较小，在这种情况下，就可以通过墙(或柱)的作用，将荷载传至地基，此时，为了将荷载分散到地基上，以减小地基所受压力的强度，常须将墙脚(或柱脚)加以扩大；若地基的条件比较差、荷载比较大，则需设置基础梁或板，荷载通过基础梁(板)分布至地基的较大面积上，以减小单位面积上的压力强度。这种情况在大型工业与民用建筑物和水工结构中都是经常会遇到的，例如在松软土壤上建造建筑物，由于不能做成单个基础，必须设计成带形基础、交叉基础或整片基础(箱形基础或浮筏基础)。另外，有些结构物也必须设置基础梁。

综上所述，基础梁的作用，就是将上层建筑传来的比较集中的力分散到地基上，以减小地基所受压力的强度。

众所周知，基础的造价常常占建筑物总造价很大部分，对于建造在松软土壤上的建筑物尤其是这样。基础的正确计算不仅影响整个造价，同时还影响建筑物的安全。由于基础计算上的问题，不仅使得在许多工程中造成浪费，而且还

引起某些建筑物的事故。相反，如果基础设计合理，就能有效地防止建筑物的破坏。例如，当建筑物地基的主要持力层内有饱和砂层或粒径大于 0.05mm 的颗粒占总重量 40% 以上的饱和轻亚粘土层时，在地震作用下，地基有可能液化而失效，以至引起上层建筑的破坏，国内外有许多这样的事例。可是，如果基础设计合理，就能避免这种破坏，如营口市营口饭店（地上五层和七层，地下室一层），基础采用浮筏基础，在八度强震后，虽砂基发生液化，但上部结构完好，仅第一层填充墙轻微裂缝。

由此可见，基础梁的理论分析和计算方法，是建筑工程设计中非常重要的问题。

0-2 计算假设

基础梁是搁置在地基上的梁。为了设计基础梁，就要计算梁所承受的剪力和弯矩，为此，必须首先求出梁下地基反力的分布。例如（图0-1），一根承受一集中荷载 P 的基础梁，我们要计算梁内的剪力和弯矩，则必须先把梁下地基反力的分布求出来。

对基础梁，尽管现在有不少种计算方法，但是，并没有完全解决。主要是因为确定梁下地基反力很困难。关于梁下地基反力的分布，或者说，关于基础梁的计算，曾有几种不同的假设和计算方法：

（1）**假设基础梁与地基之间的压力按直线分布。**按照这种假设，当对称基础梁受对称荷载时，地基反力是均匀分布的；受偏心荷载时，为梯形分布，如图0-2所示。为了使反

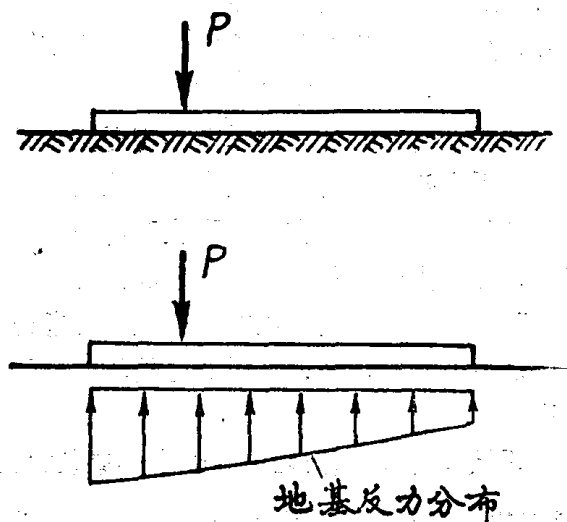


图 0-1

压力获得均匀的分布，有时将基础底盘面积做成梯形、T 字形、工字形或其他形状，使底盘面积的形心和外力合力作用点相重合。

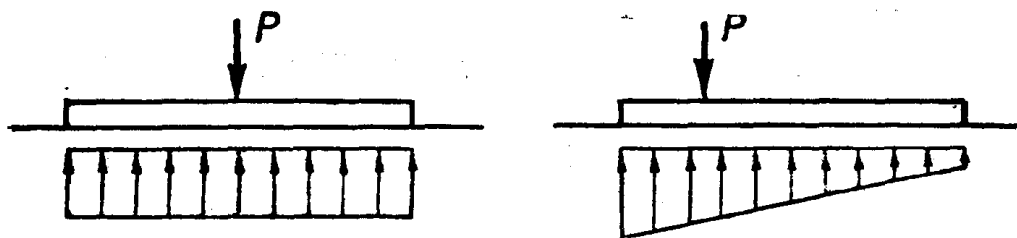


图 0-2

按直线分布的假设，是一种近似的计算方法，这时基础

梁的计算问题是一个静定问题，根据静力平衡条件就很容易计算出反力的数值。由于这种计算方法简单方便，常在初步估算或设计不太重要的基础梁时采用。

根据这种假设所得的计算结果是不符合梁和地基的实际工作情况的。因为基础梁问题是两个弹性性质不同的物体接触的问题，基础反压力的分布不仅取决于荷载对结构是否对称，而在很大程度上受着基础刚性和土壤弹性的影响。这一假设对于基础梁与地基之间的相对弹性并没有考虑，因此，计算的结果是不准确的，在设计重要建筑物时，不宜采用这种计算方法。

如图0-3所示，在空间问题中承受中心集载的梁下反压力 $\bar{p}$ (无量纲值，当乘平均压力 $p_0 = P/2a$ 时，即得沿单位长度的反压力 p tf/m 或 kgf/m，亦即 $\bar{p} = p/p_0$ ，此处 a 为梁的一半长度) 的分布情况^{[1][2]*}，图中 t 表示特征梁刚性和土壤弹性的所谓“柔性指数”，可见，当土壤改变时，梁下反压力亦有着很大的改变。不仅如此，从图0-3可见，梁的平面尺寸 ($\alpha = a/b$ ， b 为梁的一半宽度) 也显著地影响着反压力的分布。

由于反压力分布的不同，显然要影响到梁内弯矩及剪力，因此将影响着梁的设计。

如果按直线分布的假设，在承受中心集载下反压力分布为均匀的，亦即按平均压力(沿单位梁长) $p_0 = P/2a$ 。

(1)、(2) 指本书最后部分的参考文献序号 (1)、(2)。

本书正文中凡需参阅文献处，均用括号引注，括号内数字为参考文献序号。

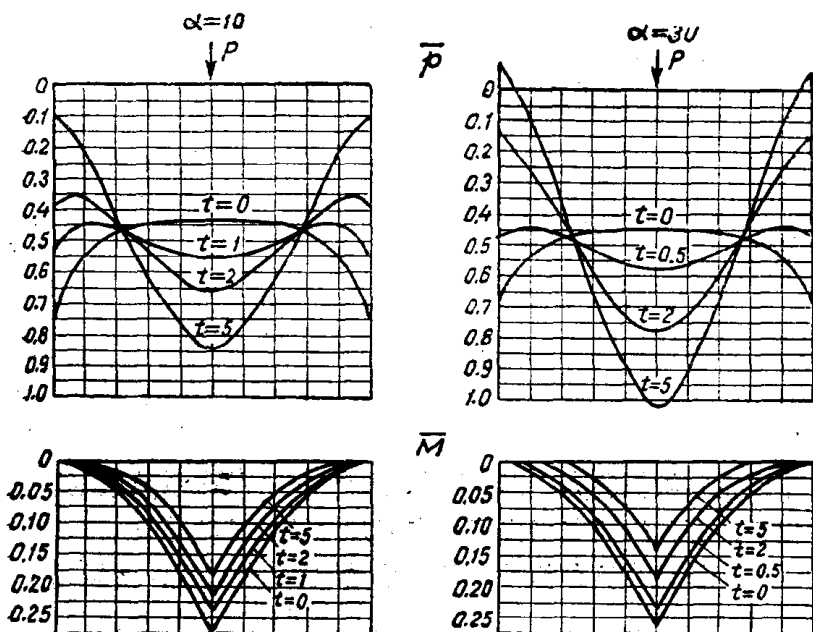


图 0-3

从图0-3中可见，当 $t \approx 0$ ，亦即梁的柔性指数很小，或者说梁的刚度很大时，梁端部反压力较大(大于 p_0)，因此，这时控制梁设计的最大弯矩是大于按平均压力计算的，则按直线分布假设将给出略不安全的结果(对按弹性半空间理论而言)。

如果 $t > 0$ ，最大反压力发生在集载的下面， t 越大，集载下面的反压力也越大。这时最大弯矩将小于按平均压力计算的弯矩，並随 t 的增大而减小，因此，按直线分布的假设将给出不经济的结果。

以上仅就这一简单荷载情况进行了分析，而在其他情况

下，问题要复杂得多。总之，按直线分布的假设一般是不能给出合理的设计。

(2)地基每单位面积上所受的壓力与地基沉陷成正比——捷克工程师温克列尔于1867年提出的一项假说，即认为弹性地基上的反压力 p 和各该点的沉降 y 成正比例。用公式表示即

$$p = ky$$

这项比例常数 k 被称为“基床系数”（或称为“压缩系数”、“地基系数”、“垫层系数”、“沉降系数”），亦即使土壤发生单位沉降时的地基单位面积上所需加的压力。这个假定常被简称为“温克列尔假定”或“基床系数假定”。但是，深入的研究指出了温克列尔理论的缺陷：

①按温克列尔假设，基床系数 k 是一个常数，实际上，在同样强度的压力下，地基的沉陷与受压面积有关，在一般情况下，无法通过试验求得这个“常数” k ，也就是说土壤不可能在压力和沉陷间有系数 k 的任何一定的比值（即 k 不是一个常数）。 k 值不仅与土壤的物理性能有关，并且还决定于其它许多因素，首先是决定于进行试验的压模支承面积的大小。如在同一压力值 p 的作用下，由于压模的尺寸不同，则将得到不同的 k 值。图0-4是波立升于1934年进行试验的结果^[1]。试验指出，如果对同一土壤用同样的压力进行一系列的试验，若压模的尺寸不同，将得到不同的沉陷值。在一定的压力时，沉陷与压模边长的关系直线是与坐标轴成倾斜的（即所有沉陷的试验值都是在通过坐标原点的同一倾斜直线上），而按照温克列尔假设，当压力 p 值固定不变时，压模的沉陷应不决定于压模的边长大小，即 k 应为常数（ k 为压力

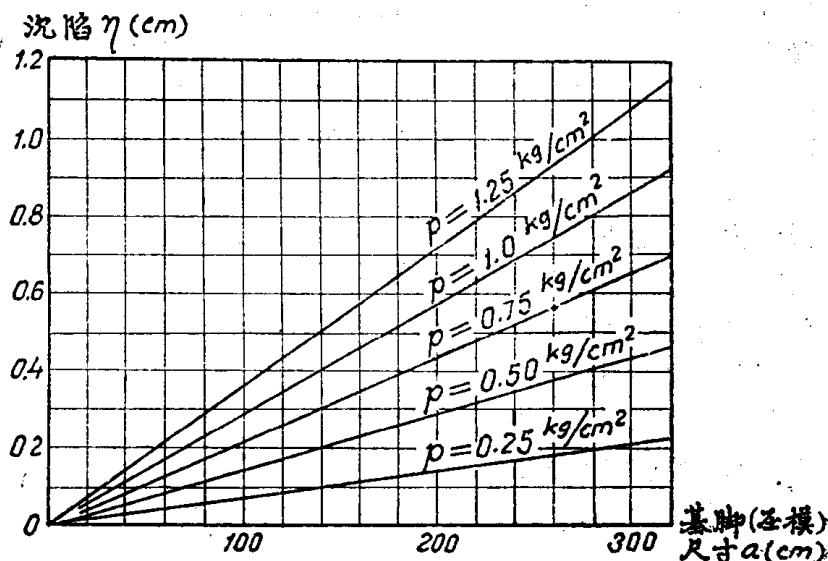


图 0-4 根据Д.Е.Польщич 的试验, 正方形压模沉陷 η 与它的宽度 a 的关系

强度 p 与沉陷 y 的比值, 若 p 不变, y 也不随压模的尺寸变化, 则 k 值为常量), 沉陷与压模边长的关系应该是水平直线, 即在图0-4上就会得到一系列彼此距离相等而平行的水平直线, 而不会得到一束通过坐标原点的倾斜直线。显然, 这个假设是与实际情况有出入的。

②实际的地基特性, 不论是岩性地基或土壤地基, 都与温克列尔假设有相当出入。弹性理论和土壤压陷实验都证明温克列尔假设在一般情况下并不正确。按照温克列尔的假设, 是把土壤的受压作用看作是许多彼此不相连接的弹簧体系的受压作用。也就是将土壤视为由许多不相关联的弹簧体系所

组成，在荷载范围内，弹簧被压缩了，而在荷载范围外的弹簧不受这些荷载的影响，即地基沉陷只出现在地基的受压部分，如图0-5a所示，任何点的沉陷仅决定于作用在同一点上的压力，与邻近的压力作用完全无关。这是不符合真实情况的，因为土壤是连续的弹性体，故地基某点的沉降不仅与该点压力有关，同时也与其它各点的压力有关。因此，荷载范围外的土壤面亦将受到荷载的影响而发生一定的变形，如图0-5b所示。

温克列尔假设，可用于土坐垫层相当密实而且较薄时，以及当交叉带形基础时或当计算其它结构物而其受力情况属于这一类型者，如圆顶，圆形贮液池垂直壁的受弯等，此外扁壳近似受弯计算亦属这一范畴。

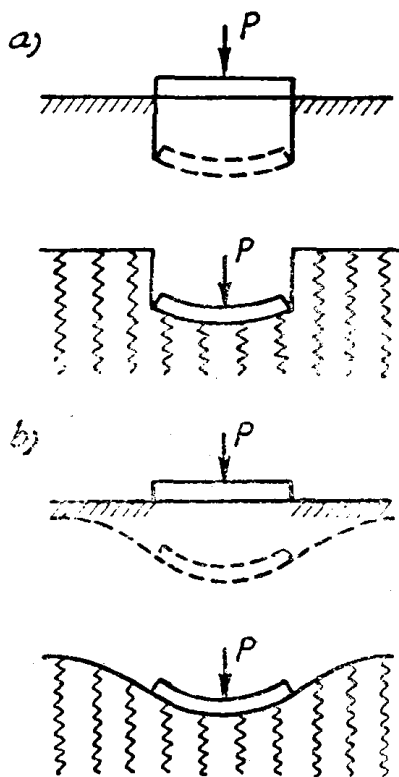


图 0-5

(3)按弹性半空间理论公式来计算基础梁——苏联学者普罗克托尔(Г.З.Проктор)于1919年首先指出了温克列尔假设的问题后提出的假设^[3]。

这一计算方法，假设地基是半无限大的连续弹性体，即认为土壤是密实而匀质的弹性物体。应用弹性理论计算地基的沉降，用材料力学公式计算梁的变形，然后根据接触和平衡条件确定地基的反力。

弹性理论的公式推导，都是以假定物体是均匀连续的、完全弹性的和各向同性的为前提。对于岩性地基，可以把它看成是连续弹性体，但对土壤地基来说，土壤是松散的颗粒体，不能承受拉力。它在受压后，变形是由弹性变形和永久变形两部分组成的，并且永久变形远大于弹性变形。如果土壤受压过大，它在基础边缘附近的部分会因产生流动而进入塑性状态。但尽管在土壤和弹性体之间存在着差别，还是可以把土壤地基当作连续体看待。因为，按地基的工作条件，其主要是加载，而不是卸载，通常总是受压的。同时，在基础设计中，地基的压力是有限制的，塑性状态只能是在很小的范围内，可以忽略。另外，为了区别于基础梁的弹性模数 E 和泊松系数 μ ，分别用压缩模数 E_c 和 μ_c 代替。 E_c 和 μ_c 可以由现场试验确定。在圆形和正方形的刚性压块下，按弹性理论，计算压缩模数的公式分别是

$$\frac{E_0}{1 - \mu_0^2} = \frac{P}{2a\eta}, \quad \frac{E_0}{1 - \mu_0^2} = \frac{0.9P}{c\eta}$$

式中

P ——总压力；

a ——圆形压块的半径；

c ——正方形压块的边长；

η ——地基（半无限大弹性体）沉降。

土壤的 E_0 一般为4MPa(极柔软的土壤)—60MPa*(较坚实的土壤), μ_0 一般为0.2—0.3(砂土), 0.3—0.4(粘土)。

对这个计算方法,在数学上有较大的困难。直到本世纪三十年代以后,这一理论的计算方法才逐渐被具体拟订。在这方面德国的马尔古尔(K. Margurre)^[4],苏联的格尔谢凡诺夫(Н.М.Герсеванов)、马切列特(Я.А.Мачерет)^[5]、弗洛林(А.В.Флорин)^[6]、库滋涅佐夫(В.И.Кузнецов)^[3]、热莫奇金(Ъ.Н.Жемочкин)^{[7][8]}、高尔布诺夫-潘萨多夫(М.И.Горбунов-Посадов)^{[1][2]}、密尔尼克(С.И.Мельник)^[9]、费利波夫(А.Л.Филиппов)^[10]、克鲁滨(П.И.Клубин)^[11]及美国的彼俄特(M.A. Biot)^[12]和比利时的彼尔(E.E. Beer)等都曾先后提出了自己的算法。

此外,舍赫切尔(О.Я.Шехтер)^[1]、达维多夫(С.С.Давыдов)^[14]研究了地基为有限厚度弹性层时的计算问题。克莱恩(Г.К.Клейн)^[15]研究了非匀质弹性层的问题。热氏等还提出了弹性半空间上有松的表土层时板的计算以及地基为变厚度时梁的计算。还有其他学者研究了另外一些特殊问题,如基础埋深的影响以及基础边缘塑性变形等。西尼春(А.П.Синицын)^[16]还研究了超出弹性限度时弹性地基梁的计算问题。

在近似计算方面,西姆武利迪(И.А.Симувлиди)^{[17][18]}、温诺科罗夫(Л.И.Винокуров)^[19]、杨国贤^[20]等分别提出了不同的算法。钱令希^[21]则提出了可做初

*相当于旧计量单位400 tf/m²~6000 tf/m², 这里取1kgf/mm²=10MPa