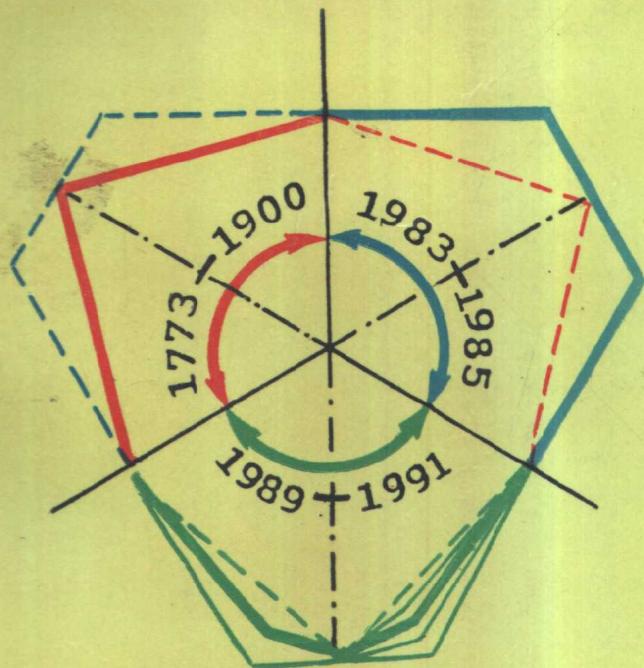


ADVANCES IN STRENGTH THEORY

强度理论研究新进展

俞茂宏 李跃明



西安交通大学出版社

强度理论研究新进展

Advances in Strength Theory

俞茂宏 李跃明等

Yu Mao-hong Li Yao-ming et al.

国家自然科学基金和材料强度
国家重点实验室研究项目

西安交通大学出版社

Xian Jiaotong University Press
1993

内 容 简 介

强度理论一方面为土木建筑水利、机械、化工、电力、动力、航空等
各种工程结构的强度设计提供必需的计算准则；同时它也是材料力学、塑
性力学、岩土力学、结构力学、压力加工等学科研究的重要基础，有重要
的理论意义和广泛的应用。本书反映了从单剪强度理论到双剪强度理论以
及从双剪强度理论到统一强度理论这二个重要的进展。双剪强度理论和统
一强度理论的工程应用可以取得巨大的经济效益。

读者对象为从事材料力学、结构力学、塑性力学、岩土力学和工程、
压力加工、结构塑性分析、机械设计以及各种工程结构强度研究和设计的
工程技术人员和大专院校的教师、研究生和大学生。

(陕) 新登字 007 号

强度理论研究新进展

俞茂宏 李跃明等

*

西安交通大学出版社出版

邮政编码：710049

西北工业大学印刷厂印装

陕西省新华书店经销

*

开本：850×1168 1/32 印张：9.375 字数：220千字

1993年6月第1版 1993年6月第1次印刷

印数：1—603

ISBN7-5605-0597-X/O·100 定价：12.00元

目 录

CONTENTS

1. 强度理论从单剪到双剪到统一（代序言） … 俞茂宏 (1)
2. 广义双剪强度理论和强度理论的统一 …… 俞茂宏 (12)
3. 广义双剪应力屈服准则及其推广
俞茂宏、何丽南、刘春阳 (26)
4. 统一强度理论及其应用 俞茂宏 (33)
5. 复杂应力状态下材料屈服和破坏的一个新模型及其
系列强度理论 俞茂宏 (45)
6. 广义双剪应力准则角隅模型 俞茂宏、刘凤羽 (59)
7. 一个新的普遍形式的强度理论
俞茂宏、刘凤羽、刘锋、李跃明 (67)
8. 对“一个新的普遍形式的强度理论”的讨论 … 杨光 (80)
9. 双剪强度理论和单剪强度理论（对杨光同志讨
论的答复） 俞茂宏 (83)
10. 双剪应力强度理论的基本思想及其体系
俞茂宏、李跃明 (92)
11. 双椭圆帽子模型的弹粘塑性本构方程
李跃明、俞茂宏 (106)
12. 混凝土强度的中间主应力效应
俞茂宏、郑树俊、杨光英 (117)
13. 岩土屈服准则的基本性质
俞茂宏、刘世煌、安民、谷江 (125)
14. 双剪应力强度理论的实验验证—花岗岩强度特
性的真三轴试验研究 李小春、许东俊 (135)

15. 混凝土在 $\sigma-\tau$ 复合应力状态下的静载强度研究 郑树俊、薛中安、黄中一、张春燕 (155)
16. A New Model and Theory on Yield and Failure of Materials under the Complex Stress State Yu Maohong, He Linan (166)
17. Generalized Twin Shear Stress Yield Criterion and Its Generalization Yu Maohong, He Linan, Liu Chunyang (178)
18. The New Expound on the Effect of the Intermediate Principal Stress Yu Maohong, He Linan (188)
19. Twin Shear Stress Five-parameter Criterion and Its Smooth Rigid Model Yu Maohong, Liu Fengyu, Li Yaoming (191)
20. The Basic Idea of Twin Shear Stress Theory and Its System Yu Maohong, Li Yaoming (200)
21. Non-Schmid Effects and Twin-Shear-Stress Criterion of Plastic Deformation in Crystals and Polycrystalline Metals Yu Maohong, He Linan (208)
22. Computing Modeling for the Strength of Concrete under the Biaxial Stress State Yu Maohong, Zeng Wenbing, Li Zhonghua (222)
23. Researches on the Static and Fatigue Strength of Concrete under Combined Stress Zheng Shujun, Xue Zhongan, Yu Maohong (234)
24. A Multi dimensional Composite Model for Plastic Continua under Multiaxial Loading Conditions N. G. Liang, Pal G. Bergan (247)

附录:

1. 国家科委科学技术研究成果公报: 双剪应力屈服准则 (276)
2. 李薰奖 (277)
3. 国家科委科学技术研究成果公报: 双剪应力系列强度理论 (278)
4. 中国土木工程学会优秀论文奖 (279)
5. 西安交通大学先进科技集体奖 (280)
6. 西安交通大学科学技术研究成果特等奖 (281)
7. 学部委员评双剪强度理论和统一强度理论 (282)
《强度理论研究新进展》跋 俞茂宏 (284)
汉英名词对照 (289)

强度理论从单剪到双剪到统一 (代序言)

俞茂宏

强度理论是研究材料在复杂应力状态下发生塑性变形和破坏的规律的学科。由于各种工程结构和自然界中的岩石、土体等材料大多处于复杂应力作用下，因此关于强度理论的研究在固体力学(材料力学)、结构力学、材料科学和各种工程结构的基础理论研究和工程应用中都具有很重要的意义。200多年来已经提出了众多的强度理论。世界各国学者所提出的强度理论，虽然形式各异，假设众多，但从其本质上讲，基本上可以分为三类，即：

1. 单剪应力强度理论。包括单剪应力屈服准则(Tresca屈服准则或第三强度理论)、莫尔-库仑强度理论以及以它们为基础的各种修正形式等。
2. 八面体剪应力强度理论。包括八面体剪应力屈服准则(Mises屈服准则或第四强度理论)、Drucker-Prager准则以及以它们为基础的各种修正形式等。
3. 经验公式。包括70年代国外学者提出的各种角隅模型和实验拟合曲线。

从1961年提出双剪应力屈服准则开始，在上述三类强度理论之外，又逐步形成了双剪应力强度理论。双剪应力强度理论包括双剪屈服准则(适用于拉压强度相同的材料)、双剪强度理论(适用于拉压强度不同的材料)和双剪多参数准则、双剪角隅模型、双剪帽子模型等一系列新的概念、模型和准则，形成了双剪系列的强度理论。

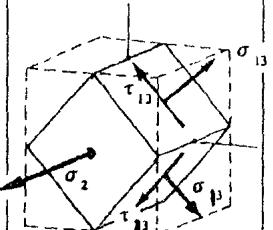
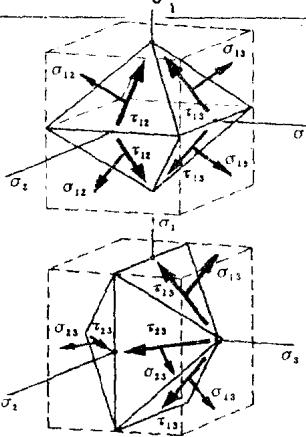
强度理论的发展，从单剪应力强度理论到八面体剪应力强度理论，这是一个重大的进展；从八面体剪应力强度理论到双剪系列强度理论，这也是一个重大的进展。双剪应力系列强度理论的发展，从 1961 年到 1990 年经历了近 30 年的过程，有关的主要论文已分别发表于 Int. J. of Mech. Sci. (双剪应力屈服准则)、金属学报 (1983, 晶体双剪多滑移条件)、中国科学 (1985, 双剪强度理论)、土木工程学报 (1988、1990, 双剪多参数准则)、力学学报 (1989、1990, 双剪角隅模型) 和中国土木工程学会第五届土力学及基础工程学术会议论文选集 (1987, 双剪帽子模型) 等学报和论文集。其中 1987 年以前的主要论文 19 篇已汇集于《双剪应力强度理论研究》中 (西安交通大学出版社, 1988)。

双剪强度理论是单剪强度理论的继承和发展；单剪强度理论可从双剪强度理论中蜕化得出，表 1 给出了两者的对比。其中单剪强度理论包括最大剪应力强度理论 (Tresca 屈服准则)，Mohr-Coulomb 强度理论和 Schmid 剪应力定律等；相应的双剪强度理论包括双剪屈服准则 (双剪单参数准则)、双剪强度理论 (双剪二参数准则)、双剪多参数准则和晶体双剪滑移条件等。

可以看到，两者的理论概念是十分相似的，但双剪强度理论考虑了单元体上的全部应力分量。并且通过中间主剪应力 τ_{12} 或 τ_{23} 而自然地引入了中间主应力 σ_2 ，使中间主应力效应这一几十年来为人们关心而又没有很好解决的难题，得到了一种理论上的说明，也与一些新的实验结果符合得更好。这些在强度理论研究中都具有重要的意义。

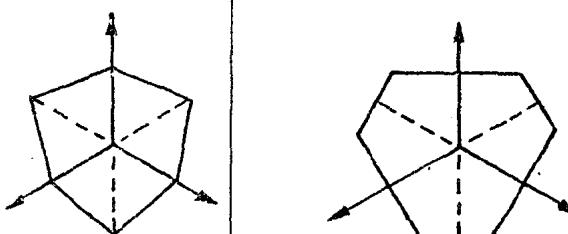
强度理论从单剪到双剪到统一

表 1 从单剪强度理论到双剪强度理论

| | 单剪强度理论 (1864-1924) | 双剪强度理论 (1961-1990) |
|-------------|--|---|
| 理论的组成和提出的时间 | 1. 最大剪应力准则 Tresca, 1864 2. 莫尔-库仑强度理论 Coulomb, 1773; Mohr, 1900 3. 晶体剪应力定律 Schmid, 1924 | 1. 双剪应力屈服准则 Yu Maohong, 1961 2. 双剪强度理论 Yu-Song, 1983 3. 晶体双剪滑移条件 Yu- He, 1983 4. 双剪多参数准则 Yu-Liu, 1988-1990 |
| 力学模型 |  |  |
| 单元体应力 | $(\tau_{13}, \sigma_{13}, \sigma_2)$ | $(\tau_{13}, \tau_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{12})$ 或 $(\tau_{13}, \tau_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{23})$ |
| 理论假设及特点 | $\tau_{13} = C$ $\tau_{13} + \beta \sigma_{13} = C$, 只考虑一个剪应力及其面上的正应力, 忽略了中主应力 σ_2 | $f = \tau_{13} + \tau_{12} = C$, 当 $\tau_{12} > \tau_{23}$ 时, $f' = \tau_{13} + \tau_{23} = C$, 当 $\tau_{12} < \tau_{23}$ 时, $F = \tau_{13} + \tau_{12} + \beta (\sigma_{13} + \sigma_{12}) = C$, $F' = \tau_{13} + \tau_{23} + \beta (\sigma_{13} + \sigma_{23}) = C$, 考虑二个剪应力及其面上的正应力, 反映了全部应力的作用 |

强度理论研究新进展

表 1 续 1

| | | 单剪强度理论 | 双剪强度理论 |
|------------------|---|--|--|
| 理论公式 | $\sigma_t = \sigma_c$ | $f = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t$ | $f = \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t$ 当 $\sigma_2 < \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 时 $f' = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_3 = \sigma_t$ 当 $\sigma_2 > \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 时 |
| | $\sigma_t \neq \sigma_c$ | $F = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 = \sigma_t$ $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c}$ | $F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t$ 当 $\sigma_2 < \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha}$ 时 $F' = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t$ 当 $\sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha}$ 时 |
| 表达式 | 一个方程，分段线性，较简单 | 二个方程，须由判别条件决定选用式 F 或式 F' ，分段线性 | |
| 中主应力效应 | 没有反映 | 能反映 | |
| σ_2 效应区间性 | 不能说明 | 能说明 | |
| 对某些实验现象的解释 | 在一定应力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 作用下，只增加或减少中间主应力 σ_2 可能引起材料的破坏甚至激发地震 | 不能解释 | 能解释 |
| 极限面范围 | 外凸最小 | 外凸最大 |  |

强度理论从单剪到双剪到统一

表1 续 2

| | 单剪强度理论 | 双剪强度理论 |
|-----------|---|---|
| 实验结果 | 近年的实验结果表明，单剪强度理论的极限面小于实验结果 | 近年的实验结果大多介于单剪强度理论与双剪强度理论之间，并偏向于双剪强度理论，某些则直接符合双剪强度理论 |
| 工程应用的经济意义 | 不能充分发挥材料的强度潜力 | 可以较好发挥材料的强度潜力并取得巨大的经济效益 |
| 研究成果和学术意义 | 已发表成千上万篇论文，得到广泛应用；同时也对其没有考虑 σ_2 效应而进行了近百年的研究 | 理论1于1985年被国家科委确认为国家级重大科技成果，达国际水平； 理论2于1988年被国家科委确认为国家级重大科技成果，达国际先进水平，获陕西省自然科学壹等论文奖； 理论3于1986年获李薰基金壹等奖； 理论4于1991年获中国土木工程学会学术成果的最高荣誉奖之一优秀论文壹等奖； 80年代开始被引用和推广应用，已被写入近 20 种专著和教材。研究成果在进一步扩大和发展。 |

从《单剪应力强度理论研究》出版以来的 5 年中，双剪强度理论的研究也有很多新的进展。这些进度主要表现在两方面。

一方面，双剪强度理论研究在理论上、实验验证和工程应用等方面进一步深入和完善，并逐步得到推广应用。

另一方面，双剪强度理论从适用于某一类材料发展为可以适用于众多材料的统一强度理论（包括统一屈服准则）。从适用于某一类材料的单一强度理论发展为适用于众多材料的统一强度理论，这是强度理论发展中的又一个重大进展。统一强度理论是在双剪强度理论和双剪力学模型的基础上发展和形成的，因此也可称为双剪统一强度理论或加权双剪强度理论。

五年前出版的《双剪应力强度理论研究》一书的主题是双剪强度理论的提出、完善和发展；现在这本《强度理论研究新进展》书的主题是双剪强度理论的深入论证和统一强度理论的形成。图1用应力空间的 π 平面的极限面形状表述了强度理论从单剪强度理论到双剪强度理论，再到双剪统一强度理论的发展过程。图2则说明现有的一些主要强度理论都为双剪统一强度理论的特例或线性逼近。从双剪统一强度理论可以蜕化得出各种强度理论，并且还可以得出一些新的可能的强度理论。因此双剪统一强度理论似乎也对几百年来的强度理论作了高度的概括。

统一强度理论通过不同程度的中间主剪应力和相应的正应力的影响而自然地反映了各种不同材料的各种不同程度的中间主应力效应及中间主应力效应的区间性。它不仅融合单剪应力强度理论与双剪应力强度理论为一体，而且可以构造出一系列新的强度计算准则，以适合于各种不同性质的材料。因此，它使强度理论从适合于某一类材料的单一强度理论发展为可以适合于各种材料的统一强度理论。此外，与单剪强度理论相比，双剪强度理论和 $b > 0$ 的统一强度理论的极限面都大于单剪强度理论的极限面。

强度理论从单剪到双剪到统一

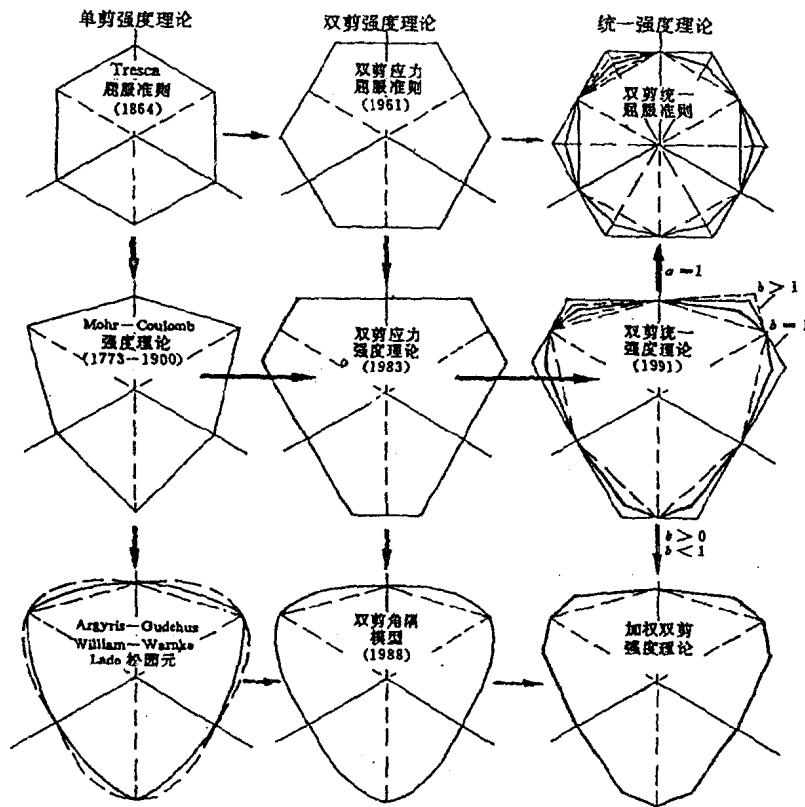


图 1. 强度理论的发展：从单剪到双剪到统一

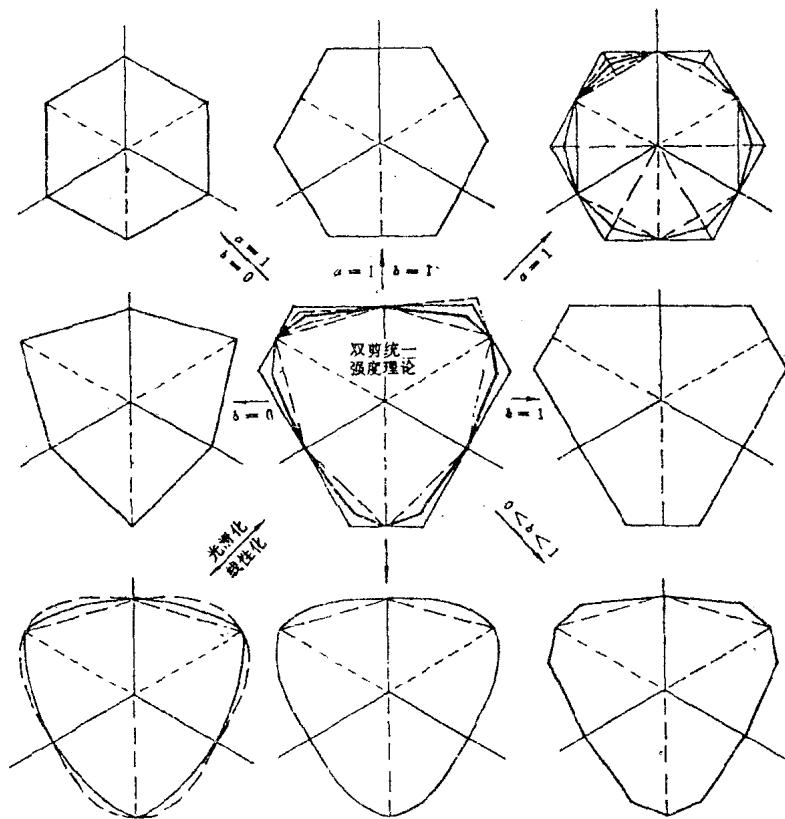


图 2. 双剪统一强度理论与各种强度理论间的关系

国内外近年来通过大量真三轴试验所得出的各种不同材料的复杂应力试验结果，表明了三个基本的实验事实，一是材料的强度极限面大于 Mohr-Coulomb 强度理论的极限面；第二个基本

事实是中间主应力效应是材料，特别是岩土类材料的一个基本特性^[10]；第三个基本事实是，不同的材料具有不同程度的中间主应力效应，极限面的大小亦有不同程度的差异。双剪统一强度理论不仅可以符合这三个实验事实，而且可以更好地发挥材料的强度潜力，并在工程应用中取得巨大的经济效益。

《强度理论研究新进展》汇集了这些研究的最新研究成果。其中有关双剪强度理论的深入发展的论文主要发表于《土木工程学报》、《力学学报》和国内外有关学术会议论文集^[1-5]；有关统一强度理论（包括统一屈服准则）主要发表于《科学通报》、《岩土工程学报》和第6届国际材料力学性能会议论文集^[6-18]。从1987年的《双剪强度理论研究》到现在的《强度理论研究新进展》，不仅研究论文的内容有较大发展，而且研究人员也扩大了，论文作者从7人扩展为20余人，研究单位扩大到其他高等学校和研究所、设计院。这些研究促进了双剪强度理论的研究、深入和完善、我们向他们表示衷心的感谢，我们也热烈欢迎更多研究者来共同开发研究，使双剪强度理论和双剪统一强度理论更完善，使工程结构能充分发挥材料的强度潜力，减轻工程结构的重量，为人类社会在文明建设中节省更多的材料，节省更多的能源而作出贡献。

参考文献

- [1] 俞茂宏、刘凤羽，“双剪应力三参数准则及其角隅模型”，《土木工程学报》。第21卷（1988）第3期，第90-95页；该文已收集于《双剪应力强度理论研究》论文集中，这里未收集。
- [2] 俞茂宏、刘凤羽、李跃明等，“一个新的普遍形式的强度理

- 论”, 土木工程学报, 第 23 卷 (1990) 第 1 期, 第 34—40 页。
- [3] 俞茂宏, “复杂应力状态下材料屈服和破坏的一个新模型及其系列理论”, 《力学学报》, 1989 年增刊, 第 42—49 页。
- [4] 俞茂宏、刘凤羽, “广义双剪应力准则角隅模型”, 《力学学报》, 第 22 卷 (1990) 第 2 期, 第 213—216 页。
- [5] 俞茂宏、李跃明, “广义双剪应力双椭圆帽子模型”, 《中国土木工程学会第五届土力学及基础工程学术会议论文选集》, 中国建筑工业出版社, 1990, 第 165—169 页, 该文已收集于《双剪应力强度理论研究》论文集中, 本书未收集。
- [6] Yu Maohong, He Linan, " A New Model and Theory on Yield and Failure of Materials under Complex Stress State", Mechanical Behaviour of Materials—VI , Pergamon Press, 1991, Vol. 3. 841—846.
- [7] Yu Maohong, He Linan, Liu Chunyang, "Generalized Twin Shear Stress Yield Criterion and Its Generalization", Chinese Science Bulletin, Vol. 37(1992), No. 24. 2085—2089.
- [8] 俞茂宏、何丽南、刘春阳, “广义双剪应力屈服准则及其推广”, 《科学通报》, 第 37 卷 (1992) 第 2 期, 第 82—85 页。
- [9] 俞茂宏, “岩土类材料的统一强度理论及其应用”, 《岩土工程学报》将发表。
- [10] 俞茂宏、何丽南, 材料力学中强度理论内容的历史演变和最新发展, 力学与实践, 第 13 卷 (1991) 第 2 期, 第 59—61 页。
- [11] 俞茂宏、俞茂铮、石德珂, 超临界压力机组的材料强度理论及其应用, 《超临界技术论文集》, 上海市经济委员会,

1992年8月。

- [12] 俞茂宏,《强度理论新体系》,西安交通大学学术专著丛书,西安交通大学出版社,1992。
- [13] 俞茂宏,广义双剪强度理论和强度理论的统一,《强度理论研究新进展》,西安交通大学出版社,1993,本书第12-25页。
- [14] 俞茂宏,统一强度理论及其应用,《强度理论研究新进展》,西安交通大学出版社,1993,本书第33-44页。
- [15] 俞茂宏、曾文兵,工程结构分析新理论及其应用,《工程力学》将发表。
- [16] 俞茂宏、马国伟、张浩明、张晓冰,混凝土的多轴强度理论研究,将发表。
- [17] 姚仰平、谢定义、俞茂宏,砂土的广义双剪应力破坏准则,《水利学报》,将发表。
- [18] 俞茂宏、张学彬、方东平,《西安古城墙研究》,西安交通大学出版社,1993。