



北京市高等教育精品教材立项项目

ELECTRODYNAMICS

电动力学

修订版

虞福春 郑春开 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

北京市高等教育精品教材立项项目

电 动 力 学

(修订版)

虞福春 郑春开 编著

北京大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

电动力学/虞福春,郑春开编著. —修订本. —北京:北京大学出版社,2003.9
北京市高等教育精品教材立项项目
ISBN 7-301-06498-5

I. 电… II. ①虞… ②郑… III. 电动力学-高等学校-教材 IV. 0442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 077453 号

内 容 简 介

本书系统地阐述了经典电动力学的基本概念、原理及处理问题的方法,并注意与实际的联系。全书内容包括:静电场,稳恒电流的磁场,随时间变化的电磁场,电磁波的传播,电磁波的辐射,狭义相对论,运动电荷的电磁场与电磁辐射,电磁场与介质的相互作用。每章后面配有一定数量的习题及答案,书末有七个附录并列出了主要参考书目。

本书可作为理工科大学和高等师范院校各物理类专业、天文专业、无线电电子技术专业等的教材或参考书,也可供研究生、教师和科研工作者参考。

书 名: 电动力学(修订版)

著作责任者: 虞福春 郑春开 编著

责任编辑: 瞿 定

标准书号: ISBN 7-301-06498-5/O · 0575

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村 北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752021

排 版 者: 北京高新特打字服务社 51736661

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787 毫米×960 毫米 16 开本 19.25 印张 429 千字

2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷(总第 3 次印刷)

印 数: 7001—10000 册

定 价: 25.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究

修订版前言

本书第一版出版至今已十年余,得到许多高校老师和广大读者的支持与鼓励,1998年本书第一版荣获教育部科技进步奖(三等奖)。

十年间,我们得到许多采用本书的任课老师和广大读者的赞誉,他们又热情地指出了其中存在的不足和需要改进的意见,我们受到了极大的鼓舞和鞭策。十年来,又通过本人在北京大学《电动力学》课程的教学实践和担任北京大学主干基础课《电动力学》主持人期间的亲身体会,并多方听取、收集各位任课老师和广大同学的意见,深感本书有修订之必要。随着科学发展和技术进步,《电动力学》在内容上也不断充实、扩展、更新,应用上也更加广泛,教学内容不断改革,教材也要不断更新;多年来我们在教学中又积累了一些新的经验,根据本教材使用情况和学科的新发展,也有必要对《电动力学》进行修订,以满足新世纪教育发展的需要。为此,在北京大学教材委员会、北京大学出版社和物理学院领导支持下,决定对《电动力学》修订再版。这次本书的修订再版也得到北京市教育委员会的大力支持,2002年底经过专家评审并获得北京市教育委员会正式批准,作为北京市高等教育精品教材建设立项项目。

这次修订再版基本保持原书的体系和特色,只在体系和内容安排上做了一些调整。删除了原书第5章——等离子体电动力学,保留其中有关等离子体的基本性质(电中性与电荷屏蔽现象及电子等离子体振荡)的内容,并把它放在第4章的电磁波在等离子体中的传播一节中。尽管等离子体电动力学在近代科技发展及应用中有重要意义,但由于本课程学时有限,这部分内容一般都不可能讲授,而且有需要的相关专业已单独设课,故将其删除。

考虑到原书第7章前三节的电磁波辐射问题安排在第四章电磁波的传播后讲授比较合适,因此这次修订时把原书第7章电磁辐射分为两部分,一部分是将随时间变化的电荷、电流系统的辐射(即宏观系统的辐射)和原书第3章的电磁场的矢势与标势组成新的一章,构成了修订版的第5章电磁波的辐射;另一部分是将余下的内容,运动电荷的电磁场与电磁辐射(即微观荷电粒子辐射)仍作为第7章。这样调整也考虑到某些专业在教学内容取舍和安排上的方便。由于本书第一版已吸收了许多电动力学发展中有兴趣的理论问题和近代科技发展中重要的应用问题,因此修订版在内容上只做了些增补,如电介质波导与光导纤维、天线阵、自由电子激光等,这些内容也只着重于阐明其物理原理。

为了能更广泛地适用于理工科大学和高等师范院校各物理类专业、天文专业、无线电电子专业以及工科相关专业(如电子技术、广播、通讯、地质等),本教材修订版仍保留原书的基本内容,并尽量兼顾不同专业需求和教学方便。如波导、谐振腔,既有矩型的又有圆柱型的,可供不同专业选用。书中带“*”号的部分不作基本要求,可根据不同专业的需求进行选择,或供相关专业参考,有些牵涉重要的物理意义或应用的问题,可着重说明物理概念,不必顾及详细的数学推导。即使不带“*”号的内容,教师也可根据教学对象和本专业教学计划要

求,进行取舍。因此,本教材为任课教师留下广阔的使用空间。

为了使不同专业的学生容易阅读,这次修订时适当降低难度。对第一版中略去的某些公式推导或留给学生自己证明的内容,这次修订时适当做些补充和说明,以减轻学生负担。

为了便于教学,我又编写一本与本教材配套的“电动力学解题指导”,供教师及学生参考。总之,修订后的《电动力学》,要尽可能达到满足新世纪教育发展需要。

在本书修订过程中,我国著名的物理学家、本书第一作者、我尊敬的老师虞福春先生不幸逝世。我要竭尽全力、尽可能地将虞先生的丰富经验、教育思想继承并体现在《电动力学》(修订版)中,作为对他一生献身物理教育的伟大功绩和高尚品德的缅怀与纪念!

在本书修订再版时,我要感谢多年来关心、支持我们的许多高校老师和广大读者,特别要感谢北京大学的徐安士教授、俎栋林教授、上海交通大学的尤峻汉教授、复旦大学的陆全康教授等的帮助。尽管本书再版时改正了第一版中出现的一些错误,也弥补了某些不足,但由于本人水平有限,修订版中错误之处在所难免,望广大教师和读者批评指正。

郑 春 开

2003年5月于北京大学物理学院

第一版前言

本书是根据编者在北京大学技术物理系十余年讲授《电动力学》讲稿、讲义的基础上编写的。书中的体系、内容的选择和讲授的方法,是在多年的教学实践中经过了多次的尝试和调整才确定下来的。现将本书编写所考虑的原则说明如下:

1. 关于《电动力学》教学内容的体系

在这个问题上有两种选择。一种选择是从麦克斯韦方程组出发,讲解电磁场及其规律、狭义相对论和经典电子论,把静电学和稳恒电流的电磁现象等内容,作为麦克斯韦电磁理论的特殊例子处理。按这种讲法,要保持整体内容的系统性和逻辑性,静电学和静磁学内容不应占据太多篇幅。这样处理将和普通物理中电磁学部分的衔接有一定的矛盾。若静电学和静磁学的篇幅占得太多,又会使整体内容的系统性和逻辑性不很协调。另一种选择是本书所采用的,遵循《电动力学》这门科学的历史发展顺序,即从实践到理论又回到实践的顺序,从库仑平方反比定律开始,按静电学、稳恒电流的磁场、法拉第电磁感应定律的发现和应,上升到麦克斯韦的电磁理论以及后面的发展。这种讲法能够使学生领会理论来源于实践又回到实践,而且理论也具有其自身的发展规律这一科学真理。本书采用这个体系的另一重要目的,是使学生认识到平方反比定律在物理学整体上所占的重要地位。它远远超过了库仑当时的发现,因为它联系着现代物理学的许多重要问题,如光子的静止质量是否为零,狭义相对论的出发点——光速不变的前提等。为此目的,本书在静电学的最后加入了平方反比定律实验检验的内容和在狭义相对论中增加了光子静止质量是否为零的问题的讨论。这种讲法,是不把《电动力学》作为一个完整的封闭理论,而强调它与其他物理现象和规律的联系,书中在不少地方指出了这一点。特别是,经典电动力学是建立在点电荷模型之上的,电子间的相互作用遵守库仑平方反比定律,更深一步从量子电动力学的观点看,是电子间交换虚光子所形成的交换力。

2. 关于本书内容轻重的安排

《电动力学》是一门重要的基础理论课,应着重阐明电磁理论的基本物理概念和规律,保持其理论的系统性。但电磁理论、概念在许多科学领域也有很重要的应用,这方面的内容也十分丰富,本书也将适当地介绍。因此,作为教材,书中的内容可分为三类:

(i) 必须掌握的基本概念、规律和理论方法,是本书的核心内容,保证系统的阐述,要求学生深入理解并牢固地掌握。

(ii) 书中的一部分只要求学生理解不一定深入掌握的概念、原理和结论。

(iii) 为了扩大知识面,反映科学的新发展,对于那些与电动力学基本规律和原理有关

的更深入的问题,书中也简单地介绍,或给出参考文献。这部分只要学生知道而已。

3. 理论与实际的结合

在实际应用中有重要意义的电磁理论、计算方法和结果,本书通过一些典型例子予以介绍。为了着重突出物理内容,尽量避免流于数学形式,凡数学推导中不涉及物理内容的推理、物理规律和近似条件的运用,纯属数学运算的步骤一概从略。

4. 其他

本书在狭义相对论的讲法上基本遵循爱因斯坦 1905 年的原著,加入必要的前相对论(per-relativity)的一些实验以及相对论应用的例子。

本书加入等离子体电动力学和超导电动力学的基本内容。

本书引用编者在科研中应用电磁理论所获得的一些概念和结果,作为例子举出,以加深学生对基本概念和理论的理解并扩大其知识面。

为了便于教学,本书附有七个附录以备查考。还选编一百多道习题,附有答案,以供教师选用。

本书内容不一定要全部讲授,可以根据不同专业的需要适当取舍。供选择的章节或内容在目录中加了“*”号。编者认为,这部分内容的概念、结论还是重要的,在实际工作中仍然有用。所以建议,这部分内容的有关公式、理论推导和证明,不一定细讲,甚至可以不讲,或可以简要地介绍其中的物理概念、结论或结果,这对扩大学生的知识面、提高分析问题和解决问题的能力还是有好处的。

本书根据国家有关主管部门的规定,采用国际单位制。考虑到目前仍有不少文献或书籍采用高斯单位制,为了学习和使用上的方便,在附录 F 中给出用两种单位制的公式之间的转换关系和主要公式的对照表。

本书在编写和出版过程中,得到北京大学技术物理系、物理系、无线电电子学系和地球物理系的许多老师以及北京大学出版社、北京大学教材委员会多方面的关心、支持与帮助,编者表示衷心的感谢。

由于编者的水平所限,书中的缺点与错误在所难免,敬请阅读本书的广大教师和读者指正。

编 者

1991 年 9 月于北京

目 录

1 静电学	(1)
1.1 真空中的静电场	(1)
1. 库仑定律和电力的叠加性	(1)
2. 电场强度与电场叠加原理	(1)
1.2 静电场的高斯定理与场的无旋性	(3)
1. 高斯定理	(3)
2. 静电场的无旋性	(4)
3. 静电场的边值关系	(4)
1.3 介质中的静电场	(5)
1. 电介质的极化与极化强度	(5)
2. 电介质中的电场与电感应强度	(7)
3. 分子极化率模型	(8)
1.4 静电势 泊松方程与拉普拉斯方程	(10)
1. 静电势与电势叠加原理	(10)
2. 泊松方程与拉普拉斯方程	(12)
1.5 静电问题的唯一性定理	(12)
1. 普遍的情况	(12)
2. 具有导体系的特殊情况	(14)
3. 叠加定理	(15)
1.6 分离变量法求解拉普拉斯方程	(15)
1. 直角坐标系中拉氏方程的通解	(16)
2. 柱坐标系中拉氏方程的通解	(16)
3. 球坐标系中拉氏方程的通解	(17)
1.7 格林等效层定理 镜像法	(20)
1. 格林等效层定理	(20)
2. 格林等效层定理应用	(21)
3. 镜像法	(23)
1.8 静电问题的格林函数法	(26)
1. 格林函数	(26)
2. 静电势普遍公式	(26)
1.9 导体椭球在外场中的极化与椭球场强计原理	(28)
1. 导体椭球在均匀的外场中的电势分布	(28)
2. 导体椭球感生的电偶极矩——各向异性例子	(30)
3. 椭球场强计原理	(30)
1.10 静电能	(32)
1. 真空中点电荷系的静电能	(32)

2. 电荷连续分布时的静电能	(33)
3. 导体系的静电能	(34)
1.11 电多极矩场及其与外加电场的相互作用	(34)
1. 电多极矩的电场	(34)
*2. 球坐标系中的电多极矩展开	(36)
3. 电多极子与外电场的相互作用	(38)
*1.12 库仑平方反比定律的检验	(39)
1. 库仑平方反比定律实验检验的重要意义	(39)
2. 库仑定律的实验检验——同心球实验	(40)
习题	(42)
2 稳恒电流磁场	(47)
2.1 稳恒电流与稳恒电场	(47)
1. 电流密度及电流连续性方程	(47)
2. 欧姆定律及维持稳恒电流的条件	(48)
3. 稳恒电流与稳恒电场分布	(49)
2.2 真空中稳恒电流的磁场	(50)
1. 电流间相互作用的安培定律	(50)
2. 电流的磁场, 毕奥-萨伐尔定律	(51)
3. 磁场的散度和旋度	(52)
4. 磁感应强度的边值关系	(53)
2.3 磁介质中的磁场	(53)
1. 磁介质的磁化和磁化强度	(53)
2. 磁介质中的磁场强度与环路定理	(54)
3. 在磁介质中磁场强度和磁感应强度所满足的边值关系	(55)
2.4 静磁场的矢势与环形电流的磁场	(56)
1. 静磁场的矢势及其满足的微分方程	(56)
2. 环形电流分布的磁场	(57)
2.5 静磁场的标势与静磁屏蔽	(62)
1. 静磁场的标势及其满足的微分方程	(62)
2. 静磁屏蔽	(64)
3. 稳恒闭合电流的静磁势及等效磁壳	(65)
*2.6 永磁体的磁场	(67)
2.7 磁场的能量	(69)
1. 两个闭合电流回路相对位置改变的过程中磁力所做的功	(69)
2. 电流系统的势函数	(70)
3. 移动电流回路时的能量交换	(71)
4. 磁场能量	(72)
2.8 磁多极矩的磁场及其与外磁场的相互作用	(73)
1. 磁多极矩的磁场	(73)
2. 磁多极子与外磁场的相互作用	(76)
习题	(77)

3 电磁现象的普遍规律与麦克斯韦方程组	(80)
3.1 法拉第电磁感应定律	(80)
3.2 麦克斯韦方程组与洛伦兹力公式	(81)
1. 麦克斯韦方程组	(82)
2. 洛伦兹力公式	(85)
3. 麦克斯韦方程组的对称性与磁单极子	(85)
3.3 电磁场的能量与能量守恒定律	(86)
3.4 电磁场的动量与动量守恒定律	(88)
3.5 电磁场的波动性	(92)
* 3.6 麦克斯韦方程组的完备性及其解的唯一性	(93)
习题	(94)
4 电磁波的传播	(96)
4.1 非导电介质中的平面电磁波	(96)
4.2 电磁波在绝缘介质分界面上的反射与折射	(97)
1. 反射与折射定律	(98)
2. 菲涅耳公式	(98)
3. 反射系数与透射系数	(99)
4. 全反射	(100)
4.3 电磁波在导电介质中的传播及其在导体表面上的反射	(103)
1. 电磁波在均匀导电介质中的传播	(103)
2. 电磁波在导体表面上的反射	(105)
3. 透入金属内部的电磁波	(106)
4.4 惠更斯-菲涅耳原理与电磁波的衍射	(107)
1. 基尔霍夫公式	(107)
2. 惠更斯-菲涅耳原理	(108)
3. 小孔衍射	(109)
4.5 电磁波在波导中的传播	(112)
1. 波导中电磁场的解	(112)
2. 矩形波导中传播的电磁波	(114)
* 3. 圆柱形波导中传播的电磁波	(117)
4.6 波导中的能流与能量损耗	(120)
1. 电磁导波的波阻抗	(120)
2. 导波能流及波导的传输功率	(120)
3. 电磁波的损耗与衰减	(121)
4.7 电磁波在同轴传输线中的传播	(124)
1. 同轴传输线中传播的电磁波	(124)
2. 同轴传输线中传播的 TEM 主波	(125)
3. 同轴传输线的电报方程	(126)
4.8 电介质波导与光导纤维	(128)
1. 圆柱形介质波导的解	(128)
2. 边值关系与特征方程	(131)

3. 光纤中的导模	(132)
4. 色散曲线与场分量分布	(136)
4.9 电磁驻波与谐振腔	(137)
1. 矩形谐振腔	(138)
* 2. 圆柱形谐振腔	(139)
3. 谐振腔的品质因素与谐振曲线	(142)
* 4.10 测量电磁场的微扰法	(144)
4.11 等离子体及电磁波在等离子体中的传播	(146)
1. 等离子体的电中性与电荷屏蔽现象	(147)
2. 电子等离子体振荡	(148)
3. 电磁波在等离子体中的传播	(149)
习题	(155)
5 电磁波的辐射	(157)
5.1 电磁场的矢势与标势	(157)
1. 电磁场的矢势与标势 规范变换与规范不变性	(157)
2. 矢势与标势所满足的微分方程	(158)
3. 阿哈罗诺夫-博姆效应	(159)
5.2 推迟势	(161)
5.3 电偶极振子电磁场与电偶极辐射	(163)
1. 电偶极振子的电磁场	(163)
2. 电偶极辐射	(165)
5.4 多极辐射	(167)
1. 推迟势的多极展开	(167)
2. 磁偶极与电四极辐射	(167)
* 3. 电多极辐射与磁多极辐射	(170)
5.5 中央馈送的直线天线辐射	(172)
5.6 天线阵	(175)
习题	(177)
6 狭义相对论	(179)
6.1 狭义相对论的实验基础及其产生的历史背景	(179)
1. 牛顿力学与伽利略相对性原理	(179)
2. 电磁现象与经典力学原理的矛盾	(180)
3. 寻找绝对参考系的实验	(181)
6.2 狭义相对论基本原理与相对论时空观	(184)
1. 同时性问题	(184)
2. 狭义相对论的基本原理	(186)
3. 相对论的时空观	(186)
6.3 洛伦兹变换和狭义相对论的时空理论	(189)
1. 洛伦兹变换	(189)
2. 狭义相对论的时空理论	(192)
6.4 四维空间的洛伦兹变换及物理量的变换性质	(199)

1. 四维空间及洛伦兹变换形式	(199)
2. 四维空间中物理量的变换性质	(200)
3. 四维波矢量与相对论多普勒效应	(202)
6.5 麦克斯韦方程组的协变性	(203)
1. 四维电流密度及连续性方程的协变性	(203)
2. 四维势及电磁势方程的协变性	(203)
3. 场强张量	(204)
4. 麦克斯韦方程组的协变性	(205)
6.6 电磁场的变换及其能量与动量守恒的协变性	(205)
1. 电磁场的变换	(205)
2. 四维洛伦兹力密度与电磁场应力能量动量张量	(207)
3. 电磁场能量动量守恒的协变式	(208)
6.7 相对论力学	(208)
1. 四维速度, 四维动量, 质能关系式	(208)
2. 牛顿力学定律的协变式	(211)
3. 高能粒子反应的运动学	(212)
6.8 带电粒子在电磁场中运动的拉格朗日函数与哈密顿函数	(215)
1. 带电粒子在电磁场中运动的拉格朗日函数与拉格朗日方程	(216)
2. 带电粒子在电磁场中运动的哈密顿函数与哈密顿方程	(217)
6.9 电磁场的拉格朗日函数 光子的静止质量问题	(218)
1. 电磁场的拉格朗日函数和普罗卡方程	(218)
2. 光子的静止质量问题	(219)
习题	(220)
7 运动电荷的电磁场与电磁辐射	(225)
7.1 李纳-维谢尔势	(225)
7.2 运动电荷的电磁场	(226)
7.3 加速运动电荷的辐射	(229)
1. 辐射场及辐射功率的角分布	(229)
2. 辐射总功率	(230)
7.4 韧致辐射与直线加速器中的辐射	(231)
7.5 同步辐射与同步辐射光源	(232)
1. 辐射功率角分布	(232)
2. 同步辐射的频谱	(234)
3. 同步辐射光源、扭摆器与波荡器	(238)
7.6 自由电子激光	(240)
1. 电子在波荡器中的运动与自发辐射	(240)
2. 在波荡器中电子与激光的相互作用	(243)
3. 有质动力与电子束群聚	(244)
4. 自由电子激光器的几种工作模式	(247)
7.7 切连科夫辐射	(248)
7.8 电子的电磁质量与辐射阻尼力	(251)

MAG 5/04

1. 电子的电磁质量	(252)
2. 辐射阻尼力	(254)
7.9 谐振电子的辐射阻尼和光谱线的自然宽度	(255)
习题	(257)
8 电磁场与介质的相互作用	(259)
8.1 电子对电磁波的散射与吸收	(259)
1. 电子对电磁波的散射	(259)
2. 电子对电磁波的吸收	(262)
3. 康普顿散射、电子对产生与湮没	(263)
8.2 介质的色散	(264)
1. 介质色散的经典电子模型	(264)
2. 反常色散与共振吸收	(265)
8.3 导体的色散 电导率与介电常量	(267)
8.4 超导体电动力学	(268)
1. 超导体的电磁性质	(268)
2. 超导体电动力学	(270)
习题	(273)
附录	(275)
A 矢量分析常用公式及有关定理	(275)
一、 ∇ 算符运算的常用公式	(275)
二、矢量积分定理	(275)
三、并矢及其运算公式	(276)
B 正交曲线坐标	(277)
一、正交曲线坐标系	(277)
二、正交曲线坐标系中的梯度、散度、旋度和拉普拉斯算符	(278)
三、几种常用的曲线坐标系	(278)
C δ 函数	(280)
一、 δ 函数的定义及其基本性质	(280)
二、 δ 函数几种常用的表达式	(281)
三、三维 δ 函数	(281)
D 球函数	(282)
一、勒让德多项式	(282)
二、关联勒让德函数	(283)
三、球谐函数	(283)
E 柱函数	(285)
一、贝塞尔方程与柱函数	(285)
二、柱函数的性质	(285)
三、修正的(或称虚宗量)柱贝塞尔函数	(287)
四、贝塞尔方程和修正的柱贝塞尔方程的通解	(288)
F 单位制的换算及主要公式的代换	(288)
G 有关的物理常量	(292)
习题	(292)
主要参考书目	(294)

1 静 电 学

本章从静电学的基本实验规律——库仑定律与电力的叠加性出发,引进电场强度概念,然后讨论静止电荷分布所产生的静电场的性质及求解静电场的基本原理与方法。

1.1 真空中的静电场

1. 库仑定律和电力的叠加性

1785年,库仑发表了他由实验总结的两个点电荷之间相互作用力的规律——库仑定律,它可表示为

$$\mathbf{F} = k \frac{qq'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (1.1.1)$$

式中 q, q' 是静止点电荷的电量, $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$ 分别为 q 和 q' 的位置矢量,如图 1.1.1 所示, k 是与单位制选取有关的常量. 本书采用国际单位制, $k = 1/4\pi\epsilon_0$, ϵ_0 为真空介电常量(也称电容率), $\epsilon_0 = 10^7/4\pi c^2 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. 必须指出,库仑定律最突出的特点是两点电荷之间作用力是与它们之间的距离平方成反比.“平方反比”包含着深刻的物理含义,它与光子静止质量是否为零、狭义相对论的光速不变原理是否成立等基本的物理问题相联系,在 1.12 节及第 6 章的 6.9 节要进行深入讨论。

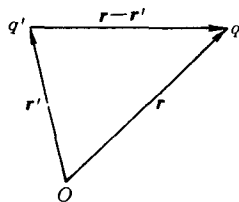


图 1.1.1

如果一个点电荷 q , 其位置矢量 $\mathbf{r}$, 同时受到许多点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 的作用, 实验证明: 点电荷 q 所受的力是各个点电荷 $q_i (i=1, 2, \dots, n)$ 单独存在时对 q 作用力的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|}, \quad (1.1.2)$$

式中 $\mathbf{r}'_i$ 是 q_i 的位置矢量, 这就是电力的叠加性. 注意, (1.1.2) 式所表示的电力叠加性是根据大量实验总结出来的一条实验规律, 它反映了电荷相互作用的又一个基本特性。

2. 电场强度与电场叠加原理

电场的概念最初只是作为描述电力作用的一种手段而引入的, 但现在的认识却深刻多了。

由 (1.1.2) 式, 点电荷 q (可称为试探电荷) 受到其他点电荷 q_i (称源电荷) 的作用力可改写为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (1.1.3)$$

其中

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i). \quad (1.1.4)$$

显然, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 可以完全不依赖于试探电荷 q . $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 是由源电荷 q_i 的大小及其位置 $\mathbf{r}'_i$ 所决定的空间位置 $\mathbf{r}$ 的函数, 称为电场强度.

原来库仑定律(1.1.2)式反映的是超距作用观点, 引进电场强度后的(1.1.3)式是代表了近距作用, 即点电荷 q 是受到它所在空间位置的电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的作用.

显然, (1.1.4)式也可改写为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n = \sum_i \mathbf{E}_i, \quad (1.1.5)$$

其中

$$\mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i) \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

表示 q_i 单独存在时在空间一点 $\mathbf{r}$ 的电场强度, 而 $\mathbf{E}$ 表示 $q_1, q_2, \cdots, q_n$ 同时存在时在 $\mathbf{r}$ 点的总电场强度. 因此, (1.1.5)式表明, 点电荷系在空间一点产生的电场强度等于各点电荷单独存在时在该点所产生的电场强度的矢量和. 这就是电场强度的叠加原理. 从本质上讲, 电场强度叠加原理是电力叠加性的直接结果.

在宏观电动力学中, 当考察物体的宏观性质时, 所取的宏观上足够小的体积元内一般都包含大量的带电粒子, 因此电荷可以看成是连续分布的. 于是可以引进电荷体密度 ρ 来描述空间电荷分布, 其定义:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \Delta q / \Delta V, \quad (1.1.6)$$

Δq 是空间任意小体积元 ΔV 中的电量. 有时电荷是分布在物体表面上很薄的一层(如导体表面)或是两种不同介质的分界面上, 这时对于电荷薄层的厚度不感兴趣, 于是可引入电荷面密度 σ 来描述电荷分布. 电荷面密度定义:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \Delta q / \Delta S, \quad (1.1.7)$$

Δq 是曲面 S 上小面元 ΔS 内的电荷.

对于点电荷, 也可以引用一种特殊的连续函数来表示电荷的密度分布. 这种函数就是狄拉克在 1926 年首先引用的所谓 δ 函数(见附录 C).

因为点电荷可以看成体积很小而密度很大的一个带电球体的极限, 所以可以用 δ 函数来表示点电荷的密度分布. 设空间有 N 个点电荷, 处在 $\mathbf{r}_i$ 处的第 i 个点电荷的电量为 q_i , 则电荷密度分布可表示为

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N q_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i), \quad (1.1.8)$$

而

$$\int_{V_i} \rho(\mathbf{r}) dV = q_i, \quad (1.1.9)$$

这里 V_i 只包含第 i 个点电荷的任意体积. 在宏观电动力学中, 一般的讨论都采用电荷体密

度 $\rho(\mathbf{r})$ 来表示连续电荷分布, 它也包括了点电荷情况.

对于连续的电荷分布, 决定空间某点的电场强度的(1.1.4)式可改写为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV', \quad (1.1.10)$$

积分区域 V 包括全部电荷分布的区域.

由此可见, 只要给定空间电荷分布, 原则上就可以确定空间的电场强度. 但在 1.5 节中根据静电问题唯一性定理可以看到, 并不一定要给定空间的电荷分布, 而给定其他的一些条件也可能完全确定空间的电场分布.

1.2 静电场的高斯定理与场的无旋性

1. 高斯定理

如图 1.2.1, 任取一封闭曲面 S , 利用(1.1.10)式, 电场强度通量

$$\begin{aligned} \oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S dS \int_{V_\infty} \frac{\rho(\mathbf{r}') (\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V_\infty} \rho(\mathbf{r}') dV' \oint_S \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{n} dS}{R^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V_\infty} \rho(\mathbf{r}') dV' \oint_S d\Omega, \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $\mathbf{n}$ 为曲面 S 的外法向单位矢量, $d\Omega$ 为面元 dS 对 $\mathbf{r}'$ 点所张的立体角. 因为

$$\oint_S d\Omega = \begin{cases} 4\pi, & \text{当 } \mathbf{r}' \text{ 在 } S \text{ 面内,} \\ 0, & \text{当 } \mathbf{r}' \text{ 在 } S \text{ 面外,} \end{cases}$$

所以

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') dV'. \quad (1.2.1)$$

这就是静电场高斯定理的积分形式, 其中 V 表示封闭面 S 所包围的体积.

为了描述各点场的性质, (1.2.1)式必须转化为微分形式. 利用数学上高斯定理

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV,$$

(1.2.1)式可化为

$$\int_V \left(\nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0} \right) dV = 0.$$

因为体积 V 是任意选取的, 所以必有

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0, \quad (1.2.2)$$

上式就是静电场高斯定理的微分形式, 它说明静电场是有源场. 还须指出, 只有库仑作用的

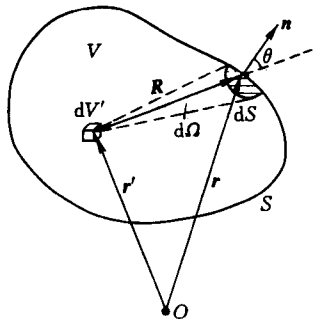


图 1.2.1

平方反比定律, (1.2.1)和(1.2.2)式才成立.

2. 静电场的无旋性

任何一个矢量场,除了场的散度外,还必须有场的旋度才能确定. 为此,对任一闭合回

路,取电场的环量,如图 1.2.2,并利用(1.1.10)式,得

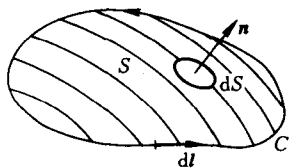


图 1.2.2

因为

$$\begin{aligned}\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_C \int_V \rho(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot d\mathbf{l}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') dV' \oint_C \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cdot d\mathbf{l}. \\ \oint_C \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cdot d\mathbf{l} &= 0,\end{aligned}$$

所以

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (1.2.3)$$

(1.2.3)式是**静电场无旋性的积分形式**,它反映了静电场规律的另一部分. 利用斯托克斯定理,则

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (1.2.4)$$

这里 S 是以 C 为边界的任一曲面. 因为对于任意选取的回路 C 和曲面 S (只要以 C 为边界), (1.2.4)式都成立,所以必有

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (1.2.5)$$

上式就是**静电场无旋性的微分形式**. 静电场的无旋性表明静电场是保守场.

3. 静电场的边值关系

反映静电场性质的微分形式公式(1.2.2)和(1.2.5)都是适用于电荷体分布情形的. 对于电荷面分布情形,可以从相应的积分公式(1.2.1)和(1.2.3)得到.

设电荷分布在 Σ 面上,其电荷面密度为 σ . 如图 1.2.3,取一小的扁平封闭柱形曲面,柱体的母线平行于 Σ 面的法线,柱体的底面位于 Σ 面的两侧,取面积 ΔS 为一级小量,其单位法线矢量分别为 $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$,取柱体的高度 Δl 为二级小量,通过侧面的电通量可以忽略. 根据高斯定理(1.2.1)式,通过这个小的封闭曲面的电通量

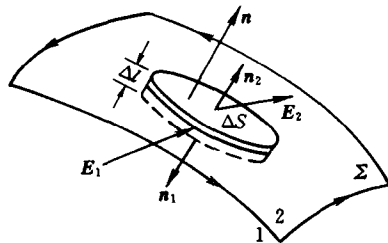


图 1.2.3

$$(\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{n}_2 + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{n}_1) \Delta S = \sigma \Delta S / \epsilon_0,$$

其中 $\mathbf{E}_2$ 和 $\mathbf{E}_1$ 表示 $\mathbf{E}$ 在柱体的上底和下底的值,于是便得到

$$\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{n}_2 + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{n}_1 = \sigma / \epsilon_0.$$

若取 $\mathbf{n}$ 为 Σ 面的单位法线矢量,其方向是从内面 1 指向外面 2,则有

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \sigma / \epsilon_0. \quad (1.2.6)$$