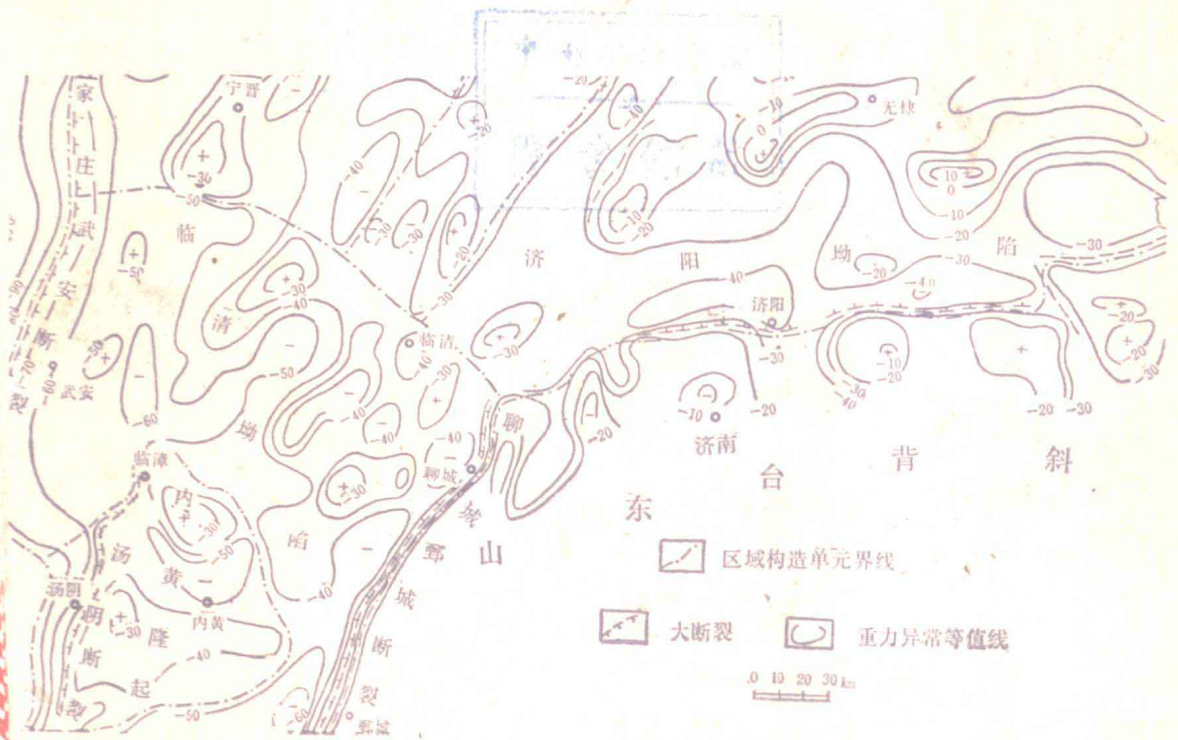


高等学校教材

# 重力勘探

陈善 主编



地质出版社

## 内 容 提 要

本书共九章，全面阐述了重力勘探的理论基础、仪器、野外工作方法和技 术、数据的整 理、岩石密度测定、重力异常正、反演问题、异常的数据处理和资料的实际应用等，约35万字。

书中全部采用了法定计量单位。

本书除作为高等学校应用地球物理专业的教材外，也可供广大物探工作者参考。

\* \* \*

本书萧敬涌主审，经地质矿产部重力勘探教材编委会于1984年11月的武汉审稿会议审定，同意作为高等学校教材出版。

\* \* \*

### 高等学校教材 重 力 勘 探

陈 善 主编  
责任编辑 官毓兰

地质出版社出版  
(北京西四)

地质出版社印刷厂印刷  
(北京海淀区学院路29号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本：787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张：15 字数：346,500  
1986年6月北京第一版·1986年6月北京第一次印刷  
印数：1—5,770册 定价：2.40元  
统一书号：13038·教252

# 前 言

本书是根据一九八一年地质矿产部教育司制定的高等院校教材出版计划的要求，作为全国地质院校地球物理勘探专业第二批通用教材编写的。

“重力勘探教材编审委员会”对这份教材的编写工作十分重视，从大纲的制定、内容的选取到编写的方法和要求，都作了多次认真讨论。同时，还邀请了有关院校的部份教师对教材的第一、二稿进行了详细审议，广泛征求了意见。现在出版的是第三次修改稿。

本教材内容以充分阐明重力勘探的基本原理、仪器、野外工作方法、数据整理、处理和资料的解释方法为主，基本上可以反映我国重力勘探方法应用的现状和水平。全书约三十五万字。教材内容和份量基本可以满足教学大纲和教学计划的要求。

全书采用了国际单位制，公式中与选用单位有关的常系数均作了相应变动，但对图件未作彻底修改（不改动原图异常数值，而仅注明单位乘以10的几次幂，进行换算）。书后还附有单位对照表。

参加本书编写工作的同志，按照章节和次序排列于下：

绪言、第一、二章和第九章	编者：陈善
第三、四、五章	编者：徐公达
第六、八章	编者：周国藩
第七章	编者：王宝仁

全部稿件最后经陈善同志整理。插图由长春地质学院绘图室清绘，李玉辉同志协助作了很多工作。

在第一、二稿的讨论和审议期间，武汉地质学院北京研究生部萧敬涌老师、西安地质学院许炳如老师、同济大学萧一鸣老师等提出了很多宝贵的意见，在此谨向他们和协助工作的所有同志致以衷心地谢意，也诚挚地希望读者对书中的缺点和错误提出批评指正。

编 者

1985年4月

# 目 录

绪 言	1
一、重力勘探课程的主要内容	1
二、重力勘探方法发展简史、现状和展望	1
第一章 重力勘探的基础知识	4
§1.1 地球和地球的重力场	4
§1.2 重力场的数学解析式	6
§1.3 重力位函数及其各阶偏导数	9
§1.4 重力位的等位面及其与重力位一阶、二阶偏导数的关系	11
§1.5 正常重力公式	15
§1.6 重力测量的方法和原理	16
§1.7 重力异常	18
§1.8 地壳均衡和均衡重力异常	20
第二章 重力仪	23
§2.1 重力仪的基本构造和工作原理	23
§2.2 重力仪的测读机构和测读方法	26
§2.3 影响重力仪测量精度的各种因素和消除影响的方法	28
§2.4 石英弹簧重力仪	31
§2.5 石英弹簧重力仪的检查、调节和常数测定	38
§2.6 金属弹簧重力仪	42
§2.7 海洋及航空重力仪简介	47
第三章 重力勘探的野外工作	51
§3.1 重力勘探的地质任务和野外工作的几个问题	51
一、地质任务	51
二、野外工作的几个问题	51
§3.2 重力勘探的技术设计	53
§3.3 基点网的观测及质量评价	54
§3.4 普通网重力测量和质量检查	56
§3.5 补充观测与专门剖面	56
§3.6 重力勘探中的测地工作	57
第四章 重力仪观测数据的整理	59
§4.1 基点网观测数据的整理	59
一、自由网平差	59
二、非自由网平差	60
§4.2 重力异常值的求取	63

一、正常场校正 (纬度校正) .....	63
二、地形校正 .....	64
三、中间层校正 .....	70
四、自由空间 (高度) 校正 .....	71
五、布格重力异常 .....	72
六、自由空间异常和均衡异常 .....	72
§ 4.3 重力异常的图示 .....	73
一、布格重力异常平面图 .....	73
二、重力异常剖面图 .....	73
三、重力异常剖面平面图 .....	74
<b>第五章 岩石和矿石的密度</b> .....	75
§ 5.1 决定岩 (矿) 石密度的主要因素 .....	75
§ 5.2 岩 (矿) 石标本密度的测定 .....	77
一、对岩 (矿) 石标本采集的要求 .....	77
二、岩 (矿) 石标本密度的测定方法 .....	77
§ 5.3 岩层平均密度的确定 .....	80
一、重力剖面法确定中间层密度 .....	80
二、重力测井 .....	83
§ 5.4 密度资料的整理和表示方法 .....	84
一、岩 (矿) 石标本密度资料的整理 .....	84
二、地层密度资料的整理及表示方法 .....	86
<b>第六章 重力勘探正问题的解法</b> .....	87
§ 6.1 某些简单形状物体的正问题解法 .....	87
一、密度均匀的球体 (点质量) .....	87
二、密度均匀的水平圆柱体 (水平物质线) .....	89
三、铅垂台阶及水平物质半平面 .....	91
四、二度铅垂柱体、铅垂薄板 (铅垂物质带) 和水平薄板 (水平物质带) .....	93
五、倾斜台阶 (倾斜断层) .....	96
六、倾斜脉 .....	101
铅垂物质线及铅垂圆柱体 .....	102
§ 6.2 横截面为任意形状的二度体的重力异常 .....	106
一、横截面为多边形的二度体的重力异常 $\Delta g$ 的计算方法 .....	106
二、用于解二度体正问题的量板 .....	108
§ 6.3 任意形状三度体正问题的解法 .....	114
一、多边形截面法 (面元法) .....	114
二、立方体元法 .....	118
三、压缩质线法 (线元法) .....	119
§ 6.4 密度分界面正问题的近似解法 .....	121
<b>第七章 重力异常的数据处理</b> .....	126
§ 7.1 重力异常曲线的平滑 .....	126
一、徒手平滑法 .....	126

二、多次平均法 .....	126
三、剖面异常曲线的平滑公式 .....	127
四、平面异常的平滑公式 .....	130
§ 7.2 区域异常与局部异常的划分 .....	132
一、图解法 .....	133
二、数值计算法 .....	135
三、网格法 .....	136
四、多项式拟合法(趋势分析法) .....	138
§ 7.3 位场的转换 .....	142
一、重力异常的解析延拓 .....	144
二、重力异常的导数换算 .....	154
§ 7.4 数字滤波理论在重力异常数据处理中的应用 .....	162
一、电滤波器和数字“滤波”的基本原理 .....	166
二、几种常用数据处理方法的滤波特性 .....	169
三、滤波器的设计 .....	172
四、频率域中重力异常的转换 .....	174
<b>第八章 重力勘探反问题的解法</b> .....	178
§ 8.1 解重力勘探反问题的反演法 .....	178
一、均匀球体 .....	178
二、无限长水平圆柱体 .....	180
三、铅垂台阶和水平物质半平面 .....	182
四、底部无限延深的铅垂脉 .....	186
五、铅垂薄板(铅垂物质带) .....	189
六、底部无限延深的倾斜脉 .....	189
§ 8.2 解反问题的切线法 .....	191
一、均匀球体 .....	192
二、无限长的水平圆柱体 .....	193
三、水平物质半平面 .....	193
四、铅垂物质带 .....	194
五、铅垂物质半直线 .....	194
§ 8.3 解反问题的选择法 .....	195
§ 8.4 解反问题的直接法 .....	197
一、三度体剩余质量的求法 .....	197
二、二度体剩余线密度和横截面积的求法 .....	199
§ 8.5 地下一个密度分界面反问题的解法 .....	200
一、求单一密度界面深度的线性公式 .....	201
二、利用二级近似公式求单一密度界面深度 .....	201
三、压缩质面法 .....	205
<b>第九章 重力异常的地质解释及重力勘探的应用</b> .....	208
§ 9.1 重力异常的复杂性与重力勘探反问题解的非单一性 .....	208
§ 9.2 对重力异常进行解释的基本方法和步骤 .....	209

§ 9.3 重力勘探在研究地壳深部构造和区域地质构造方面的应用 .....	210
一、研究地壳深部构造 .....	210
二、研究大地构造分区 .....	213
三、划分地质构造单元 .....	214
§ 9.4 重力勘探在寻找石油、天然气构造方面的应用 .....	217
§ 9.5 重力勘探在研究煤田地质构造方面的应用 .....	219
§ 9.6 重力勘探在寻找金属矿床方面的应用 .....	220
一、寻找铁矿的实例 .....	220
二、寻找铬铁矿的实例 .....	225
§ 9.7 重力勘探在其它地质勘探方面的应用 .....	226
一、圈定火成岩体 .....	226
二、寻找盐矿 .....	227
〔附录〕 重力勘探常用单位的CGS制与国际单位制(SI)对照表 .....	230
参考文献 .....	231

# 绪 言

## 一、重力勘探课程的主要内容

重力勘探是在重力测量学的基础上发展起来的一门应用学科，是现代常用的主要地球物理勘探方法之一。

大家知道，在地球表面及其附近空间，一切物体都要受到重力的作用。在重力的作用下，物体自由下落时就要产生加速度，称为重力加速度。

在地球的表面，重力加速度的平均值约为 $9.80\text{m/s}^2$ 。但是，<sup>内部</sup>由于地球的形状不规则，<sup>外部</sup>地球内部物质密度不均匀，以及地球与其它星体相对位置不断变化，重力加速度的大小随着观测时间、地点的不同而稍有差异。

现在，人们已经清楚地知道，地面上重力加速度的变化，主要取决于测点的纬度、高度、测点周围地形的起伏、地球的潮汐、地球内部各种岩石密度的差异等五个因素。然而，从重力勘探的目的来说，上述五种因素中最后一个因素所引起的重力加速度的变化对于找矿而言才是有意义的。因为，在一般情况下，地下岩石密度的不均匀往往和某些地质构造的变异或某些矿产分布有关，所以，地下岩石密度不均匀所引起的重力加速度的变化，可以作为研究地下地质构造或寻找某些有用矿物的地球物理信息而加以利用。

某些密度与围岩不同的地质体所引起的重力加速度变化值，不仅比重力加速度的平均值小得多，而且比纬度变化、高度变化、甚至有时比地形变化的影响小。因此，在以勘探为目的的重力测量中，必须对重力测量的结果进行相应的校正，消除那些非地质因素变化的影响。

密度与围岩不同的地质体所引起重力加速度变化的数值、范围和变化规律，与它的形状、大小、空间位置以及它与围岩密度差的大小有关。所以，重力勘探方法和其它地球物理勘探方法一样，也有它自己的应用条件。

重力勘探方法应用的范围比较广泛，只要满足它的应用条件，就可以应用于各项地质勘探工作中。当然，在完成不同地质勘探的任务中，它的作用不完全相同，例如，在研究地壳深部构造或区域地质构造时，它常常被作为一种主要地球物理方法来使用；在石油、天然气或煤田地质勘探工作中，一般是把它作为一种普查手段，用于其它地球物理勘探方法之前；在金属或其它矿产勘探方面，它多与其它地球物理勘探方法配合使用。

根据以上所述，重力勘探课程所要研究的主要内容应该是：

1. 有关重力勘探的基础理论；
2. 测量重力加速度的仪器和方法；
3. 重力加速度测量数据的整理和处理；
4. 重力勘探资料的地质解释。

## 二、重力勘探方法发展简史、现状和展望

地球上的重力现象，虽然是人们天天接触到的一种自然现象，但是，认识它的本质，并用它来为人类的生产和生活服务，却有着一段发展的过程。



对重力现象的研究工作，开始于十六世纪中叶。意大利物理学家伽利略（G. Galilei, 1564~1642）第一个用他自己发现的自由落体定律测定了重力加速度的近似值，在重力的研究方面，作出了开创性的贡献。

重力加速度随地而异的现象，是法国天文学家里舍（J. Richer）于1672年发现的。当时，他受法国科学院的派遣，到南美洲赤道附近的卡宴（Gayenne）观测火星。他带一台在法国巴黎走得十分准确的摆钟，但到了卡宴之后，这台钟每天大约慢两分半钟。可是，当他两年之后再回到巴黎时，这台钟又恢复了正常。由此，他推测赤道附近的重力加速度小于巴黎。

里舍的推测，不久被牛顿（I. Newton, 1642~1727）用力学原理所证明。牛顿在1687年发表的《自然哲学的数学原理》一书中指出，因地球自转而引起的惯性离心力是从赤道向两极有规律地减小，地球不可能是一个圆球，而应是两极半径小于赤道半径的扁球。这个理论推测的正确性，后来被法国派往秘鲁和北欧去的两个测量队所证实。他们发现赤道附近纬度差一度所对应的经线长度确实比巴黎长，比北欧更长。于是，地球不是一个圆球，地面上重力加速度不是一个常数，在理论和实践上都得到了证明。

大约在一百多年以前，人们才开始把地面上重力加速度的变化和地球内部物质密度的不均匀性联系在一起。当时大不列颠军队在印度进行大地测量，发现在喜马拉雅山南麓天文观测和大地测量结果存在较大的垂线偏差。即使假定山脉与附近平坦陆地具有相同的密度来校正山脉物质引力的影响后，这种偏差也不能完全消除。于是艾里（G. B. Airy）提出地壳均衡的概念对这种现象作了解释。不过，当时仅只是作为一种假说——地壳均衡假说，并没有受到人们足够的重视。

重力测量从第一次世界大战之后才开始比较广泛地应用于地质勘探。在重力勘探方法的应用和发展方面，人们主要围绕以下三个不同的但又密切相关的问题不断进行研究并使之臻完善。

#### 1. 研究和制造重力勘探所需要的重力测量仪器

重力勘探的中心问题，是研究重力加速度的变化与地壳内部物质密度变化的关系，从而为研究地下地质构造或寻找某些矿产资源提供地球物理依据。但是，能否达到这个目的，首先在于能否方便而准确地取得工作地区重力加速度的变化值。正如前面所述，某些密度与围岩不同的地质体所引起的重力加速度变化数值都很小，一般来说，仅相当地球上重力加速度平均值的 $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 倍，甚至更小。所以，能否研制出适用的精密的重力测量仪器，就直接影响重力勘探方法的应用和发展。

十九世纪，测量重力加速度的仪器主要是摆。这类仪器的原理是通过观察并测定摆在重力作用下的摆动周期来测量重力加速度。但是，它不仅工作效率很低，而且测量精度也满足不了地质勘探的需要。

十九世纪末，匈牙利物理学家厄缶（V. Eötvös）发明了测定某些重力位二阶导数的仪器——扭秤之后，重力勘探才得到了相应的发展。但是，这类仪器的工作效率仍然很低，而且它的勘探深度不大。到本世纪的50~60年代，作为相对重力测量的重力仪有了很大发展，并在重力勘探工作中，逐渐代替了扭秤。

重力仪是应用静力平衡原理进行相对重力测量的仪器，它的雏型出现于十八世纪的中叶。本世纪三十年代后，它有了迅速发展，而且得到广泛地应用。由于这类仪器具有很多

优点，它的质量随着近代工业技术水平的提高而提高很快。现在不仅有了适于陆地、海洋和井中使用的多种类型重力仪，而且，航空重力仪和重力梯度仪的研制工作也取得了可喜的成就。可以展望，不久的将来，将有更轻便并具有一定自动化装置的高精度重力仪问世。

### 2. 完善重力测量数据的校正方法，提高有用信息的可信度

如前所述，引起重力加速度变化的因素比较复杂，其中与地质勘探有关的，只是总变化中的一部分，甚至是很小的一部分。所以，重力勘探工作中需要研究和解决的第二个重要问题，是如何对实测的、受各种因素影响的重力加速度变化值进行必要的校正，消除那些与地下物质密度变化无关因素的干扰，保留有用信息。这个问题经过人们长期的努力，在一定程度上已经得到了解决。可以预见，重力测量数据的校正方法将日益完善，校正质量将逐步提高。

### 3. 研究重力资料的解释方法，提高重力勘探的地质效果。

重力测量的数据经过各项必要的校正之后便可以得到与地下物质密度不均匀有关的重力加速度的变化值。如何说明这种变化与工作地区地下地质构造或矿产分布的关系，以及怎样利用这些关系来解决地质体产状问题，这些正是重力勘探的最终目的。此项工作叫做“重力异常的地质解释”。

对于重力异常的解释，已经发展了不少方法，积累了一定经验，但都有其局限性。因此，除了很好地掌握和应用现有解释方法，借鉴前人的经验外，还必须研究新的解释方法，努力提高重力勘探的地质效果。

一切科学的发展都是相互联系，相互促进的。当历史跨入二十世纪六十年代，现代电子计算技术直接应用在重力勘探领域的时候，重力勘探方法也得到了相应的发展。应用电子计算技术不仅能高速进行繁杂的重力测量数据整理、校正以及数值处理，而且也促进了某些理论研究工作的开展。

在我国重力勘探方法是从解放以后才开始比较广泛应用的。从建国之初直到六十年代，在研究区域地质构造、石油、天然气和煤田地质勘探工作中，重力勘探方法都发挥了重要的作用。

在重力仪的研制方面也取得了很大进展，七十年代初就用上了我国自制的重力仪，结束了过去完全依靠国外进口仪器的局面。

除陆地上外，海洋重力勘探也得到很快发展。

目前，我国正在有计划地开展1:50万~1:100万比例尺的区域重力测量工作，这些较高质量的资料对进一步研究我国区域地质构造和深部地质构造将起到重要作用。在此基础上还需开展中、大比例尺的重力测量，以解决各种地质任务。海洋重力测量也待进一步开展。

总之，重力勘探在我国虽然得到了不断发展和广泛应用，但还远远不能满足社会主义建设的需要。

随着重力勘探范围的扩大，将促使我们不断地去研究和解决新问题，重力勘探的方法和理论研究将有新的发展。因此，我们学习这门课程就肩负着双重任务：应用它为社会主义四个现代化建设服务，研究并推动这门应用学科的发展。

# 第一章 重力勘探的基础知识

## §1.1 地球和地球的重力场

### 一、地球的形状和它的内部结构

地球自然表面的形状比较复杂，然而，由于它70%以上的面积均被海水所覆盖，陆地上的地形起伏相对海平面的高度和地球平均半径相比，其值甚微。所以，在研究地球形状时，人们把平静海洋面，顺势延伸到各个大陆之下所形成的封闭曲面——大地水准面的形状，作为地球的基本形状。这个形状的一级近似，可以视为一个球体；二级近似，应该是一个两极半径略小于赤道半径的二轴椭球体；更高级的近似，则应该是一个三轴椭球体。在一般情况下，把它看成一个二轴椭球体进行研究已能满足精度要求了(见图1.1-1)。

近几年人造地球卫星测量提供的地球形状的主要参数如下：

赤道半径：  $a=6378.160\text{km}$

极半径：  $c=6356.755\text{km}$

地球扁率：  $e = \frac{a-c}{a} = \frac{1}{298}$

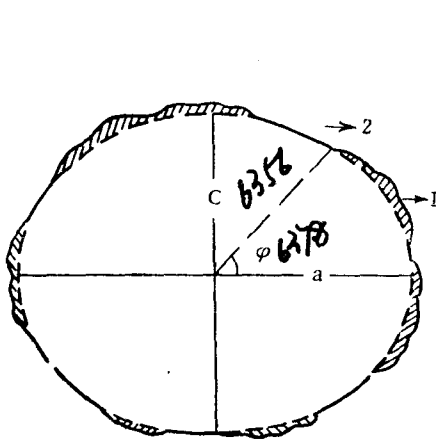


图 1.1-1

1—地球自然表面；2—大地水准面；  
a—赤道半径；c—极半径；φ—地心纬度

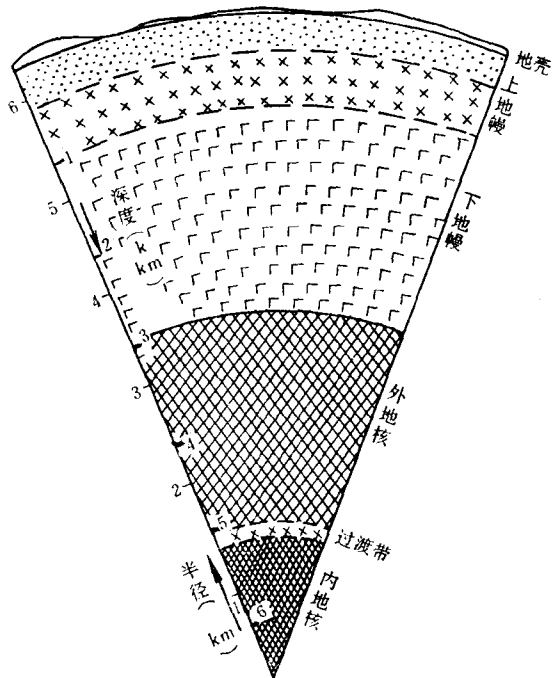


图 1.1-2

在二级近似的条件下，可以把自然表面比较复杂的地球，近似看作两极半径略小于赤道半径的二轴椭球体。这个椭球体的一个显著特点，就是它的子午圈是一些椭圆，而赤道以及和赤道平行的一些圈都是圆。

地球的内部构造，大致可以分为三层：最外面的一层叫做地壳，中间的称为地幔，最里面的称为地核（见图1.1-2）。

地壳的厚度各地不一。大陆上的平原区厚度约30~40km，高原和山区相对变厚，大洋地区相对变薄。地壳厚度的变化可以达到几十公里。

组成地壳的物质成分，主要是硅、铝、镁。按照硅、铝、镁含量的多少，又可以把它细分为两层。上层叫做硅铝层，主要由富含硅铝的花岗岩类组成，平均密度约 $2.7\text{g}/\text{cm}^3$ ；下层叫做硅镁层，主要由富含硅镁的玄武岩类组成，平均密度约为 $3.1\text{g}/\text{cm}^3$ 。硅铝层和硅镁层的分界面，叫做康腊德界面，简称康腊面。康腊面上、下岩层大约有 $0.3\sim 0.4\text{g}/\text{cm}^3$ 的密度差，是地壳内部重要密度分界面之一。

地壳的最上层，是厚度不大而且密度极不均匀的沉积岩和风化土（见图1.1-3）。

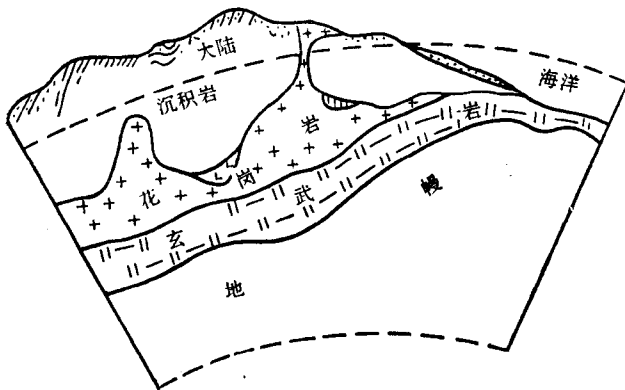


图 1.1-3

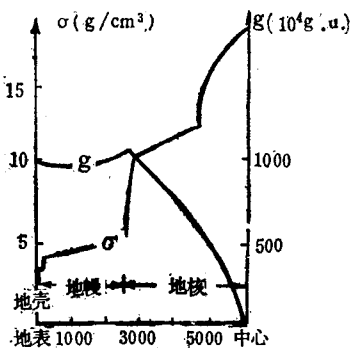


图 1.1-4

根据陆地与海洋地壳结构的特征，又可以分为大陆型地壳和海洋型地壳。大陆型地壳，主要是由花岗岩类和玄武岩类组成的双重结构；海洋型地壳的花岗岩类很薄，有的地方甚至缺失，主要是由玄武岩类组成的单层结构。

从地壳的底部往下，一直到2900km深的范围内，叫做地幔，由于它介于地壳和地核之间，又叫做中间层。组成地幔的物质成分和地壳有显著差别，硅酸物质显著减少，铁、镁质金属元素相对增多。根据组成地幔物质成分的差别，又可以把它分为上地幔和下地幔。上地幔主要是基性和超基性岩，下地幔主要是铁、镍等金属氧化物。地幔物质的密度大约在 $3.4\sim 5.0\text{g}/\text{cm}^3$ 之间，随着深度增加而变大。上地幔和地壳的分界面，称为莫霍洛维奇面，简称莫霍面。莫霍面是地球内部又一个重要密度分界面，其上、下岩层——地壳与上幔之间大约存在 $0.4\text{g}/\text{cm}^3$ 的密度差。

从2900km深处一直到地心，称为地核，分外核、过渡带和内核三部分。组成地核的物质成分，目前还不甚清楚，但根据陨石推测，认为主要是铁和镍，故称铁镍核。

根据有关地球物理资料推测，地球内部物质密度和重力随深度的变化关系如图1.1-4所示。

地球的质量 $M$ 近似为 $5.976 \times 10^{24}\text{kg}$ 。

随着  
时代的  
进步  
人与人之间的  
相争

## 二、地球的重力场

已知地球是一个具有一定质量，两极半径略小于赤道半径，并且按照一定角速度旋转的椭球体，因而，在这个椭球体的表面及其附近空间，一切物体都要同时受到两种力的作用，其一是地球质量对它产生的引力，其二是地球自转而引起的惯性离心力。这两个力的合力就是重力。存在重力作用的空间称为重力场。

根据牛顿第二定律：重力  $G$  应该等于实验质量  $m$  和重力加速度  $g$  的乘积

$$G = mg \quad (1.1-1)$$

在国际单位制 (SI) 中重力的单位是  $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ 。重力加速度的单位为  $\text{m}/\text{s}^2$ 。规定以  $1\text{m}/\text{s}^2$  的  $10^{-6}$  为国际通用重力单位 (gravity unit)，简写成  $\text{g.u.}$ ，即

$$1\text{m}/\text{s}^2 = 10^6 \text{g.u.}$$

在以往出版的教材、文献和资料中，均使用 CGS 单位制，即厘米·克·秒单位制，在该单位制中，重力加速度的单位规定为

$$1\text{cm}/\text{s}^2 = 1\text{gal} \text{ (伽)}$$

$$1\text{gal} = 10^3 \text{mgal} \text{ (毫伽)}$$

SI 单位与 CGS 单位的换算关系为

$$1\text{gal} = 10^4 \text{g.u.}$$

$$1\text{mgal} = 10 \text{g.u.}$$

为了便于引用过去的资料，在这份教材的图件中，均以  $n \times 10 \text{g.u.}$  来表示重力加速度 (以下简称重力) 的大小。例如过去的  $20\text{mgal}$ ，现改用为  $20 \times 10 \text{g.u.}$ 。

地球质量的引力和地球自转而引起的惯性离心力，是组成地球重力的主要成分。除此之外，宇宙间其它星体质量引力的作用、地球的自转轴、地球的形状、地球内部物质密度的分布、地球的自转角速度等都会对重力有所影响。上述各因素都非固定不变，所以，地面上任意点重力的大小和方向都随时间而有微小变化。这种变化有的是短周期性的，有的是长周期性的，有的是无周期的长期变化。其中短周期的变化——重力日变，可以用高精度重力仪直接测定。

∵ 物体在地球周围运动，故重力方向与地球引力方向相反。∴ 重力 = 地球引力 - 离心力。  
 $\therefore g + F_c = F_g$       $g = F_g - F_c = F_g + F_c$

### § 1.2 重力场的数学解析式

取直角坐标系，坐标原点选在地心， $Z$  轴与地球的自转轴重合， $X$ 、 $Y$  轴在赤道面内，见图 1.2-1。根据万有引力定律，地球质量对其外部任一点  $A(x, y, z)$  处的单位质量所产生之引力  $F$  应为

方向：指向地心。

$$F = G \int_M \frac{dm}{\rho^2} \cdot \frac{\rho}{\rho} \quad (1.2-1)$$

因地球自转而引起的惯性离心力 (以后简称离心力)

$$C = \omega^2 r \quad (1.2-2)$$

故重力为

$$g = F + C \quad (1.2-3)$$

式中的  $G$  为万有引力常数，根据实验，其数值近似为  $6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ ； $dm$  为地球内部的一个质量元，其坐标为  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ ； $\rho$  为  $dm$  到  $A$  点的距离。根据图 1.2-1， $\rho = [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}$

$+ (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2)^{1/2}$ ;  $\frac{\rho}{r}$  为  $A$  点到  $dm$  方向的单位矢量, 在研究  $dm$  对  $A$  点的引力时, 从  $A$  到  $dm$  方向为正。式 (1.2-1) 的积分应遍及地球的所有质量。 $\omega$  为地球的自转角速度,  $r$  为  $A$  点到地球自转轴的垂直距离,  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 。 $F$ 、 $C$ 、 $g$  三者的空间分布如图 1.2-2 所示。图中的椭圆为通过  $A$  点的子午圈。 $F$  大致指向地心,  $C$  与地球自转轴垂直, 其方向向外;  $g$  与通过  $A$  点的水准面垂直, 其方向与该水准面的内法线方向一致。

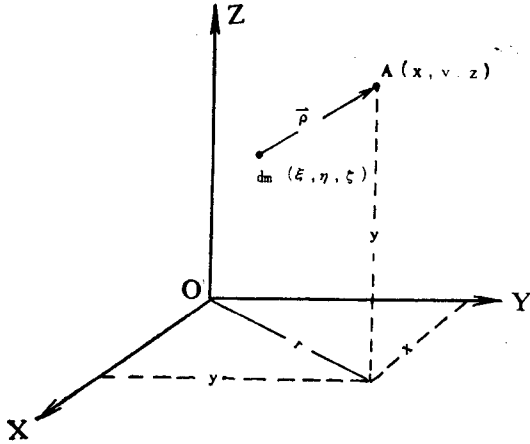


图 1.2-1

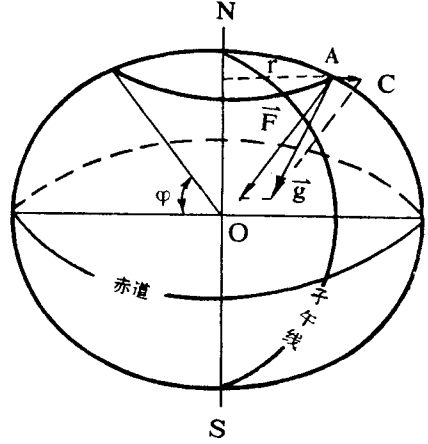


图 1.2-2

为了便于计算, 将式 (1.2-1)~(1.2-3) 改写成沿  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个坐标轴方向的分量。从图 1.2-1 可以看出, 引力  $F$  与  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个坐标轴夹角的方向余弦应分别为

$$\left. \begin{aligned} \cos(F, x) &= \frac{\xi - x}{\rho} \\ \cos(F, y) &= \frac{\eta - y}{\rho} \\ \cos(F, z) &= \frac{\zeta - z}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (1.2-4)$$

同理, 离心力  $C$  的方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} \cos(C, x) &= \frac{x}{r} \\ \cos(C, y) &= \frac{y}{r} \\ \cos(C, z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2-5)$$

故引力和离心力在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个坐标轴方向的分量为

$$\left. \begin{aligned} F_{(x)} &= F \cos(F, x) = G \int_M \frac{\xi - x}{\rho^3} dm \\ F_{(y)} &= F \cos(F, y) = G \int_M \frac{\eta - y}{\rho^3} dm \\ F_{(z)} &= F \cos(F, z) = G \int_M \frac{\zeta - z}{\rho^3} dm \end{aligned} \right\} = G \int_M \frac{dm}{\rho^2} \frac{\vec{r}}{\rho} \cos \alpha \quad (1.2-6)$$

陈善文

$$\left. \begin{aligned} C_{(x)} &= C \cdot \cos(C, x) = \omega^2 x \\ C_{(y)} &= C \cdot \cos(C, y) = \omega^2 y \\ C_{(z)} &= C \cdot \cos(C, z) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2-7)$$

将上两式中相应的分量相加，便得到重力  $g$  在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  三个坐标轴方向的分量为

$$\left. \begin{aligned} g_{(x)} &= G \int_M \frac{\xi - x}{\rho^3} dm + \omega^2 x \\ g_{(y)} &= G \int_M \frac{\eta - y}{\rho^3} dm + \omega^2 y \\ g_{(z)} &= G \int_M \frac{\zeta - z}{\rho^3} dm \end{aligned} \right\} \quad (1.2-8)$$

故重力  $g$  的值为

$$g = [g_{(x)}^2 + g_{(y)}^2 + g_{(z)}^2]^{1/2} \quad (1.2-9)$$

重力，引力和离心力在地球表面的变化情况大致是：

赤道处的重力值最小，约为  $9.780 \text{m/s}^2$ ，向两极逐渐增大，最大值在两极的极点上，数值约为  $9.832 \text{m/s}^2$ 。最大与最小值之差仅为  $52000 \text{g.u.}$ ，它与赤道重力值之比为

$$\beta = \frac{g_p - g_e}{g_e} \approx \frac{1}{188}$$

式中  $g_p$  和  $g_e$  分别为两极和赤道上的重力值。重力随纬度变化的关系如图 1.2-3 所示。

根据图 1.2-4，地球表面上任一点的离心力可由下式表示

$$C = \omega^2 r = \omega^2 R \cos \varphi \quad (1.2-10)$$

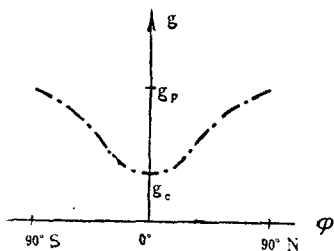


图 1.2-3

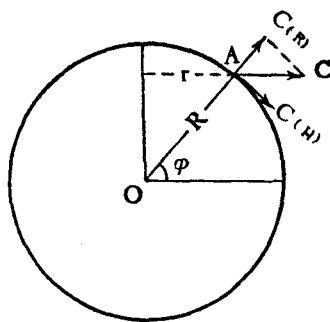


图 1.2-4

式中  $\omega$  为地球的自转角速度，其值为  $\frac{2\pi}{86164 \text{s}}$ ， $R$  为地球的平均半径，其数值为  $6376 \text{km}$ 。故当研究点位于赤道时，纬度  $\varphi = 0$ ， $C = C_{\text{max}}$ ，其数值为

$$C_{\text{max}} = \omega^2 R = 3.39 \times 10^4 \text{g.u.} \quad (1.2-11)$$

即其最大值也仅为重力平均值的  $\frac{1}{300}$  左右。所以，地球质量的引力是组成重力的主要部分。

为了研究离心力，根据图 1.2-4 将它分解成两个分力：

$$\vec{c} = \vec{C}_{(R)} + \vec{C}_{(H)}$$

与大地水准面垂直的径向力

$$C_{(R)} = \omega^2 r \cos \varphi = \omega^2 R \cos \varphi \cdot \cos \varphi = C_{\max} \cos^2 \varphi \quad (1.2-12)$$

与大地水准面相切的水平力

$$C_{(H)} = \omega^2 r \sin \varphi = \omega^2 R \cos \varphi \cdot \sin \varphi = \frac{1}{2} C_{\max} \sin 2\varphi \quad (1.2-13)$$

离心力的水平分力 $C_{(H)}$ 在赤道处为零，在纬度 $45^\circ$ 处最大， $C_{(H)} = C_{(H)\max}$ ；垂直分量 $C_{(R)}$ 在赤道处最大，在极轴点为零。 $C_{(R)}$ 可以改变重力的大小，而 $C_{(H)}$ 则改变重力的方向。

$C_{(H)}$ 值很小，最大值也不到引力的 $1/400$ ，但是，在它长期持续不断地作用下，地球的物质将从高纬度地区缓慢地向低纬度方向蠕动，使地球的形状变扁。地质上把这个力解释成大多数山字形构造的前弧向赤道方向突出和中纬地区纬向构造比较发育的一个重要力学原因。

离心力的变化也具有一定的规律，故根据重力和离心力的变化规律，在不考虑地球内部物质密度分布不均匀对引力的影响时，可以推知引力变化的数值大约是。

$$\text{在赤道: } F_p = 9.7800 + 0.0339 = 9.8139 \quad \text{m/s}^2$$

$$\text{在两极: } F_p = 9.8320 \quad \text{m/s}^2$$

引力的变化规律，也是从赤道向两极逐渐增大。这个变化主要因地球形状是扁球引起的。

### § 1.3 重力位函数及其各阶偏导数

从前一节的讨论可以看到，利用求分力与合力的方法计算重力相当麻烦。为了方便而深入地研究重力的性质，下面引入一个位函数——重力位函数，把式(1.2-3)或(1.2-8)的矢量函数用一个标量函数来表示。

根据场论，如果一个力能够满足下面两个条件：

(1) 力的大小和方向是研究点坐标的单值连续函数。

(2) 力场所做的功与路径无关。

则可以找到一个新的函数，这个函数同样是研究点坐标的单值连续函数，而且对这个函数沿不同坐标轴方向导数，恰好等于这个力场强度在求导方向的分量。这个函数就叫该力场的位函数。

重力场完全满足上述两个条件，因而它也一定有自己的位函数。利用由偏导数求原函数的方法；求得式(1.2-8)的原函数为

$$W = G \int \frac{dm}{\rho} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (1.3-1)$$

称 $W$ 为重力位函数，简称重力位。式中其它符号的意义与式(1.2-8)相同。

不难证明

$$\frac{\partial W}{\partial x} = g_{(x)}; \quad \frac{\partial W}{\partial y} = g_{(y)}; \quad \frac{\partial W}{\partial z} = g_{(z)} \quad (1.3-2)$$

如果分别用 $V$ 和 $U$ 代表式(1.3-1)等号右面的第一项和第二项，即

$$V = G \int \frac{dm}{\rho} \quad (1.3-3)$$



$$U = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad \text{离心位} \quad (1.3-4)$$

同样可以证明

$$\frac{\partial V}{\partial x} = F_{(x)}; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = F_{(y)}; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = F_{(z)} \quad (1.3-5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = C_{(x)}; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = C_{(y)}; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = C_{(z)} = 0 \quad (1.3-6)$$

根据定义, 式 (1.3-3) 和式 (1.3-4) 分别称为引力位和离心力位。故重力位为

$$W = V + U \quad (1.3-7)$$

引入重力位之后, 就把原来研究重力矢量和分量的问题变成只研究重力位即可, 使计算工作大为简化。不仅如此, 通过对重力位的研究还会得到有关重力场的一些重要概念。

### 一、重力位的各阶偏导数

重力位具有连续的各阶偏导数, 这些偏导数都有它们各自的物理意义。例如, 前面已经证明过, 重力位的一阶偏导数等于重力在求导方向的分量。所以, 只有当求导方向和重力方向一致时, 重力位的一阶偏导数才等于重力。在重力勘探工作除了研究重力之外, 有时为了研究和解决某些地质问题, 还经常用到重力位的二阶、三阶、甚至更高阶的偏导数。

重力位的二阶偏导数一共有六个, 常用符号  $W_{xx}$ 、 $W_{yy}$ 、 $W_{zz}$ 、 $W_{xz}$ 、 $W_{yz}$ 、 $W_{xy}$  来表示, 它们的意义分别为

$$\left. \begin{aligned} W_{xx} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} g_{(x)} \\ &\vdots \\ W_{xz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial z} g_{(x)} \end{aligned} \right\} \quad (1.3-8)$$

或者

$$W_{xx} = \frac{\partial}{\partial x} g_{(x)}$$

其它符号, 如  $W_{yy}$ 、 $W_{xy}$ ... 等等可依此类推。从上面的一些式子不难了解, 重力位二阶导数的意义是 重力在某一坐标轴方向的分量沿同一或另一坐标轴方向的变化率。例如,  $W_{xz}$  表示 重力在坐标轴  $z$  方向的分量沿坐标轴  $x$  方向的变化率, 或者说重力在坐标轴  $x$  方向上的分量沿坐标轴  $z$  方向的变化率。

在SI单位制中, 重力的单位为  $\frac{m}{s^2}$ , 故重力位二阶导数的单位应为  $1/s^2$ , 取  $10^{-9} \frac{1}{s^2}$  为单位, 称为厄缶(E) (为纪念发明测量重力位二阶导数的仪器——扭秤的物理学家厄缶而命名), 即

$$1E = 10^{-9} \frac{1}{s^2} \quad (1.3-9)$$

这个单位的大小, 相当于在1m的距离内, 重力变化了  $10^{-9} g.u.$ 。

利用扭秤可以直接测定的重力位二阶导数有  $W_{xx}$ 、 $W_{yy}$ 、 $W_{xy}$ 、 $W_{\Delta} (=W_{yy} - W_{xx})$ 。但是, 六十年代以来, 由于高精度重力仪的出现, 已经不再用扭秤直接测定重力位二阶导数, 而都是根据重力测量结果进行换算。现在经常换算的重力位二阶导数有  $W_{xx}$ 、 $W_{yy}$ 、