21世纪大学数学基础训练与能力提高丛书

运筹学

典型例题与解法

蔡海涛　等编著

- 归纳要点
- 精选例题
- 典型解法
- 模拟应试
- 考研训练

国防科技大学出版社

21世纪大学数学

基础训练与能力提高丛书

高等数学——典型例题与解法[上]

高等数学——典型例题与解法[下]

线性代数——典型例题与解法

概率统计——典型例题与解法

离散数学——典型例题与解法

计算方法——典型例题与解法

运 筹 学——典型例题与解法

ISBN 7-81024-979-7

9 787810 249799 >

ISBN 7-81024-979-7/O·122

定价:24.00元

21 世纪大学数学基础训练与能力提高丛书

运筹学典型例题与解法

蔡海涛 徐选华 编著

国防科技大学出版社
湖南·长沙

内容简介

本书参照管理学科运筹学课程要求、参考国内流行版本教材的内容结构编写,内容分十一章:线性规划与单纯形法,对偶规划与灵敏度分析,运输问题,整数统划,动态规划,图与网络规划,存储论,排队论,决策论,对策论,综合应用与应试训练等。每章分知识点、内容提要、典型例题与解法、同步训练习题及答案。例题涵盖知识点,具有典型性和代表性,习题经精选并附答案,适合于本科生学习。综合应用与应试训练部分的试卷做了解答或答案,适合本科生期末考试、硕士生入学考试应试训练。本书适合于本科生课程学习、应试和硕士生入学考试前复习备考之用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学典型例题与解法.下/朱建民等编著.—长沙:国防科技大学出版社,2003.7
ISBN 7-81024-978-9

Ⅰ.高… Ⅱ.朱… Ⅲ.高等数学—高等学校—解题指导 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 053216 号

国防科技大学出版社出版发行
电话:(0731)4572640 邮政编码:410073
E-mail: gfkdcbs@public.cs.hn.cn
责任编辑:潘生 罗青
新华书店总店北京发行所经销
国防科技大学印刷厂印装
*
开本:787×1092 1/16 印张:17.5 字数:430 千
2003 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数:1-4000 册
ISBN 7-81024-978-9/O·122
定价:24.00 元

21 世纪大学数学基础训练与能力提高丛书

编审委员会

序

数学有科学皇后之称。在现代社会，自然科学、技术科学与社会科学快速发展，数学在各科学领域的应用愈来愈广泛，而数学本身的分支增多，其理论也愈加深入。数学的发展和数学的应用紧密相关，相互促进。高等数学与现代数学已成为科学家、技术人员和管理人员用来分析和解决现代科技和社会问题的强有力的利器，不仅为解决问题提供了定量分析工具，而且提供了科学的思维方法。

大学教育为适应现代科学发展和人才培养的需要，都把数学教学摆在基础和核心的地位。培养大学生和研究生学习高等数学的浓厚兴趣和理解、应用高等数学的思想、方法的实际能力，是大学生、研究生未来从事现代化工作的必需，是大学数学教师的重任。本丛书编委和国防科技大学出版社为服务大学数学的教与学工作，试图为学生提供一套符合学习规律、适用有效的辅导教材。在编审委员会指导下，参编教师广泛参考国内流行教材和辅导教材，多次研讨写作的目的、要求和方案，定稿前又多次讨论、修改和优化。丛书凝结着作者的心血和创造性劳动。该丛书有如下特点：

1. 满足教学大纲要求，例题习题有典型性、代表性和系列性。作者参照有关学科的本科教学大纲要求和硕士生入学考试要求而编写，限定内容范围和要求层次。广泛收集国内比较优秀的教材和习题集，反复比较，选择出有典型性、代表性的题目，继而进行分析和解答，使同学们能触类旁通。

2. 作者教学经验丰富，力图适合学生的学习规律。作者都是长期在教学第一线工作，积累了教授与导学的经验，在编写时融合了作者教学经验与教法。根据高等数学的高度抽象性、较强的逻辑性和应用广泛性的特点，掌握其思想和方法必须认真过“应用”关(解题)。而过好“应用”关，除了靠读者的数学天赋、悟性，主要还是应“引导”有方。引导的方法主要是，遵循认识规律，例题习题的编排，由浅到深，由简单到复杂，由单一到综合，且提供解题的一般思路，使读者能举一反三。

3. 适合读者自学。大学生学习应有很强的独立性、主动性，况且辅导教

师不可能“招之即来”，然而优秀的“学习辅导书”也就是一位好的老师。该书安排的例题提供了分析思路，典型的同步习题和综合习题提供简答过程，全部习题提供了参考答案，十分有利于同学们自学指导。

本丛书的出版值得庆祝，它必将成为大学生、研究生愉快地进行数学训练，完成学业的益友良师。本书适合于广大的在校大学生、研究生学习，也适合于广大自学青年和在职人员自学之用。

丛书的出版是作者和编辑辛勤劳动的结晶，在此感谢他们的劳动，并向同学们和自学青年郑重推荐此书。

侯振挺

2003 年 8 月

前　言

《运筹学》是高等院校理工科、管理学科和经济学科等学科各专业学生的必修课和专业基础课，也是这些专业硕士研究生入学考试的一门考试科目。为了帮助在校大学生及有志考研的广大考生更好地理解和掌握运筹学的内容，提高应试能力，我们根据运筹学课程的特点，参考了国内流行版本教材的内容和结构，以及国内多所重点大学硕士研究生入学考试试题内容，结合我们在多年的教学和考前培训中积累起来的经验，编写了这本《运筹学典型例题与解法》，其中有些内容是编者平时教学研究的心得体会。

本书具有以下特点：

1. 内容丰富。覆盖了高等院校经济管理学科专业运筹学课程的基本内容。

2. 重点突出。突出了经济管理中应用运筹学的各种模型、方法及其管理理念解决实际决策问题的能力。

3. 选题得当。偏重于经济管理专业对运筹学的要求，充分选择了各种类型的题目和问题进行分析，侧重问题的解决方法，提高解决问题的技能。

本书共分为十一章，前十章每章均设计了以下内容板块：

知识点要求：列出本章应该掌握的基本知识点。

内容提要：列出基本概念、重要定理和主要内容，突出必须掌握或考试频率高的核心知识和结论。

典型例题与方法：侧重同步指导学生学习运筹学的全过程。这里我们精选例题的原则是，紧扣教材主要内容，深入分析历年研究生入学考试试题，围绕知识点一个一个地展开，解题力求体现一种方法、一种思路，帮助学生加深对这些知识点的理解和灵活应用。

同步训练：精选接近于考研的各类习题，并给出答案或提示。值得提醒的是解题能力需要亲自动手，通过自身的实践才能逐步锻炼出来，从而不断地提高水平。

在全书最后的第十一章（综合应用与提高训练：试卷），选择了部分重点高

等院校运筹学课程本科生期末考试试题、硕士研究生入学考试模拟试题以及硕士研究生入学考试试题，并给出了简要解答、答案或提示。我们建议同学和考生在考研复习时认真地去做这些题目，一方面测出自己的真实水平以便明确下一步的复习方向；另一方面，通过对这些原汁原味的考研题型的反复体会，提高自己的综合能力。

我们认为，解答试题的能力与科学的思维方式、熟练的技巧、涉及知识的使用意识等密切相关，所以熟练掌握基本概念、基本理论和常用方法是至关重要的，同时精读并学会一定数量的范例不失为应试的一个有效途径。

本书的第一章由湖南省数学学会副理事长，中南大学数理学院蔡海涛教授编写，第二至十一章由中南大学商学院徐选华副教授编写。

由于编者水平所限且时间仓促，错误缺点在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2003 年 10 月

目　录

第二章　对偶规划与灵敏度分析

第三章　运输问题

第四章　整数规划

第五章 动态规划

第六章　图与网络规划

第七章　存贮论

第八章 排队论

第九章 决策论

第十章 对策论

第十一章 综合应用与提高训练:试卷(附解答或答案)

第一章　线性规划与单纯形法

1.1　知识点要求

了解线性规划的涵义。能根据实际问题列出线性规划的数学模型。掌握线性规划图解法及其几何意义。理解线性规划的标准型和规范型。掌握单纯形法原理。了解并掌握运用单纯形表计算线性规划问题的步骤及解法。掌握任何基可行解原表及单纯形表的对应关系。能运用二阶段法或大 M 法求解线性规划问题，以及运用人工变量法求解非规范型的线性规划问题。

1.2　内容提要

1.2.1　线性规划问题及其数学模型

一、规划问题数学模型的三个要素

1. 变量(或称决策变量)：指问题中要确定的未知量，可由决策者决定和控制。

2. 目标函数：指决策变量的函数。按优化目标可在其前加以 Max 或 Min。

3. 约束条件：指决策变量取值时受到的各种条件(如资源等)的限制，通常表示为含决策变量的等式或不等式。

假如在规划问题的数学模型中，决策变量的取值是连续的。目标函数以及表示约束条件的等式或不等式对决策变量是线性的，则该类规划问题称为线性规划问题。

二、线性规划问题的数学模型

数学模型表示：

目标函数：$\text{Max(或 Min)} Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

$$\text{约束条件：}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant (\text{或} =, \geqslant) b & (i = 1,\cdots,m) \\ x_j \geqslant 0 & (j = 1,\cdots,n) \end{cases}$$

其中 $x_j (j = 1,\cdots,n)$ 为决策变量，$a_{ij} (i = 1,\cdots,m, j = 1,\cdots,n)$ 为技术(工艺)系数。

其标准形式为

$$\text{Max} Z = \sum_{j=1}^{n} c_i x_j$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i (i = 1,\cdots,m) \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,\cdots,n) \end{cases}$$

其他形式均可转化为标准形式。

松弛变量:指在化为标准形式时,使约束不等式变为等式时所加入的变量。

在用单纯形法求解时,还需要将标准型进一步化为规范型。

三、线性规划问题的几何意义

一个线性规划问题有解:指能找出一组 $x_j(j=1,\cdots,n)$ 满足约束条件,并称这组 x_j 为问题的可行解。

可行域:指全部可行解所组成的集合。

最优解:指可行域中使目标函数值达到最优的可行解。

线性规划问题无解:指不存在可行解或最优解趋向无限大。

求解目的:① 问题求解结局。

② 在存在最优解的条件下,求出最优解。

1.2.2 图解法

对于只含 2 个变量的线性规划问题,可通过在平面上作图的方法求解。

一、图解法步骤

1. 在平面上建立直角坐标系;

2. 图示约束条件,找出可行域;

3. 图示目标函数,即为一直线;

4. 将目标函数直线沿其法线方向向可行解域边界平移,直至与可行解域第一次相切为止,这个切点就为最优点。

二、几种可能结局

① 有唯一最优解;② 有无穷个多最优解;③ 无最优解。

三、若可行域存在且有界,则可行域是一个凸集

若最优解存在,则最优解或最优解之一(若有无穷多解的话),一定是可行域的凸集的某个顶点。

1.2.3 单纯形法原理

一、线性规划问题的解的概念

线性规划问题:

$$\mathrm{Max}Z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j \tag{1.1}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i(i=1,\cdots,m) & (1.2)\\ x_j\geqslant 0 \qquad (j=1,\cdots,n) & (1.3)\end{cases}$$

1. 可行解:指满足上述约束条件(1.2)、(1.3)的解 $X=(x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$. 全部可行解的集合称为可行域。

2. 最优解:指使目标函数(1.1)达到最大值的可行解。

3. 基:设 A 为约束方程组(1.2)的 $m\times n$ 阶系数矩阵,设($n>m$),其秩为 m,B 为矩