

职工业余中学課本

平面几何

上海市教育局編

上海教育出版社

职工业余中学课本
平 面 几 何
上海市教育局编

*

上海教育出版社出版

(上海湖南路9号)

上海市书刊出版业营业许可証出090号

上海华文印刷厂印刷 新华书店上海发行所总经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：7 3/4 字数：131,000

1958年8月第1版 1958年8月第1次印刷

印数：1—32,900本

统一书号：K7150·99

定 价：(2) 0.40元

前 言

在社会主义建設总路綫的光輝照耀下，根据教育为政治服务为生产服务的方針和业余教育的特点，今年四月我們大胆地发动群众編写教材，经过几个月来下厂調查研究，学习生产知識，了解工人的生活情况，根据政治、文化和技术相結合的原則，試編了几套适用于本市职工业余中、小学和干部业余文化学校的課本。

由于大家对教材革新还缺少經驗，調查研究还不够深透等原因，編的教材一定还存在不少缺点，我們决定在下一年度的試教过程中再进行調查研究，集中大家的意見，进一步修改补充。为此，希望各校教师和學員在教学中钻研新的教材，发现问题，随时向我們提出批評和建議，并請各有关部門和关心业余教育的同志加以指正。

上海市教育局 1958年7月

目 录

第一章 緒論	1
一 基本概念	1
二 直線	6
三 圓的概念	11
四 角的概念	14
五 角的量法	19
六 定义、公理、定理	30
第二章 三角形	37
一 关于多边形和三角形的概念	37
二 軸对称和等腰三角形的性質	43
三 三角形的全等	50
四 三角形的外角和它的性質	63
五 三角形的边和角的相互关系	68
六 三角形两边的和与差	74
七 直角三角形的全等	76
八 綫段的垂直平分綫的性質和角的平分綫的性質	80
九 基本作图題	87
十 三角形作图題	91
第三章 平行綫	105

一 基本定理.....	105
二 三角形与多边形内角的和.....	115
第四章 四边形和多边形	124
一 平行四边形.....	124
二 几种特殊的平行四边形:矩形、菱形、正方形.....	136
三 以平行四边形的性质为基础的某些定理.....	142
四 梯形.....	149
第五章 圆	156
一 圆的一般性质.....	156
二 弧、弦和弦心距间的相依关系.....	163
三 直线和圆的相互位置.....	165
四 两个圆的相互位置.....	169
五 和圆有关的角、切线的作法.....	176
六 用轨迹法解作图题.....	193
第六章 圆内接与外切多边形	203
一 圆内接与外切三角形.....	203
二 圆内接与外切四边形.....	208
三 圆内接和外切正多边形.....	211
第七章 解直角三角形	215
一 相似三角形.....	215
二 勾股定理.....	221
三 锐角三角函数.....	228
四 直角三角形的解法.....	234

第一章 緒 論

一 基 本 概 念

1. 几何学 我們观察周圍的各种物体,首先看到的是每一个物体各具有它自己的形状、大小以及它所占有的一定的位置.人們为了滿足生活上的需要,常常制造一些物体,并使它們的形状和大小以及安放的位置都适合于它們的用途.例如,船身应当具有的形状,是使它能在水面上更好地保持平稳的状态和在航行中受到最小的阻力.又如在工厂中,正确地选择安装机床的位置,可以使工作程序简化便利.

研究物体的形状、大小和相互位置的科学叫做几何学.

几何学和其他一切科学一样,也是由人类生活的实际需要而产生的,并且随着人类社会的发展而具有更加丰富的内容.

世界上任何民族的祖先,在劳动生产以及跟自然界作斗争的过程中,都曾获得了若干几何知識.就我們中国來說,古代的人民很早就由于农业生产上划分田地的

需要开始对平面图形有了認識，并且获得了計算田地面积的經驗。为了防止水灾，就要造堤坝、开河道，因而必須計算土方，測量地形；为了建筑房屋、制造日用器具、生产工具等，必須有画各种图形的方法。所以我国对几何学的研究具有悠久的历史，并且有很多的偉大成就。例如汉朝时的“周髀算經”、三国时的“九章算术”就已載有計算各种形状的土地面积和物体体积的方法以及关于直角三角形各边間的关系的問題。

2. 几何图形 当我们只研究一个物体的形状和大小而不研究它的其他性質的时候，这个物体就叫做几何体，或者簡称为体。如果两个物体的形状和大小都相同，而制造它們的材料不同，那末它們的其他性質虽然不一样，但它們却还是完全相等的几何体。例如，一个橡皮球和一个同样大小的木球，它們的其他的性質虽然不同，但它們却是完全相等的几何体。

任何物体都是用它的面来和邻接的其他物体分开的。例如，把物体和邻接它的空气分开的，就是这个物体的面。我們可以离开物体本身而单独想象它的面，在这样想象的时候，我們把几何的面看做是沒有厚度的。当然，这样的面实际上并不能单独存在，我們只是在想象中来体会它。在自然界中只能找到它的大概的形象，例如，极薄的一張紙或者一个肥皂泡的薄膜。

物体的面有时相交(即相遇),当面和面相交的时候就得到了綫。例如,杯子的側面和桌面相交的地方就是綫,正方体的棱(两个面相交的地方)也是綫。我們可以离开几何的面单独想象綫,我們把几何的綫看做是沒有厚度和寬度的,这样的綫实际上也不能单独存在,我們只是在想象中来体会它。在自然界中也只能找到它的大概的形象,例如,一条絲綫或者用鉛笔的尖端在紙上画的一条痕迹。

两条綫有时也会相交,当綫和綫相交的时候就得到了点。例如,正方体相邻的两条棱就在它的頂相交,正方体的頂就是点。我們也可以离开几何的綫而单独想象点。我們把几何的点看做是沒有厚度、寬度和长度的,就是把它看做沒有任何大小的,这样的点实际上也不能单独存在,我們只是在想象中来体会它。在自然界中也只能找到它的大概的形象,例如,一个极小的微粒或者用細針在紙上刺的一个小孔。

如果一点任意移动,那末它在这种运动中就画出一条綫。例如,用鉛笔的尖端在紙上画就留下一条痕迹,这条痕迹就給我們以綫的大概形象,它是由一点(鉛笔的尖端)运动而成的。

如果一条綫从一个位置移动到另一个位置,那末它在这种运动中就可能画出一个面,例如,我們仔細观察自

行車輪的輻條轉動的情形。當車輪很快地轉動的時候，每一條輻條就好象成了一個圓盤，從這裡我們就可以看出由於綫的運動而成面的情形。

點、綫、面、體或者它們的集合，都叫做幾何圖形，簡稱圖形。

幾何圖形具有下面的性質：幾何圖形可以在空間移動而不改變它的形狀和大小。

如果把一個幾何圖形放到另一個幾何圖形上面，它們的各部分能夠完全重合，這兩個幾何圖形就叫做全等形。

3. 直綫 直綫是最簡單的綫，緊緊拉着的細綫或從一個小孔透進來的光綫等都給我們以直綫的大概形象。

直綫有下面的性質：過任意兩點，可以引一條直綫，並且只能引一條直綫。從這個性質還可以推出：兩條直綫不能有一個以上的交點。因為，如果兩條直綫能夠相交兩點，那末過這兩點就可以引兩條直綫，而不是只能引一條直綫。在生產中經常要應用到直綫的性質，例如，鋸工把木料鋸成木板時，先在木料兩端的两點之間，彈動一條拉緊的帶有墨汁的綫，然後根據這條墨綫印下來的痕迹來鋸開木料。檢查一根直尺是不是準確，可以先把所要檢查的邊靠近任意兩個已知點畫一條綫，然後再把直尺的同一邊放在綫的另一方（例如，把直尺的邊先放在綫

的下方,再把它放在上方),仍然靠近这两个已知点,再画一条綫,如果这两条綫不相重合,那末直尺就不准确;如果它們重合,那末这根直尺就是准确的。

4. 平面 平面是最簡單的面.在容器中处于平靜状态的液体的表面,中苏友好大厦各大厅磨得很平滑的地面等,都給我們以平面的大概形象。

平面有下面的性质:如果用一条直綫連結平面內的任意两点,那末这条直綫上所有的点都在这个平面內。

当刨平一块木板的时候,我們利用平面的这种性质来檢查它刨得是不是平滑.我們把一根經過精确地校正过的尺的边放到木板的面。如果这块木板已經刨得十分平滑,那末無論把这根尺的边放在什么地方,边上所有的点都应当紧紧地貼在木板的面。

5. 平面几何学 几何图形分平面的和空間的两种.如果图形上所有的点都在一个平面內,这个图形就叫做平面几何图形;如果图形上所有的点不全在一个平面內,这个图形就叫做空間几何图形。

只研究平面几何图形的性质的几何学叫做平面几何学。

习 題 一

1. 試举出日常生活中的面、綫、点的形象。

2. 木工檢驗木條的邊緣是不是成直線，常常用眼睛從木條的一端向另一端望去，如果看到兩端相合於一點並且邊緣中的各點都合於這一點，那末這條邊緣是直線。為什麼？

3. 某廠綠化環境，在空地上種植一排成直線的梧桐樹若干棵，先種了兩棵，在種第三棵的時候，把眼睛靠近它來看前面兩棵，並進行移動，使它恰好把前面的兩棵遮住，然後把它種下。用同樣方法繼續種植，這樣可使所有的梧桐樹都在一條直線上。為什麼？

4. 怎樣用直尺來檢驗桌面是不是平面？

二 直 線

6. 直線、射線、綫段 我們把直線想象成是向兩方無限伸長着的。直線通常用表示它的任何兩點的兩個大寫字母來表示，例如“直線 AB ”或者“直線 BA ”（圖1）；或者用一個小寫字母來表示，例如，“直線 a ”（圖2）。



圖1



圖2

在直線上某一點一旁的部分叫做射線，這點叫做射線的端點。

射線通常用表示它的端點和射線上另外任何一點的兩個大寫字母來表示，把表示端點的字母寫在前面，例

如,“射线 OC ”(图 3).



图 3

直线上任意两点间的部分叫做**线段**, 这两点叫做**线段的端点**.

线段通常用表示它的两个端点的两个大写字母来表示, 例如,“线段 DE ”或者“线段 ED ”(图 4); 或者用一个小写字母来表示, 例如,“线段 b ”(图 5).

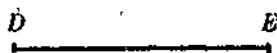


图 4



图 5

直线、射线、线段都可以用直尺来画, 连结两点的线段的长叫做**两点间的距离**. 利用直尺, 我们可以把一条线段向两方延长到任意长. 例如, 我们可以过 B 点把线段 AB 延长(图 6), 也可以过 A 点把它延长(图 7). 在前一种情形, 我们说是延长 AB ; 在后一种情形, 我们说是延长 BA , 或者说是反向延长 AB . 延长的部分叫做原线段的**延长线**(图中用虚线表示的).



图 6

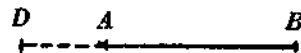


图 7

7. 线段的相等和不等 把一条线段放到另一条线段上, 如果能够使它们的两个端点分别重合, 这两条线段就叫做**相等的线段**. 例如, 把线段 AB 放到线段 CD 上,

使 A 和 C 重合, 并且使綫段 AB 順着綫段 CD 落下. 如果 B 和 D 也重合(图 8), 那末綫段 AB 和綫段 CD 就相等. 这时, 可以写成:

$$AB = CD \quad \text{或者} \quad CD = AB.$$

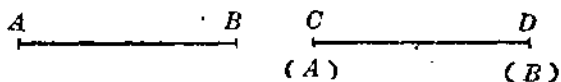


图 8

如果 B 和 D 不重合, 那末綫段 AB 和綫段 CD 不相等. 这时, 如果 B 落在 C 、 D 两点中間(图 9), 綫段 AB 就是較短的綫段, 可以写成:

$$AB < CD \quad \text{或者} \quad CD > AB.$$

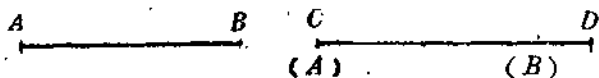


图 9

如果 B 落在綫段 CD 的延長綫上(图 10), 綫段 AB 就是較长的綫段, 可以写成:

$$AB > CD \quad \text{或者} \quad CD < AB.$$

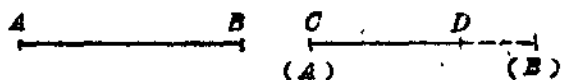


图 10

从直线上一点，向它的任何一方都可以截取一条线段等于已知的线段。这时，我们需要用圆规。例如，要在直线 a 上(图 11)，从一点 C 截取和已知线段 AB 相等的线段，我们可以先把圆规的两脚分开，使它的两个尖端间的距离等于 AB ，然后保持着这个距离，把圆规的一个尖端放在 C 上，另一个尖端落在直线 a 的另一端 D 上，这时，线段 CD 就等于线段 AB 。同样，我们也可以从 C 向另一方截取。



图 11

8. 线段的加减 如果在线段 AB 上取任意一点 C (图 12)，就得到两条新的线段 AC 和 CB 。这时，线段 AB 叫做线段 AC 与线段 CB 的和，线段 AC (或 CB) 叫做线段 AB 与线段 CB (或 AC) 的差。就是



图 12

$$AB = AC + CB; \quad AC = AB - CB;$$

$$CB = AB - AC.$$

要把两条已知的线段 AB 和 CD (图 13) 加起来，我们可以在线段 AB 的延长线上，从 B 起截取线段 BE 使它等于

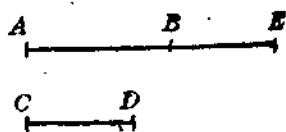


图 13

CD. 这时, 綫段 AE 就是綫段 AB 与綫段 BE 的和, 也就是綫段 AB 与綫段 CD 的和:

$$AE = AB + BE = AB + CD.$$

如果我們在綫段 AB 的延長綫上, 从 B 起截取綫段 BC 使它等于綫段 AB (图 14), 那末,

$$AC = AB + BC = AB + AB = 2AB.$$

所以綫段 AC 等于綫段 AB 的 2 倍, 而綫段 AB (或者綫段 BC) 等于綫段 AC 的二分

之一. 这时, 我們說 B 把綫段 AC 平分 (或者二等分). 平分

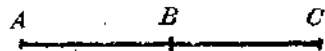


图 14

一条綫段的点叫做这綫段的中点.

用相同的方法, 我們可以把三条、四条、…… 綫段加起来, 或者作一条綫段使它等于已知綫段的 3 倍、4 倍、…… 等等.

要从一条較长的綫段 AB 减去一条較短的綫段 CD

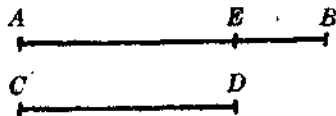


图 15

(图 15), 我們可以在綫段 AB

上, 从 A 起截取綫段 AE 使它等于 CD, 这时, 綫段 EB 就是綫段 AB 与綫段 AE 的差, 也就是綫段 AB 与綫段 CD 的差:

$$EB = AB - AE = AB - CD.$$

要量一条綫段的近似长度, 可用刻度尺 (带有刻度的

直尺). 用刻度尺也可以近似地画出已知长度的綫段.

三 圓 的 概 念

9. 圓 当射綫 OA 繞着它的端点 O 旋轉一周的时候(图 16), 射綫上的一点, 例如 A , 就画出一条綫, 这条綫叫做圓. O 就叫做这个圓的圓心. 圓上所有的点到圓心距离都相等. 連結圓心和圓上任何一点的綫段(如 OA, OB, OC)叫做圓的半徑.

同圓的半徑相等.

圓可以用符号“ $\odot$ ”来表示, 以 O 为圓心的圓可以記做“ $\odot O$ ”.

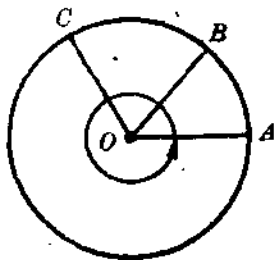


图 16

如果两个圓的半徑相等, 那末我們把这两个圓的圓心重合在一起的时候, 这两个圓上所有的点就完全重合(因为它們到圓心的距离都相等), 这样的两个圓叫做等圓.

因此,

等圓的半徑相等.

連結圓上任意两点的綫段叫做圓的弦(如图 17 中的綫段 AB). 过圓心的弦叫做

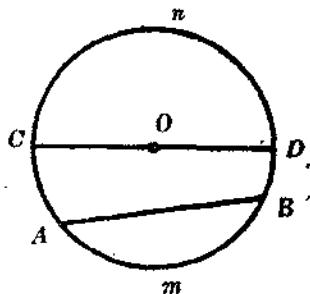


图 17

圓的直徑(如图 17 中的綫段 CD)。一条直徑等于两条半徑的和。所以,

同圓(或者等圓)的直徑相等。

10. 弧 圓上任意兩點間的部分叫做弧(如图 17 中的 $\widehat{AmB}$)，這兩點叫做弧的端點。弧可以用符號“ $\widehat{}$ ”來表示，以 A 和 B 為端點的弧可以記做 $\widehat{AB}$ 或 $\widehat{BA}$ 。圓上任意兩點把圓分成兩條弧，這兩條弧組成一個圓。為了區別這兩條弧起見，我們可以在兩個大寫字母中間添上一個小寫字母，例如， $\widehat{AmB}$ 和 $\widehat{BnA}$ 。如果只是用兩個大寫字母來表示弧，一般指的是小弧，例如 $\widehat{AB}$ 就是指 $\widehat{AmB}$ 。

連結一條弧的兩個端點的綫段，叫做這條弧所對的弦，而這條弧就叫做這條弦所對的弧。例如，圖 17 中，綫段 AB 是 $\widehat{AmB}$ 所對的弦，而 $\widehat{AmB}$ 是弦 AB 所對的弧。

比較弧的相等和不相等以及弧的加和減的方法與綫段的情況相類似。但是必須是同圓或者等圓中的弧，才能進行比較和加減。

圓的任何一條直徑的兩個端點把圓分為兩段弧，這兩段弧是相等的，它們合起來是一個圓，每一條這樣的弧叫做半圓。

在同圓(或者等圓)中，如果兩條弦相等，它們分別所對的弧也相等。因為弦的端點，就是弧的端點，相等的弦