

高等学校交流讲义

电机的瞬变过程

西安交通大学电机与电器教研组编著

2

7

高等学校交流讲义



电机的瞬变过程

西安交通大学电机与电器教研组编著

中国工业出版社

本书叙述了同步电机、异步电机和直流电机的瞬变过程的分析方法。而且还介绍了 d, q, o ; α, β, o 及 $1, 2, 0$ 三种座标变换系统和电机几种典型的瞬变过程的运行方式。

本书可作为工科院校电机专业的“电机专题”课程的教材和参考书,也可供工厂的有关工程技术人员参考。

电机的瞬变过程

西安交通大学电机与电器教研组编著

*

中国工业出版社出版(北京佟麟阁路丙 10 号)

(北京市书刊出版事业许可证出字第 110 号)

中国工业出版社第四印刷厂印刷

新华书店科技发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $4 \frac{5}{8}$ · 字数 100,000

1961 年 8 月北京第一版 · 1961 年 8 月北京第一次印刷

印数 0001—3,037 · 定价 (10—6) 0.56 元

统一书号 15165 · 394 (—机—63)

前 言

1955 年以后, 电机专业课程中各校陸續增設了“电机的瞬变过程”这門新課。經過几年的教学实践, 对该門課程的性质有了比較深入的了解, 今年 4 月初, 在上海召开的教材选編會議上, 各校代表一致认为这門課程应更名为“电机专题”, 而“电机的瞬变过程”只是“电机专题”中的一个組成部分(当然也是一个最重要的組成部分)。实际課堂讲授時間約为 45 学时左右。

本教材是 1959 年胡之光同志为西安交通大学电机专业所开設的“电机的瞬变过程”編写的。在教材中介紹了几种主要的座标变换系統, 并应用它們分析了电机中几种典型的瞬变运行方式, 其中讲述得比較詳細的是同步电机, 但也以一定的篇幅研究了異步电机及直流电机的瞬变过程。經各校与会代表审查結果, 认为內容基本符合教学大綱的要求, 决定推荐为电机专业课程“电机专题”中“电机的瞬变过程”部分的教材。

本书同步电机部份参考 C. Cenoordia 著“同步电机的理論和行为”、高景德著“同步电机的理論及其运行方式的分析”两书; 感应电机部份参考 W. L. Lgou 著“交流电机的暂态分析”一书, 直流电机部份参考 B. Adkim 著“电机的一般理論”一书。

該教材比較系統地試用过一次, 但由于未能广泛地吸收各方面的意見, 而出版前的审校工作, 尙由于時間所限、亦不能詳尽仔細。因之, 希望广大讀者随时地提供宝貴意見。

教材选編會議 电机与电器制造专业組

1961. 5.

目 次

前言	3
緒論	7
1. 概述	7
2. 标么制	9
3. 运算微积法	12
第一章 同步电机的瞬变过程	18
I 戈列夫 (Горев)-派克 (Park) 方程式	18
1. 假定	18
2. 参数	20
3. 电压关系式	23
4. 磁鏈的关系式	24
5. 方程式的变换	25
6. 同步电机的标么值	32
7. 求 x_d 和 x_q 的轉差試驗	34
8. 求 x_d 的短路試驗	35
9. 功率輸出	35
10. 电磁轉矩	37
II 三相突然短路电流	39
1. 三相突然短路电流的起始值	39
2. 短路电流的稳态分量	44
3. 电流的衰减時間常数	45
4. 突然短路后定子繞組电流的一般公式	49
5. 短路試驗	51
6. 磁場电流	53
III 突然二綫短路	56

1. α . β . σ 座标系統	56
2. 二綫短路电流	59
3. 時間常数	61
4. 开路相的电压	66
5. 磁場电流	67
IV 突然单相短路(即綫至中綫短路)	68
1. 单相短路电流	68
2. 時間常数	71
V 短路力矩	72
1. 三相短路轉矩—忽略全部电阻	72
2. 三相短路轉矩—考虑定子电阻的效应	74
3. 三相短路轉矩—考虑轉子电阻的效应	76
4. 三相短路轉矩的討論	80
5. 其他短路形式时的轉矩	86
第二章 異步电机的瞬变过程	101
I 复数分量方程式	101
1. 复数分量	101
2. 磁鏈的复数分量方程式	104
3. 电压的复数分量方程式	106
4. 电磁轉矩	108
II 轉子靜止时的異步电动机	110
1. 对各相同时施以平衡电压时的电流	110
2. 对各相同时施以平衡电压时的起步轉矩	113
III 正常旋轉时的異步电动机	115
1. 定子端点的对称短路	115
2. 电机再接入綫路	121
3. 投入反相序电压	121
4. 仅兩綫接到綫路	122
第三章 直流电机的瞬变过程	127

I 电机的一般化方程式	127
1. 电刷电势或电枢电势的性质	127
2. 关于一般化电机	130
3. 討論直流电机时应该考虑的問題	132
II 直流电机的瞬变过程	135
1. 他激直流发电机突然短路	135
2. 并激直流发电机突然短路	138
3. 电压建立的瞬变过程	139
4. 直流电动机的无电阻启动	143
附录	147
参考文献	148

緒 論

1. 概 述

在电机学中我們已經研究过电机在稳态下的运行原理和性能計算，虽然有时也提到某些瞬变过程，但是一般只进行物理过程的叙述，缺乏严格的探討。其实，电机的瞬变过程，内容是极其丰富的，深入的进行研究，已經不屬於电机学的范围了。

电机从某一个运行状态突然变到另一个运行状态，要經過一段瞬变过程。例如：負荷的突然增減、起動、停車和由故障所造成的突然短路和断綫等等。其時間虽然非常短暫，而情况却異常复杂。

电机在瞬变过程时，可能引起严重的后果。例如汽輪发电机三相突然短路时，其电流在短时可能达到其額定值的 20 倍左右；在不正确的并車情况下，同步电机的冲击电流在短时可能达到其額定值的 30 倍左右。这些电流，在某些情况下，由于時間短促，并不会引起温升过高，但是在另一些情况下，如起動、失步等，由于時間較长，有可能引起較高的温升，因而可能使电机的絕緣受到损坏。这些短时的冲击电流也会在繞組的端接部份引起很危險的机械应力，可能使某些結構受到损伤。在瞬变过程中，电机也可能发生机械震动以及轉子的轉速急剧增加等不良后果。

电机的瞬变过程从理論上进行严密的分析，具有很大的现实意义。如果对这些瞬变过程沒有一定的了解，就无法进

行合理的設計，也无法選擇适当的保護設備和无法進行可靠合理的使用。

如所周知，電機的分析就是電路的分析。對電機瞬變過程的研究，就是如何建立電路的微分方程式，如何進行求解，以及如何理解它解的性質。

依照電路原理而對電機分析所建立的微分方程式，如果電路的參數是恒定的話，那麼所得的方程式便是綫性的，否則就是非綫性的。我們在分析電機時，必須假定磁路是不飽和的，因而才能應用重疊原理。或者飽和的影響在選擇參數時加以考慮，以使適合某一實際情況，而在所考慮的瞬變過程中，則認為參數是不變的。因而在電機中參數的不恒定不是由於飽和所引起的，恒定乃由於電路間相對移動而引起的。例如變壓器和整流子電機，所有的電路可當作相對不動的，電路的自感系數和電路間的互感系數都是恒定的，所得的微分方程式的系數，當然是常數，我們就可以利用運算微積法來求解，這樣就會簡捷得多。但同步電機異步電機等無整流子電機，定子和轉子的電路是相對移動的，其間的互感系數是轉子角位的周期性函數，如果轉子為凸極，則定子繞組的自感系數也是轉子角位的周期函數。因而，所得的電路微分方程式是非常系數的。這一類的電路微分方程式，必須先經過所謂“座標轉換法”把系數變為恒定後，才能應用運算微積法求解。有時，所求解的方程式非常複雜，我們還不得不再作一些近似的假定。

近三十年来，對於電機的瞬變過程已經進行了很多的研究工作。尤其是對於同步電機，積累了大量的資料和經驗，有了比較完整的理論和研究方法。但是，由於生產不斷發展，要求進行研究和解決的問題還在不斷提出。電機瞬變過程所

涉及的問題非常广泛，不可能在这門課里进行詳述，以后我們重点地对某些問題进行分析，以求掌握分析方法，打下基础，为今后进一步研究創造条件。

2. 标 么 制

在研究瞬变过程中，一般都采用标么制或称相对单位制。在标么制中，电流、电压及其他各量不用实在的量（如安培、伏特等）来直接表示，而用其对于某基量的相对值来表示。所以，

$$\text{标么值} = \frac{\text{实在值(任意单位)}}{\text{基值(与实在值同单位)}}。$$

标么值既然为同样单位的二个数量的比数，故沒有单位。

应用标么值时，应首先規定其基值。标么值的某些基值是可以随便选择的，但一般是以被研究的电机或电器的額定值作为相应各量的基值。这样便可使額定值的标么值为一，在实际計算中就方便多了，标么值的名称即由此而来。

在单相系統中，如果电流的基值和电压的基值既經选定，那么視在功率的基值和阻抗的基值也就随着确定了。

今取电流的基值（安）

$$I_0 = I_H, \text{ 得电流的标么值} = \frac{I(\text{安})}{I_0(\text{安})}$$

又取电压的基值（伏）

$$U_0 = U_H, \text{ 得电压的标么值} = \frac{U(\text{伏})}{U_0(\text{伏})}$$

由于 $P = UI$ $\frac{P}{P_0} = \frac{U}{U_0} \cdot \frac{I}{I_0}$ ，故視在功率的基值（伏安） $P_0 = U_0 I_0 = U_H I_H$ ，得視在功率的标么值等于 $\frac{P}{P_0}$ 。

又因阻抗的基值 (欧)

$$Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_H}{I_H}, \text{ 得}$$

$$\begin{aligned} \text{阻抗的标么值} &= \frac{Z(\text{欧})}{Z_0(\text{欧})} = \frac{Z(\text{欧}) \times \text{电流的基值(安)}}{\text{电压的基值(伏)}} \\ &= \frac{Z(\text{欧}) \times \text{视在功率的基值(伏安)}}{[\text{电压的基值(伏)}]^2} \end{aligned}$$

在三相系统中, 每相都可按单相系统的方法来计算, 故上面的标么值选择方法也可应用在三相系统中, 只要以相电压, 相电流及每相视在功率等为准来选择基值即可。但在三相系统中, 电机的额定值一般都是以线电压及三相总视在功率来标定, 并且通常以 Y 形联接法来进行研究。在 Y 形联接的对称三相系统中, 线电压的基值为相电压基值的 $\sqrt{3}$ 倍, 而线电压也为相电压的 $\sqrt{3}$ 倍, 因之, 用标么值表示的线电压和相电压是相等的。这时, 线电流等于相电流, 其标么值当然也相等。

同样, 在对称的三相系统中, 三相总视在功率或总有效功率为每相视在功率或有效功率的三倍, 而每相视在功率的基值等于三相总视在功率基值的 $\frac{1}{3}$, 故用标么值表示时, 三相总视在功率或总有效功率分别与每相的视在功率或有效功率相等。

由此可知, 在对称三相 Y 联接的系统中,

$$\begin{aligned} \text{相阻抗的标么值} &= \frac{\text{相阻抗(欧)} \times \text{每相电流的基值(安)}}{\text{每相电压的基值(伏)}} \\ &= \frac{\text{相阻抗(欧)} \times \text{每相视在功率的基值(伏安)}}{[\text{每相电压的基值(伏)}]^2} \\ &= \frac{\text{相阻抗(欧)} \times \text{三相总视在功率的基值(伏安)}}{[\text{线电压的基值(伏)}]^2} \end{aligned}$$

除此之外，時間的基值也可以任意选定。我們現在选取時間的基值 $T_0 = \frac{1}{2\pi f}$ 秒，這個時間相當於同步電機的轉子在空間轉動一個電弧度所需的時間。這樣，在頻率為 50 赫芝的電機中， $T_0 = \frac{1}{314}$ 秒。

因而， $\omega = 2\pi f$ 弧度/秒 = 1 弧度/時間的基值。在標么制中， $\omega = 1$ 。

應用了標么值之後，將有下面一些優點：

一、物理性質不同的一系列量，可以用相同的數值來表示，使計算大為簡化。例如：

用實在值表示：

$$x = \omega L$$

$$x_M = \omega M$$

$$E = \omega L I_M = \omega \psi$$

$$T = \frac{L}{r}$$

$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

用標么值表示：

$$\underline{x} = \underline{L}$$

$$\underline{x}_M = \underline{M}$$

$$\underline{E} = \underline{\psi}$$

$$\underline{T} = \frac{\underline{x}}{\underline{r}}$$

$$\underline{i} = \sqrt{2} \underline{I} \sin \underline{t}$$

二、易于比較電機的特性和參數。同型的電機雖然容量及電壓可以相差很大，但是用標么值所表示的參數的數值却大致相同。例如電力變壓器的激磁電流一般在 0.05 左右，水輪發電機的直軸同步電抗一般在 1.0 左右，等等。因之，應用標么值時，易于發現設計不良，數據錯誤等。

三、標么值在大小程度上能給人以明顯的概念。

四、可以使數字計算大大簡化。因為很多數值都接近於 1，易于計算。並且，標么值還可以使許多用實在值表示時不相等的數值變為相等。例如，用標么值時，對稱三相系統中的綫電壓和相電壓在數值上相等；變壓器在基值電流時的銅耗 ($I^2 R$)、電阻降落 (IR) 和電阻 (R) 在數值上相等，

等等。

标么值当然也有缺点，最大的缺点是沒有单位，因而物理概念不够明确，于是也失去了利用量綱关系来檢查某些公式是否正确可能性。

3. 运算微积法

在电工基础中已經提到海維賽德 (Heaviside) 創議用一种特殊的运算法来求解常系数綫性微分方程式。这方法的要点一方面在于微分方程式的书写形式，即对時間的微商用算子 p 来表示，例如：

$$\frac{di}{dt} = pi, \quad \frac{d^2i}{dt^2} = p^2i \text{ 等等,}$$

而在由零到 t 的极限內对時間的积分則以被积函数除以 p 来表示，例如：

$$\int_0^t i dt = \frac{i}{p}, \quad \int_0^t \int_0^t i dt dt = \frac{i}{p^2} \text{ 等等.}$$

其次，在另一方面，在这样化成代数形式的微分方程式中，算子 p 已不再当作对時間的微商及积分的代表符号，而是当作代数乘数，它可以与其变数相分离，加以演化，像解代数方程式一样。最后，将含有 p 的函数通过轉換，仍旧变成 t 的函数，就成了我們所要求的解答。这种将函数 $F(p)$ 改为時間函数 $f(t)$ 的变换，采用对应符号 $\div$ 来表示。而且，時間函数 $f(t)$ 称为原函数，和它相对应的算子 p 的函数称为这时間函数的像函数。即

$$f(t) \div F(p) \text{ 或 } F(p) \div f(t)$$

这种方法一般只用于初始条件的零的电路，所以有时还特別加写单位函数 1 于其算式之后。

海氏运算法自己没有提出严格的数学证明，后来借助于卡尔松 (Carson) 积分得到函数的转换方程式：

$$F(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \quad (0-1)$$

应用这个转换方程式，可以导出一整套的符号变换定理，这些定理就是海維賽德所提出用以求解线性微分方程式的运算法的基础和发展。

如果将 (0-1) 式两端各乘以 p ，则

$$pF(p) = p^2 \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = -p \int_0^{\infty} f(t) d(e^{-pt})$$

应用分部积分法，将它积分，则得：

$$pF(p) = -p \left[f(t) e^{-pt} \right]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-pt} dt$$

由于 $[f(t) e^{-pt}]_{\infty} = 0$ ，所以

$$pF(p) - pf(0) = p \int_0^{\infty} f'(t) e^{-pt} dt$$

由此

$$pF(p) - pf(0) \doteq f'(t) = \frac{df(t)}{dt} \quad (0-2)$$

从这里得到，在一定的条件下，即 $f(0) = 0$ 时，转换式为

$$pF(p) \doteq f'(t)$$

即以算子乘某一函数的转换式我们能得其导数的转换式，算子 p 代替微商符号 $\frac{d}{dt}$ 。

在求函数 $f(t)$ 的积分转换式 $\psi(p)$ 的时候，我们引用下列代表符号：

$$\int_0^t f(t) dt = \psi(t) \doteq \psi(p) \text{ 而 } \psi(0) = 0$$

这样，一方面我们有 $\psi'(t) = f(t) \doteq F(p)$ ，另一方面则有 $\psi'(t) \doteq p[\psi(p) - \psi(0)] = p\psi(p)$ 。就是说 $p\psi(p) = F(p)$ ，所

以

$$\int_0^t f(t) dt \doteq \frac{1}{p} F(p) \quad (0-3)$$

即以此算子除某一函数的轉換式，則得其积分的轉換式， $\frac{1}{p}$ 代替积分符号 $\int_0^t$ 。因此， p 可以当作是一个代数乘数，从被研究的函数中分离出来。

詳尽的定理和变换表，见有关参考书。

现在，让我们以变压器为例来说明瞬变过程的一些基本概念和复习运算微积的一些基本法则。

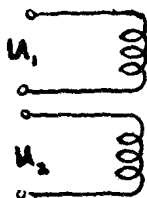


图 0-1

今取双繞組变压器的原副繞組同軸，即同相电流产生同向的磁通，令 u_1 及 u_2 为两繞組的端电压，則变压器的基本方程式为：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= r_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (0-4)$$

写成运算形式，并采取标么制，故 $L_{11} = x_{11}$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= (r_1 + px_{11}) i_1 + px_{12} i_2 \\ u_2 &= px_{21} i_1 + (r_2 + px_{22}) i_2 \end{aligned} \right\} \quad (0-5)$$

由于电路是相对靜止的，感应系数或标么电抗 x_{11} ， x_{12} = x_{21} 和 x_{22} 都是常数，微分方程式是綫性的。(0-5)式可求解如下：

$$\text{令 } D(p) = \begin{vmatrix} r_1 + px_{11} & px_{12} \\ px_{21} & r_2 + px_{22} \end{vmatrix} = (r_1 + px_{11})(r_2 + px_{22}) - p^2 x_{12}^2$$

它的余因子

$$M_{11}(p) = r_2 + px_{22}$$

$$M_{12}(p) = -px_{12}$$

$$M_{21}(p) = -px_{21}$$

$$M_{22}(p) = r_1 + px_{11}$$

于是:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{M_{11}(p)}{D(p)} u_1 + \frac{M_{12}(p)}{D(p)} u_2 = \frac{1}{Z_{11}(p)} u_1 + \frac{1}{Z_{12}(p)} u_2 \\ i_2 &= \frac{M_{21}(p)}{D(p)} u_1 + \frac{M_{22}(p)}{D(p)} u_2 = \frac{1}{Z_{21}(p)} u_1 + \frac{1}{Z_{22}(p)} u_2 \end{aligned} \right\} \quad (0-6)$$

今設付边短路, 即 $u_2 = 0$, 故

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{M_{11}(p)}{D(p)} u_1 = \frac{r_2 + px_{22}}{(r_1 + px_{11})(r_2 + px_{22}) - p^2 x_{12}^2} u_1 \\ &= \frac{1}{(r_1 + px_{11}) - \frac{p^2 x_{12}^2}{r_2 + px_{22}}} u_1 \\ &= \frac{1}{r_1 + px_1(p)} u_1 = \frac{1}{Z_{11}(p)} u_1 \quad (0-7) \end{aligned}$$

式中 $Z_{11}(p) = r_1 + px_1(p)$ 称为原电路的运算阻抗, 其中

$$x_1(p) = x_{11} - \frac{px_{12}^2}{r_2 + px_{22}}$$

假定在短路时, 原边的电压为 $u_1 = U_{1m} \sin(t + \alpha_0)$, 因 $\sin(t + \alpha_0) = \sin t \cos \alpha_0 + \cos t \sin \alpha_0$, 利用拉普拉斯轉換,

$$\sin(t + \alpha_0) \div -\frac{p}{p^2 + 1} \cos \alpha_0 + \frac{p^2}{p^2 + 1} \sin \alpha_0,$$

代入 (0-7) 式, 得

$$i_1(p) = \frac{U_{1m}}{[r_1 + px_1(p)]} \cdot \frac{\cos \alpha_0 p + \sin \alpha_0 p^2}{1 + p^2}$$

为簡便起見, 略去 r_2 , 則

$$x_1(p) = x_{11} - \frac{x_{12}^2}{x_{22}} = x_1'$$

因

$$x_{11} = x_{11} + x_{12}$$

$$\begin{aligned}
 \text{故 } x'_1 &= (x_{11} + x_{22} - x_{12}) \frac{x_{12}}{x_{21} + x_{12}} \\
 &= x_{11} + \frac{x_{12}^2 + x_{12}x_{21} - x_{12}^2}{x_{21} + x_{12}} \\
 &= x_{11} + \frac{x_{12}x_{21}}{x_{12} + x_{21}}
 \end{aligned}$$

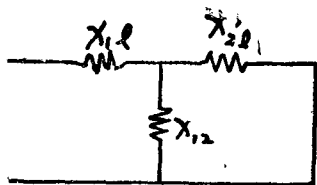


图 0-2

x'_1 称为原绕组的短路电抗，相当的等值电路如图 0-2 所示。

$$\begin{aligned}
 \therefore i_1(p) &= \frac{(\cos \alpha_0 p + \sin \alpha_0 p^2) U_{1m}}{[r_1 + p x'_1](1 + p^2)} \\
 &= \frac{U_{1m}}{x'_1} \cdot \frac{\cos \alpha_0 p + \sin \alpha_0 p^2}{\left(\frac{r_1}{x'_1} + p\right)(1 + p^2)}
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{r_1}{x'_1} + p\right)(1 + p^2) = 0 \text{ 的根为 } p_1 = -\frac{r_1}{x'_1}, p_2 = j, p_3 = -j.$$

利用展开定理:

$$\frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{N(p_k) e^{p_k t}}{p_k D'(p_k)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{得 } i_1(t) &= \frac{U_{1m}}{x'_1} \left\{ \frac{\cos \alpha_0 - \frac{r_1}{x'_1} \sin \alpha_0}{\left[\left(\frac{r_1}{x'_1}\right)^2 + 1\right]} e^{-\frac{r_1}{x'_1} t} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos \alpha_0 + j \sin \alpha_0}{2\left(j \frac{r_1}{x'_1} - 1\right)} e^{jt} + \frac{\cos \alpha_0 - j \sin \alpha_0}{-2\left(j \frac{r_1}{x'_1} + 1\right)} e^{-jt} \right\} \\
 &= U_{1m} \left\{ \frac{x'_1 \cos \alpha_0 - r_1 \sin \alpha_0}{(r_1^2 + x_1'^2)} e^{-\frac{r_1}{x'_1} t} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2j} \left[\frac{(\cos \alpha_0 + j \sin \alpha_0) e^{jt}}{r_1 + j x'_1} - \frac{(\cos \alpha_0 - j \sin \alpha_0) e^{-jt}}{r_1 - j x'_1} \right] \right\}
 \end{aligned}$$