

十五类算术应用题 解法

许生亮 李亚华 编



北京师范大学出版社

十五类算术应用题 解 法

许生亮 李亚华 编

北京师范大学出版社

1981 年 10 月

十五类算术应用题解法

许生亮 李亚华 编

*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

解放军七二二六工厂印刷

*

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 4 字数 82 千

1981 年 10 月第 1 版 1981 年 11 月第 1 次印刷

印数: 1—230,000

统一书号: 7243·19 定价 0.32 元

说 明

为了帮助小学数学教师提高算术教学理论水平，进一步搞好教学工作，我们编写了这本《十五类算术应用题解法》，可作为小学数学教师的教学参考资料，也可供中等师范学校学生课外阅读用。

本书选编的十五类应用题，有的超出了现行小学教学大纲，这些内容，只供教师自修，不必给学生讲授。此外，书中除简要介绍各类应用题的解法要点外，还选编了例题二百余个。并对一些解法的一般规律和注意事项采用加“注”的形式予以说明。

由于我们水平有限，又缺乏小学数学教学经验，书中一定会有不少缺点错误，恳请广大教师指正。

许生亮 李亚华

1980年2月27日

目 录

一	平均问题	(1)
二	归一问题	(5)
三	和差问题	(11)
四	还原问题	(15)
五	倍数问题	(19)
六	盈亏问题	(26)
七	调换问题	(35)
八	植树问题	(41)
九	方阵问题	(46)
十	行程问题	(49)
十一	整除性问题	(61)
十二	分数应用问题	(69)
十三	工程问题	(87)
十四	百分数问题	(95)
十五	比例问题	(102)

一 平均问题

有几个不相等的数，要移多补少，使它们完全相等，而总数不变，这样所得的相等数，叫做原有各数的**平均数**。求许多已知数的平均数的问题，叫做**平均问题**。

平均问题解法的要点是：

(1) 已知总和求平均值：总和 $\div$ 总份数 = 平均值，

(2) 已知平均值求总和：平均值 $\times$ 总份数 = 总和。

需要注意的问题是，假定在 n 个数中，已知某两个平均数是 a ，其余 $(n-2)$ 个数的总和是 s ，则 a 决不能作为一个数去参与平均，即使用 $(n-1)$ 去等分 $(s+a)$ 也是错误的。

例1 解放初，某工人每年收入 600 元，两年里借互助储金若干；两年后，工人年工资增加到 960 元，又经两年恰好还清借款，问工人每年支出若干？

解 这是一个先求总和，后求平均的问题。

四年总收入是： $600 \times 2 + 960 \times 2 = 3120$ (元)

四年中的收入等于支出，故每年支出是：

$$3120 \div 4 = 780 \text{(元)}$$

综合式： $(600 \times 2 + 960 \times 2)$

$$\div (2 + 2) = 780 \text{(元)}$$

答：(略)

例2 某少先队员共参加三次数学考试，前两次平均成

绩是 85 分，而三次平均成绩是 90 分，问第三次考试成绩是多少？

解 这是一个从平均求总和的问题。

三次考试成绩的总和是： $90 \times 3 = 270$ (分)

前二次考试成绩的总和是： $85 \times 2 = 170$ (分)

第三次考试成绩是： $270 - 170 = 100$ (分)

综合式： $(90 \times 3) - (85 \times 2) = 100$ (分)

答：(略)

例 3 甲、乙、丙三个公社各出等量的金额，购买若干辆汽车。买好以后，由于丙需量较少，结果丙比甲、乙各少要 15 辆。甲、乙须各偿还给丙 9 万元，问每辆汽车的价格是多少？

解 这是一个先求总和，后求平均的问题。

甲、乙两公社比丙公社多要的汽车是：

$$15 \times 2 = 30 \text{ (辆);}$$

若甲、乙不多要，则每个公社可再分配到汽车：

$$30 \div 3 = 10 \text{ (辆);}$$

甲与乙各多要丙的汽车是 $15 - 10 = 5$ (辆)

每辆汽车的价格是 $9 \div 5 = 1.8$ (万元)

综合式： $9 \div (15 - 15 \times 2 \div 3) = 1.8$ (万元)

答：(略)

例 4 甲、乙、丙三数，甲、乙的平均数是 30，乙、丙的平均数是 36，甲、丙的平均数是 33，问这三个数的平均数是多少？

解 这是一个先求总和，后求平均的问题。据题意可先求出两个甲、两个乙、两个丙共 6 个数的总和，再除以 6 即得所求。

综合式： $(30 \times 2 + 36 \times 2 + 33 \times 2) \div 6 = 33$

答：（略）

例5 某县组织三个外出学习小组，甲组28人，乙组33人，各乘汽车一辆，丙组41人，因车坏需分乘甲、乙两车，问如何分乘，甲、乙两车的人数才能相等？

解 这是一个先求总和，后求平均的问题。算出两车平均数后再与甲、乙两车原人数作差即得所求。

三组总人数： $28 + 33 + 41 = 102$ （人）

甲、乙两车平均乘人数： $102 \div 2 = 51$ （人）

丙组分乘到甲车人数： $51 - 28 = 23$ （人）

丙组分乘到乙车人数： $51 - 33 = 18$ （人）

答：分到甲、乙两组分别为23人、18人时，甲、乙两车的人数就能相等。

例6 甲、乙两桶水，每分钟各流出水5升，甲桶需52分钟流尽，乙桶需36分钟流尽，问甲桶流入乙桶需经过几分钟两桶水就相等？

解 这是一个先求总和，后求平均的复合应用题。

甲桶共有水： $5 \times 52 = 260$ （升）

乙桶共有水： $5 \times 36 = 180$ （升）

甲、乙两桶平均有水： $(260 + 180) \div 2 = 220$ （升）

应从甲桶流出水： $260 - 220 = 40$ （升）

甲桶流出40升水所需时间： $40 \div 5 = 8$ （分）

答：甲桶流入乙桶经过8分钟两桶水就相等。

例7 赵庄小学学生课余学工，第一组3人共制小螺丝158斤，第二组5人比第一组共多制120斤，第三组4人比第二组共少制42斤，求三个组平均每人制螺丝多少斤？

解 这是先求总和、总份数，再求平均数的问题。

三组共有学生： $3 + 5 + 4 = 12$ (人)

三组共制小螺丝： $158 + (158 + 120) +$
 $+ (158 + 120 - 42) = 672$ (斤)

平均每人制小螺丝： $672 \div 12 = 56$ (斤)

答：(略)

例 8 一块麦地分成三个区，总面积是 350 亩。第一区比第二区少 100 亩，但比第三区多 50 亩，第一、二、三区平均亩产分别是 600、540、520 斤，求这块麦地每亩平均产量多少斤？

解 本例应先求各区亩数，次求各区产量，再求总产量，后求平均亩产。

第一区亩数是： $(350 - 100 + 50) \div 3 = 100$ (亩)

第二、第三区亩数分别是：

$$100 + 100 = 200 \text{ (亩)};$$

$$100 - 50 = 50 \text{ (亩)}$$

第一、二、三区各区产量分别是：

$$600 \times 100 = 60000 \text{ (斤)}$$

$$540 \times 200 = 108000 \text{ (斤)}$$

$$520 \times 50 = 26000 \text{ (斤)}$$

这块麦地总产量是：

$$60000 + 108000 + 26000 = 194000 \text{ (斤)}$$

这块麦地平均亩产：

$$194000 \div 350 \approx 554 \text{ (斤)}$$

答：(略)

例 9 甲厂有某种原料 120 吨，乙厂有同样原料 96 吨，

现在每天甲厂用原料 15 吨，乙厂用原料 9 吨，多少天后两个厂剩下的原料相等？

解 甲厂比乙厂多有原料： $120 - 96 = 24$ （吨）

每天甲厂比乙厂多用原料： $15 - 9 = 6$ （吨）

$$24 \div 6 = 4 \text{（天）}$$

答：四天后两个厂剩下的原料相等。

例 10 三个数的平均数是 8.6，其中第一数是 9.1，第二个数比第一个数小 0.8，求第三个数是多少？

解 三个数的总和是： $8.6 \times 3 = 25.8$

第一数是 9.1；第二数是 $9.1 - 0.8 = 8.3$

第三个数是 $25.8 - 9.1 - 8.3 = 8.4$

答：（略）

二 归一问题

根据已知条件，先求出一个单位量的数值（称做单位值，如单位面积产量、单位时间的工作量、物件的单价等等），然后再计算要求的数，这样的解题方法叫**归一法**。

例 11 ①某服装厂 16 名工人每天做工作服 128 套，照这样计算，48 名工人每天做多少套？

②某机床厂用 18 台车床 3 小时生产机器零件 1080 件，20 台这样的车床 8 小时可生产多少零件？

③某大队用抽水机 13 小时浇地 65 亩，问 425 亩地需要多少小时浇完？

④某机床厂，原计划每天生产 6 台机床，要 40 天才能

完成这批任务，后经技术革新，每天生产8台机床，问实际用多少天就能完成这批任务？

解 ①综合式： $128 \div 16 \times 48 = 384$ (套)

② $(1080 \div 3 \div 18) \times 20 \times 8 = 3200$ (件)

③平均每小时浇地： $65 \div 13 = 5$ (亩)

浇425亩地需要时间： $425 \div 5 = 85$ (小时)

④这批任务要求共生产机床 $40 \times 6 = 240$ (台)

每天产8台，则需 $240 \div 8 = 30$ (天)完成。

答：(略)

注：(1)本例①是先求一人的工作量，再求多人的工作量，这类问题称为直进归一问题；

②是先求一台单位时间的工作量，再求多台在不同时间内的工作量，这类问题称为复归一问题；

③本应先求浇1亩地需多少时间，但它在整数范围内无解，故必须反过来先求1小时浇多少亩，这类问题称为返回归一问题；

④题的条件和结构与前三题相反，它的第一部分给出的是单位值和数量，第二部分给出不同的单位值而要求数量，或给出不同的数量要求单位值，其特点是总值不变；故应先求总值，这类问题也称为归总问题。

(2)若在分数范围内，直进归一问题和返回归一问题可统一起来，第一步用等分除法求单位值，第二步用乘法求总值。

(3)归一问题中的数量关系都是成比例的，其中用归总法解的题是成反比例关系的，其余是成正比例关系的。

例12 纺织工100人工作20日，可织花布200000丈。

现要织花布 100000 丈，由 125 个工人工作，需多少时间？

解 每个工人每日织布： $200000 \div 100 \div 20 = 100$ （丈）

一个工人织 100000 丈花布用时间：

$$100000 \div 100 = 1000 \text{ (日)}$$

125 人织 100000 丈花布需： $1000 \div 125 = 8$ （日）

综合式： $100000 \div (200000 \div 100 \div 20) \div 125 = 8$ （日）

答：（略）

例 13 某生产队预定由 10 个社员用 16 天开垦荒地一片。开工 4 天后，增加社员 10 人，若每个社员的工作效率不变，问完成预定开荒任务可提前几天？

解 开荒总工作量是： $10 \times 16 = 160$ （人·日）

10 个社员工作 4 日完成的工作量是：

$$10 \times 4 = 40 \text{ (人·日)}$$

剩余工作量是： $160 - 40 = 120$ （人·日）

剩余工作量由 20 个社员完成需时：

$$120 \div 20 = 6 \text{ (日)}$$

提前完成的日数是： $16 - 4 - 6 = 6$ （日）

综合式： $16 - 4 - (10 \times 16 - 10 \times 4)$

$$\div (10 + 10) = 6 \text{ (日)}$$

答：（略）

例 14 搬运一堆砂土，如用工人 200 名需 5 日；如用马车 25 辆，需 4 日；如用卡车 5 辆，需 2 日。现有工人 100 名、马车 10 辆、卡车 2 辆同时搬运，问运完这堆砂土需多少日？

分析 采用同一单位代表工作量，先求总工作量，次求每辆马车和卡车各相当于多少工人的劳动量，将马车、卡车

均归算为工人数，最后由总工作量和总工人数即得所求。

解 运完这堆砂土的总工作量是：

$$5 \times 200 = 1000 (\text{人} \cdot \text{日})$$

每辆马车相当于多少工人的劳动：

$$1000 \div (4 \times 25) = 10 (\text{人})$$

每辆卡车相当于多少工人的劳动：

$$1000 \div (2 \times 5) = 100 (\text{人})$$

工人、马车、卡车同时工作相当于多少工人工作：

$$100 + 10 \times 10 + 100 \times 2 = 400 (\text{人})$$

运完砂土需时间：

$$1000 \div 400 = 2.5 (\text{日})$$

综合式： $(5 \times 200) \div [100 + (5 \times 200)$

$$\div (4 \times 25) \times 10 + (5 \times 200) \div (2 \times 5) \times 2] = 2.5 (\text{日})$$

答：（略）

例 15 某项工程原定 100 个工人工作 82 日完成，工作 10 日后采用流水作业法，每人的平均工效提高 20%，工程继续进行 10 日后，又采用了先进工具，每人平均效率又提高 25%，问完成这项工程可提前多少天？

解 总工作量是 $100 \times 82 = 8200 (\text{人} \cdot \text{日})$

前 10 日完成工作量是： $100 \times 10 = 1000 (\text{人} \cdot \text{日})$

10 日后剩余工作量是： $8200 - 1000$

$$= 7200 (\text{人} \cdot \text{日})$$

每人效率是 120% 时，工作 10 日完成的工作量是：

$$100 \times 120\% \times 10 = 1200 (\text{人} \cdot \text{日})$$

工作第二个 10 日后剩余的工作量是：

$$7200 - 1200 = 6000(\text{人} \cdot \text{日})$$

工作第二个 10 日后每人的平均效率是：

$$120\% \times (100\% + 25\%) = 150\%$$

100 个工人平均以 150% 的工效工作一日完成的工作量是： $100 \times 150\% \times 1 = 150(\text{人} \cdot \text{日})$

100 个工人完成第二个 10 日后剩余的工作量需时间：

$$6000 \div 150 = 40(\text{日})$$

工程提前完成的日数是：

$$82 - 10 - 10 - 40 = 22(\text{日})$$

$$\begin{aligned} \text{综合式: } 82 - 10 - 10 - [100 \times 82 - 100 \times 10 - 100 \times 10 \\ \times (100\% + 20\%)] \div [100 \times (100\% + 20\%) \\ \times 125\%] = 22(\text{日}) \end{aligned}$$

答：（略）

例 16 ①某大队交售国家超产花生 126000 斤，已知 100 斤花生可榨油 32 斤，问这些花生可榨油多少斤？

②某公社平均每 275 人有 2 名赤脚医生，全公社 11550 人有多少赤脚医生？

分析：这类问题与归一问题结构类似，可是在整数范围内求不出单位值，但考虑到在①中 126000 与 100，②中 11550 和 275 均有倍数关系，故可用倍比法解之。

$$\text{解 } ① 32 \times (126000 \div 100) = 32 \times 1260 = 40320(\text{斤})$$

$$② 2 \times (11550 \div 275) = 2 \times 42 = 84(\text{名})$$

答：（略）

例 17 某大队大搞农田基本建设，16 人 6 天平整土地 192 亩，照这样计算，45 人要平整 630 亩土地，需多少天？

$$\text{解 } \text{每人每天平整土地是: } 192 \div 16 \div 6 = 2(\text{亩})$$

45 人每天平整土地： $2 \times 45 = 90$ (亩)

630 亩土地需多少天： $630 \div 90 = 7$ (天)

答：(略)

例 18 一项工程 7 人合作，11 日可完成，若想早 4 日完成，问须增加几人？

解 总工作量是： $7 \times 11 = 77$ (人·日)

要用 $11 - 4 = 7$ (日)完成总工作量需多少人：

$$77 \div 7 = 11 \text{ (人)}$$

需增几人： $11 - 7 = 4$ (人)

答：(略)

例 19 某印刷厂工人 8 名，每日工作 7 小时，24 日可印完一套书籍，现在少用工人 2 名，每日多工作 1 小时，问需几日可以印完？

解 总工作量： $24 \times 8 \times 7 = 1344$ (人·时)

6 名工人每日工作时数是： $6 \times 8 = 48$ (小时)

印完日数是： $1344 \div 48 = 28$ (日)

答：(略)

例 20 5 人工作 3 天挖成宽 1.8 米、长 120 米、深 1 米的水渠，7 人工作多少天可挖成宽 2.1 米、长 216 米、同样深的另一条水渠？

解 5 人工作 3 天挖土方： $1.8 \times 120 \times 1 = 216$ (米)³

每人工作一天挖土方： $216 \div 5 \div 3 = 14.4$ (米)³

7 人工作一天挖 $14.4 \times 7 = 100.8$ (米)³

7 人挖： $2.1 \times 216 \times 1 = 453.6$ (米)³ 需多少天：

$$453.6 \div 100.8 = 4.5 \text{ (天)}$$

答：(略)

例 21 拖拉机 5 台 24 天耕地 12000 亩，问 18 天内耕完 54000 亩土地，需增加拖拉机多少台？

解 一台拖拉机一天耕地： $12000 \div 24 \div 5 = 100$ (亩)

一台拖拉机 18 天耕地： $100 \times 18 = 1800$ (亩)

54000 亩地 18 天耕完需拖拉机：

$54000 \div 1800 = 30$ (台)

应增加拖拉机： $30 - 5 = 25$ (台)

答：(略)

例 22 某牧场养牛 32 头，养马 76 匹，30 天吃草 64080 斤。每匹马每天吃草 18 斤，问每头牛每天吃草多少斤？

解 综合式： $[64080 - (18 \times 76 \times 30)] \div 32 + 30$
 $= 24$ (斤)

答：(略)

例 23 小旺在假期读一本科技书，原计划每天早上读 17 页，中午读 15 页，用 25 天就能读完。实际上，他每天晚上又读 8 页，这样他提前几天读完？

解 科技书共有页数： $(17 + 15) \times 25 = 800$ (页)

若每晚再读 8 页，则需：

$(800 \div (17 + 15 + 8)) = 20$ (天)

提前天数： $25 - 20 = 5$ (天)

答：(略)

三 和差问题

已知两个数的和与差，求这两个数的问题，叫 **和差问题**。这类问题的解法要点是：

(和 + 差) ÷ 2 = 大数; (和 - 差) ÷ 2 = 小数。

通常说的流水问题就是和差问题。它的划速、水速、顺流速度、逆流速度四者的关系，实质上就是大数、小数、和数、差数的关系，只是术语不同。故有：

(顺流速度 + 逆流速度) ÷ 2 = 划速；

(顺流速度 - 逆流速度) ÷ 2 = 水速。

例 24 甲乙两校共有学生 432 人，为了照顾学生就近上学，经协商，由甲校转入乙校 16 人，这样甲校比乙校还多 24 人，问两校原有学生各多少人？

解 甲校原比乙校多多少学生： $16 \times 2 + 24 = 56$ (人)

甲校原有学生数： $(432 + 56) \div 2 = 244$ (人)

乙校原有学生数： $(432 - 56) \div 2 = 188$ (人)

答：(略)

例 25 一套参考书分上、中、下三册，上册比中册贵 0.3 元，中册比下册贵 0.6 元，已知四套参考书共值人民币 30 元，求上、中、下三册书的价格各是多少？

解 因四套参考书共值 30 元，故一套参考书的价格即上、中、下三册价格的和是： $30 \div 4 = 7.5$ (元)

若将中册、下册都换成上册时，则三本上册书的价格是：

$$7.5 + 0.3 + 0.3 + 0.6 = 8.7 \text{ (元)}$$

上册价格是： $8.7 \div 3 = 2.9$ (元)

中册价格是： $2.9 - 0.3 = 2.6$ (元)

下册价格是： $2.6 - 0.6 = 2$ (元)

答：(略)