

俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国教育部批准

苏联师范学院用

实变及复变函数論
教 学 大 綱

苏俄教育部教科書出版社

(1954)

高等教育出版社

1956

苏联师范学院用
实变及复变函数论教学

И. С. 諾維可夫, Б. Л. 岡恰罗

郝鈞新譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可証出字第〇

京華印書局印刷 新華書店總

開本 787×1092 1/32 印張 3/16 字

一九五六年六月北京第一版

一九五六年六月北京第一次印刷

印數 1-6,000 定價 (5) 50.00

統一書號 7010·45

实变及复变函数論

教 学 大 綱

甲、实变函数論

I. 集合的一般理論

1. 集合及集合的运算。集合的等价。基数。
2. 关于濃度的比較的定理。濃度的不等式。任意高度的濃度的存在。濃度的加法及乘法。
3. 可数集合的基本性質与例子。

II. 点集論

1. 实数集及其基本性質。实数在各种記数制度中的表示法。
2. 直綫的連續性公理及实数与直綫的点間的对应。
3. 連續統的不可数性。超越数存在的証明。
4. n 維欧几里得空間及其濃度。
5. 在欧几里得空間中的点的鄰域。極限点。伯尔查諾—外尔施特拉斯定理。
6. 閉集与开集。完备集。关于閉集及开集的和与交的定理。
7. 坎托尔集合及其性質。直綫上开集与閉集的構造。
8. 关于开区間复盖閉集的定理。

III. 函数

1. 函数的一般概念。在一集合上与在一点处的上确界与下确界。函数的振幅。連續性及不連續性。不連續点集的構造。
2. 單調函数。單調函数的不連續点。有界变差函数。
3. 連續曲綫的概念。皮亞諾曲綫。若当曲綫。可求長曲綫。

IV. 測度与積分

1. 内外面積与内外体積。可求面積与可求体積的区域。測度及可測条件(若当)。
2. 上積分与下積分。达布定理。黎曼積分。利用測度來叙述的可積分条件。用積分表示測度。

乙、复变函数論

I. 复变初等函数

复数及其性質。

复变有理函数。分解成初等分式。

函数的实部与虚部的分离;函数的模与幅角的計算。

复数域中的極限与級数。幂級数;它的收敛性。指数函数。三角函数。欧拉公式。双曲綫函数;它与三角函数的关系。

作为指数函数的反函数的对数函数。任意幂。反三角函数。

II. 复数域中的導数与積分

連續性。关于導数的概念。初等函数的微分法。欧拉—达蘭貝尔条件。原函数的概念。

作为積分和的極限的積分。積分的实部及虛部。積分的估值。

柯西定理：積分与積分路徑的無关性。用積分形式表示原函数。

用積分來定义对数函数。

III. 柯西積分·台劳級数

柯西公式。用柯西積分所表示的函数的無限次可微分性。这种函数的幂級数(台劳級数)可展性。

用柯西積分証明代数基本定理。

IV. 解析函数的概念

解析函数諸定义的比較：1)柯西，2)黎曼，3)外尔施特拉斯，4)伯恩施坦；它們的等效性。关于均匀收斂的解析函数序列的外尔施特拉斯定理。

按变数的正幂及負幂展开的幂級数。零点；極点；它們的重要特性。梭赫茨基定理。关于展成幂級数的唯一性定理。关于解析延拓的概念。黎曼曲面。

V. 解析函数的几何意义

平面区域的保角映像。導数的模与幅角的几何意义。保角映像的例子。茹可夫斯基函数。常模曲线与常幅角曲线。

复变函数論对研究物理现象的应用。与流体力学的关系。

教法附註

在討論复变函数时,最好在开始时就要求其实部和虚部都具有有一級連續偏導数。这样,关于一些基本定理的敘述及証明都将簡化。

教科書与教学参考書

实变函数論

魯金: 实变函数論(何旭初等譯)。

Лузин Н. Н. Теория функций действительного переменного, 1948.

亞歷山大罗夫: 集与函数的汎論初階(楊永芳譯)。

Александров П. С. Введение в общую теорию множеств и функций, 1948.

斯米尔諾夫: 高等数学教程 卷二,第三章,§ 4 (孙念增譯)。

Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. II, гл. III, § 4, 1953.

那湯松: 实变函数論(徐瑞云譯)。

Натансон И. Т. Теория функций Вещественного переменного, 1950.

弗罗洛夫: 实变函数論(越民义,叶彦謙譯)。

Фролов Н. А. Теория функций действительного переменного, 1953.

复变函数論

馬尔庫歇維奇: 解析函数論, 第一章—第三章。

Маркушевич А. И. Теория аналитических функций, гл. I—III, 1950.

斯米尔諾夫: 高等数学教程, 卷三, 第四章—第六章(叶彦謙譯)。

Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. III, гл. IV—VI.

普里瓦洛夫: 复变函数引論(北大数学力学系分析教研組譯)。

Привалов И. П. Введение в теорию функций комплексного переменного,

1948.

著者: П.С. 諾維可夫及 В.Л. 岡恰罗夫

譯者: 北京师范大学数学系郝鈞新