

数学思想史导论

袁小明 著

INTRODUCTION
TO THE HISTORY
OF
MATHEMATICAL
THOUGHT

广西教育出版社



责 任 编 辑

黄 力 平

封 面 设 计

苏 鸣 生

ISBN 7-5435-1220-3/G · 959

定价：14元

数学思想史导论

袁小明 著

广西教育出版社

数学思想史导论

袁小明 著



广西教育出版社出版

(南宁市七一路7号)

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

•

开本 850×1168 1/32 18 印张 插页 2 420 千字

1991年3月第1版 1991年3月第1次印刷

(精装) 印数: 1—2,000 册

ISBN 7-5435-1220-3/G·959 定价: 14 元

序 言

任何一门科学都有它自己的产生和发展的历史。象数学那样古老而有着巨大发展潜力的科学，其历史的足迹也就更漫长更艰辛。

数学的史前史可以追溯到近万年前。人类从对自然界数量关系和空间形式的模糊认识，到形成数的概念、记数符号、计算方法以及图形的知识，是一个十分了不起的成就，其间不知道要经过多少代人的努力，经过多少思想的积累。

后来，东西方相继出现了数学的理论。在希腊，由于哲学和逻辑的影响，演绎体系成了数学的主要理论形式。希腊数学发展的黄金时期长达600年，不少思想对数学后来的发展具有十分重要的影响。比如，演绎推理的思想、尺规作图的思想、无穷小分析的思想等等，至今仍在众多的数学分支中起着积极作用。与希腊的数学理论相对应，中国古典数学在密切联系实际的基础上，发展出了一个以构造性、计算性、程序化与机械化为其特点，以从问题出发进而解决问题为主要目标的独特体系，其中的许许多多算法，无疑都是各种数学思想的反映和结晶。

十七世纪，变量数学问世，数学进入了一个新的发展阶段。现实世界是变化发展的，变量数学在更大程度上适应了实际的需要，因此也就必然地受到工业革命以及随之而来的生产

大发展的推进。微分方程、微分几何、变分法、无穷级数理论都是继解析几何和微积分之后，受到十八世纪欧洲工业革命和社会革命的促进而产生的。它们组成了一个庞大的数学分支集团——分析学。数学的分析化，这在数学思想和数学方法上都可以算得上是一次大革命。

数学思想和方法的更深入的革命还在十九世纪。那时，代数学受到了伽罗华思想的全新的刺激之后，内容和形式得到了更新，最终完成了从古典代数扩向近世代数的历史性转变。随着非欧几何与射影几何的产生，几何学不仅增添了新的分支，更引起了关于几何甚至数学本质的观念上的变化。分析学在继续发展，一方面是复变函数的引进，以及常微分方程和偏微分方程的发展，使其领域再次扩大；另一方面则是分析的严密化，其结果不仅促使实数理论和集合论的问世，而且引出以公理化运动为主要内容的数学基础的一系列事件。十九世纪的数学思想的影响一直持续到二十世纪。

本书阐述的就是从史前时代到十九世纪的数学思想史的大概轮廓和基本内容，侧重于数学思想的几个主要方面：概念的形成和演变；重要思想方法的确立和发展；重大理论的奠定及影响；不同时期对数学的不同看法，以及由此而产生的对数学的影响，等等。对数学革命，本书予以较大的关注，因为这种革命乃是数学思想新旧交替的集中体现，其意义特别深远。

二十世纪的数学思想无疑是数学思想史上的重要内容，然而本书没有予以充分的触及和展开。这主要是因为作者尚无力对本世纪数学思想的本质及其特征作出全面而正确的判断。研究二十世纪数学思想史，不仅需要精湛广博的数学知识，而且要有包括现代哲学、现代自然科学和社会科学在内的多方面的扎实的功力，这些，作者自感到力不从心。既然有不少的话目前还说不清楚，那就不妨先搁一搁，待能说清楚的时候再说吧！

中国古典数学思想是数学思想史中的珍品，它的伟大是由它自身的价值来体现的。因此，本书对中国古典数学思想也象对历史上其它的数学思想一样，尽力揭示其“原先的质朴之美”。反映“当时数学的真与善”，努力不使想象代替事实。以今天的感情代替历史上的成就，会有损其自然本色。

本书的写作历经整三年，其间所遇到的困难和艰辛已不是三言二语所能说清楚的了。书中的许多章节数易其稿，全书的草稿用纸是誊清后用纸的三倍。即使这样，每当再次阅读时又会感到有新的不足之处。此刻，我才感到，我所能做的仅仅是开个头，在前人研究的基础上说说一家之言，书名《数学思想史导论》也就是这个意思。由于各方面水平所限，书中的错误与缺点在所难免，希望读者不吝赐教。

中国的数学史界是一个奋发向上，不断进取的集体。20年来，我曾得到这个集体多方面的教导和帮助，其中有我的前辈数学史家严敦杰先生、白尚恕先生、沈康身先生、梁宗巨先生、李迪先生、杜石然先生、张莫宙先生、梅荣照先生，同仁好友胡作玄先生、李继闵先生、何绍庚先生、郭书春先生、袁向东先生、李文林先生、罗见今先生、王渝生先生、李兆华先生、刘纯先生等。借此机会，谨向他们表示诚挚的谢意和良好的祝愿。我还要感谢广西教育出版社的黄力平同志，在全书的撰写过程中他自始至终给我鼓舞和支持，这种精神上的鼓舞和支持是宝贵且有效的。书即将出版了，如果它能给读者有所得益的话，那也就是我的最大安慰。

袁小明

一九九〇年九月五日于上海师范大学

目 录

序言

第一编 萌芽中的数学思想

第一章 数的起源——概念、语言和符号.....	(5)
第一节 早期毕达哥拉斯学派的数本原学说.....	(5)
第二节 数的概念的形成.....	(7)
一、数觉(8) 二、计数(9) 三、变革(12)	
第三节 数的语言、符号的产生和演变.....	(14)
一、数的语言(14)	
二、数的符号——数字(16)	
第二章 算法考察——历史及影响	(21)
第一节 算法历史的语言和算器的考察.....	(21)
第二节 算法历史的笔算考察.....	(23)
一、巴比伦和埃及数制(24) 二、罗马数制(26)	
三、中国甲骨文数制(27) 四、希腊序数制(28)	
第三章 原始数论——关系的探究	(31)
第一节 神数术.....	(31)
第二节 原始数论.....	(33)
第四章 数的扩展——自然数的变种和负效应	(40)
第一节 分数.....	(40)

第二节 无理数	(47)
第五章 图形的思想	(49)
第一节 图形的起源——崇拜和摹写	(49)
第二节 图形的演变——几何化	(52)
第三节 图形的度量——尼罗河的赠礼	(55)
第四节 几何证明的诞生	(59)

第二编 古代希腊的数学思想

第六章 古典数学演绎体系的产生	(67)
第一节 古代希腊的社会和文化	(67)
第二节 泰勒斯和毕达哥拉斯	(70)
第三节 演绎体系的设计——柏拉图和亚里士多德	(71)
一、柏拉图(71) 二、亚里士多德(75)	
第四节 演绎体系的建立——欧几里得	(78)
第七章 几何作图和无穷小分析	(83)
第一节 几何作图	(83)
一、几何作图的兴起(83) 二、三大作图问题 和尺规作图(86)	
第二节 无穷小分析	(89)
一、原子论和无穷小量(90) 二、原子论的 疑难(91) 三、比例论和穷竭法(92)	
第八章 亚历山大里亚时期希腊的数学思想——哲学的数 学向科学的数学的转变	(96)
第一节 亚历山大里亚时期希腊的社会和文化	(96)
第二节 数学概况	(98)
一、阿基米德——力学分析和无穷小原理(99)	
二、阿波罗尼斯——圆锥曲线理论(102)	

	三、希帕恰斯、梅内劳斯和托勒密——三角学的发明(103)
	四、海伦、尼寇马克、丢番图——不依附于几何的算术与代数(104)
第三节	科学的数学化…………… (106)
	一、数理天文学(107) 二、占星术(108)
	三、数学地理学(109) 四、力学和光学(112)
第四节	总结——亚历山大里亚时期希腊数学的特征… (113)

第三编 古代东方的数学思想

第九章	中国古代的数学思想…………… (120)
第一节	筹算形式下的数形理论…………… (120)
	一、筹算形式下的数的理论(121) 二、筹算形式下的形的理论(123)
第二节	理论体系——《九章算术》论析…………… (127)
	一、《九章算术》的内容(127) 二、《九章算术》的体系(129) 三、《九章算术》中的思想方法(130)
第三节	中国古代数学的思维特征…………… (140)
	一、概念及其定义(141)
	二、算法形成(148)
	三、推理和证明(158)
第十章	印度和阿拉伯的数学思想…………… (168)
第一节	古代印度的社会和文化…………… (168)
第二节	古代印度的数学思想…………… (171)
	一、宗教的影响(171) 二、代数化倾向(174)
第三节	阿拉伯文化的特征…………… (178)
第四节	阿拉伯数学的特征…………… (182)

第四编 中世纪和文艺复兴时期欧洲的数学思想

第十一章 中世纪欧洲的数学思想	(190)
第一节 中世纪欧洲的学术概况	(190)
第二节 科学精神和数学方法的复活	(193)
一、科学精神的复活(194)	
二、数学方法的强调(195)	
第三节 准数学分析	(197)
一、关于连续和无限的哲学思辨(198)	
二、关于运动和变化的定量考察(200)	
第十二章 文艺复兴前后欧洲的数学思想	(203)
第一节 柏拉图主义的复活	(203)
第二节 科学和技术的数学化倾向	(207)
第三节 科学方法的定向——实验方法和数学方法 ..	(212)

第五编 十七、十八世纪的数学思想

第十三章 十七、十八世纪欧洲科学的背景	(220)
第一节 十七世纪	(220)
一、社会经济背景(220)	
二、文化土壤——新教主义(223)	
第二节 十八世纪	(227)
第十四章 解析几何——数学新方法的出现	(231)
第一节 解析几何产生前的数学状况	(231)
一、数学观的变化(231)	
二、各门数学的状况(234)	
第二节 费尔玛的解析几何——数学方法的统一性 ..	(235)

第三节	笛卡儿的解析几何——科学方法论的产物…	(240)
一、	笛卡儿及其科学方法论	(241)
二、	笛卡儿解析几何的内容	(244)
第十五章	微积分学说	(248)
第一节	牛顿和莱布尼兹之前	(248)
一、	极限、不可分量和无穷小方法	(250)
二、	切线的构造	(273)
第二节	牛顿和莱布尼兹的微积分学说	(282)
一、	牛顿的微积分学说	(283)
二、	莱布尼兹的微积分学说	(297)
第十六章	分析学的形成	(313)
第一节	微积分学说的完善和充实	(314)
一、	贝克莱的挑战	(314)
二、	微积分的形式化	(317)
三、	严密微积分的尝试	(319)
第二节	多元微积分和无穷级数	(322)
一、	多元微积分	(322)
二、	无穷级数	(322)
第三节	微分方程	(325)
一、	物理学的挑战	(325)
二、	方法和理论	(329)
第四节	变分法	(333)
第五节	微分几何	(337)
一、	曲线理论	(337)
二、	曲面理论	(340)
第十七章	概率论、方程论和数论	(343)
第一节	概率论	(343)
第二节	方程论	(347)
第三节	数论	354)

第六编 十九世纪的数学思想

第十八章 十九世纪数学思想形成和发展的背景…………… (375)

第一节 两个革命的影响…………… (375)

第二节 科学和哲学…………… (382)

第十九章 几何学的革命…………… (391)

第一节 几何学的非欧几里得化…………… (392)

一、关于第五公设的思索(392) 二、非欧几何的创建(397)

第二节 几何学观念的扩展…………… (401)

一、曲面的内蕴几何(401) 二、黎曼几何(404)
三、非欧几何的相容性(408)

第三节 射影几何…………… (413)

一、先驱性工作(413) 二、彭色列(414) 三、施泰纳(417) 四、施陶特和普吕克等(420)
五、克莱因——几何学的统一和分类(425) 六、几何学的基础(429)

第二十章 代数学观念的变革…………… (436)

第一节 群的理论…………… (437)

一、代数方程的可解性(437) 二、置换群理论(441) 三、抽象群概念的形成(444) 四、域和环(447)

第二节 数以及代数的新概念…………… (451)

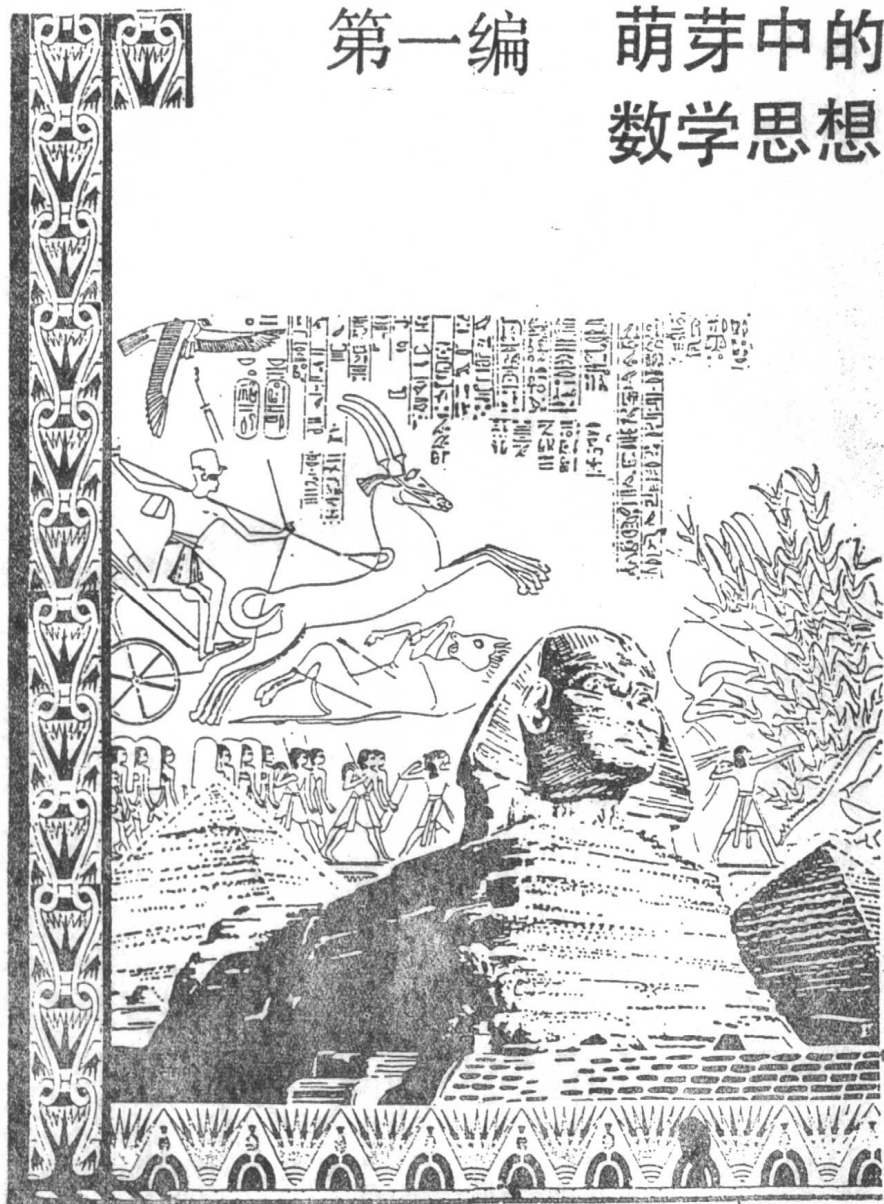
一、对代数结构存在性的认识(452)
二、超复数(454)

第二十一章 分析学的变化…………… (463)

第一节 复变函数的创立…………… (463)

	一、关于复变量函数的认识(463)	二、柯西的基础性研究(467)	三、外尔斯托拉斯和黎曼的新思想(473)
第二节	分析学的严密化	(478)	
	一、关于函数及其性质的审视(479)	二、柯西的分析严密化设计——极限及其它(486)	
	三、黎曼积分和外尔斯托拉斯的极限定义	(492)	
第二十二章	实数理论和集合论	(499)	
第一节	实数理论	(500)	
	一、康托尔之前(500)	二、康托尔的实数理论(501)	
	三、戴得金的实数理论(504)		
第二节	集合论	(508)	
	一、背景——围绕傅立叶级数的工作(508)		
	二、可数性概念(513)	三、超穷数理论(517)	
	四、关于集合论的争论(523)		
人名索引		(528)	
名词索引		(534)	

第一编 萌芽中的 数学思想



要确切地列出各门科学产生的时间表是困难的，数学也一样。我们只能大致说，数学作为一门独立而有系统的理论学科的产生，是在公元前3、4世纪。当然，数学的萌芽的出现那要比这年代早得多。不过，由于对什么是数学的萌芽的看法不一致，所以对数学萌芽出现的年代就很难有一个一致的说法。

如果把数学的萌芽视为构成数学的最直接最基本的研究对象及其初步的关系，诸如明确的数的概念及其语言、符号，简单的几何图形及其关系，那么，数学的萌芽比起人类的整个历史进程，比起天文、农业、技术、艺术、医术等的萌芽来，却是较晚才出现的。这样的数学萌芽的出现，不会早于新石器时代晚期，距今大约6、7千年以前。

作为一种思想，进而形成的一种知识，其本质是概括。钻木可以取火，这是用概括方法从许多个别经验中得出的知识；这一知识意味着用这样的方法摩擦木头一定会产生火，从而取得火种。因此，发现的艺术就是正确概括的艺术。在这过程中，知识得到了提炼，舍去了与形成这些知识无关的成份，保留其有关的成份——为求概括有效而必须提取的内容。

尽管原始的数学知识——数学的萌芽也象钻木取火知识一样，服从知识起源的概括原则，但它们却不象钻木取火那样容易体察、容易概括、容易认识。物体集合中蕴含着数量特征以及几何形体呈现出有别于构成它们的内容的形式，不是仅靠