



高等数学课程过关强化 **试卷**

高等数学(下)单元跟踪测试及期末冲刺 ★ 级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学教学研究组 / 组编

 刘 严 / 编著

真正的一线教师力作

针对性强 信息超值

考点覆盖率 100%

考试成功率 100%

保你轻松过关得高分

ISBN 7-5611-2279-9



9 787561 122792 >

ISBN 7-5611-2279-9 定价: 27.00元 (本册9.00元)

 大连理工大学出版社

责任编辑/刘 杰 刘新彦 封面设计/王福刚

高等数学课程过关强化试卷系列

高等数学(上)(理工类·重点院校)

高等数学(下)(理工类·重点院校)

高等数学(上)(理工类·普通院校)

高等数学(下)(理工类·普通院校)

线性代数(理工类·本科)

概率论与数理统计(理工类·本科)

微积分(上)(经管类)

微积分(下)(经管类)

高等数学(上)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学(下)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

线性代数单元跟踪测试及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等学校数学学习辅导教材

高等数学课程过关强化试卷

© 大连理工大学出版社 2003

高等数学(下) 单元跟踪测试

及期末冲刺★级试题

(理工技术类院校·高职高专)

高等数学教学研究组 组编

刘 严 编著

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(下)单元跟踪测试及期末冲刺★级试题(理工技术类院校·高职高专)/刘严编著. —大连:大连理工大学出版社, 2003. 4
(高等数学课程过关强化试卷)

ISBN 7-5611-2279-9

I. 高… II. 刘… III. 高等数学(下)—高等学校:技术院校—习题
IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018381 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961

E-mail:dltp@mail.dlpt.ln.cn URL: http://www.dltp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:7.25 字数:157千字

印数:1~8000

2003年4月第1版 2003年4月第1次印刷

责任编辑:刘 杰 刘新彦 责任校对:梁 勃
封面设计:王福刚

定 价:27.00元(本册9.00元)

大连理工大学出版社

如何正确认识和准备大学考试

和大学一年级同学沟通

这里,我想和大家,尤其是和大学生朋友们,简要谈谈我对考试的理解和认识,和大家共同研讨一下考试的功能,并藉此寻求我们对待考试所应采取的积极态度和科学方法。

一、考试的功能

一门课程结业后,为什么总要进行考试呢?这是由考试的功能决定的。

首先,考试具有评价功能。考试不仅可以检验学生的学习情况,而且能在一定程度上反映教师的教学情况。通过考试,人们可以了解哪些学生学得好,哪些教师教得好,从而对他们做出相对客观的评价。而对学生做出客观评价,是学校必须履行的一项职责。

其次,考试具有诊断功能。通过考试,学生可以发现自己学习中的不足之处,教师可以发现教学中的薄弱环节,从而有的放矢地改进教学工作;教育、教学主管部门也可以通过考试所反映出来的问题,对教学工作进行适时调控,有效履行管理责任。

除此以外,考试还具有导向功能,即通过考试,来引导和规范教学行为。事实上,在绝大多数情况下,是考试的性质和命题的范围而不是客观需要的程度,决定着教师的教学内容和学生的学习态度……

二、考试的意义及类型

正是由于考试具有评价、诊断和导向等多种功能,从而使其成为检查和提高教学质量的双重手段。考试不仅对于学校是必须的,对学生同样也是必须的。如果没有考试,恐怕多数学生无法做到及时、系

统地复习,甚至一些意志力薄弱或学习基础较差的同学还会放松对自己的要求,这无疑会大大影响同学们的学习质量。对于基础较好的同学也同样如此。如果没有考试,就难以及时发现自己学习中的不足以及与他人差距,长此以往,将难以保持学习的兴趣和优势。对于心理尚未完全成熟的大学生,某种程度上讲,考试才是学习的原动力。考试不是我们的敌人,而是与我们携手走向成功的朋友!同学们不应该厌恶和惧怕考试,而应该以积极的态度去面对它。

考试大体上可以分为常模参照考试(如升学考试)及标准参照考试(如期末考试)两大类。前者由于对升学、就业等有直接影响,容易受到同学们的重视;相对而言,对于学科期末考试等,多数人则往往重视不够。而对大学生来讲,这一做法是极其错误的——因为大学教学普遍采取的是单科结业的教学模式,一门课程没有考好(虽然可能你学得很好),就很难再有证明你能力的机会了(即便有,也改变不了你这门课程的成绩)。而目前用人单位在选择毕业生时,又非常重视学生的学习成绩。因此,毕业生每门课程的考试成绩,都可能直接影响其在就业市场上的竞争力——这一点是许多学生在校期间没有意识到而毕业时追悔莫及的!

三、备考的方法

认真对待考试,就要做到平时认真学习,考前科学复习。大学的课程设置一般是按照所学专业将来从事职业所必须具备的知识、能力结构而建构的一个体系,同学们不能凭个人的兴趣去做取舍。严肃对待每门课程考试,认真学习,积极复习,最大限度地掌握所学知识,不仅是取得优异成绩的前提,更是建立合理的知识、能力结构的需要。

那么,做好哪些工作,才能在考试中立于不败之地呢?有效利用一切可以利用的时间,努力使所学知识融会贯通,这自不必说,但仅仅做到这一点是不够的,更何况这一点也不是每个人都能轻易做到的!现实当中,我们经常发现,平时学习水平接近的几个人,考试成绩往往有很大差异。有些人平时并不怎么用力,而考试却能取得优异的成绩。上述情况发生的原因可能很多,但其中不可忽视的一点,便是备考的学问!有备而来和仓促上阵,效果当然不会一样。那么,该如何

和大学一年级同学沟通

备考呢?

准确地讲,备考应贯穿于学习全过程。首先,在日常学习过程中,应认真听讲,并做好学习笔记。要记录老师反复强调的重点知识,力争做到及时消化理解。备考时,要下力气弄懂这些内容,对个别掌握不好的重点内容,要多做相关的典型题目,哪怕是模仿、记忆也好,绝不能轻言放弃。实际上,当演练达到一定程度时,往往会产生顿悟!

和大学一年级同学沟通

第二,要做好阶段复习。一门课程的知识,一般都是渐进展开的,如果不及及时复习,对所学知识理解不深、不透,往往会影响后面的学习。仅靠考前集中复习,恐怕很难取得优异成绩。这里,我们编写了4套单元测试题目,供同学们阶段复习使用。

第三,考前要做一定数量的典型题目。同一知识点,可能有多种考核方式。如果考前能多接触一些典型题目,不仅可以拓宽知识面,提高熟练程度和解题速度,同时也能及时发现自己的薄弱环节,有针对性地进行复习。特别值得一提的是,大学考试的题型不像中学那么固定,学生因对题型不熟悉而吃亏的现象时有发生。如果考前接触一定数量的典型题目,就可最大程度地避免类似情况的发生,从而较好地发挥自己的水平。

这里,我们为同学编写了3个等级共6套期末试卷,其中☆☆☆级试卷为教学基本要求,☆☆☆☆级试卷考试内容难度上比☆☆☆☆级试卷有所增加,☆☆☆☆级试卷与前两个级别相比,不仅考核内容有所增加,大部分试题的难度也略有提高。考核内容分配为:向量代数与空间解析几何部分约占15%,多元函数微分学部分约占40%,重积分部分约占30%,无穷级数部分约占15%。

在本书编写过程中,我们研究并借鉴了省内外多家高职院校近年来的《高等数学》(下)试卷(每套试卷中都有选自不同学校的期末考试题目)。同学们在备考时,应从易到难,循序渐进地完成所有试卷,不要存在轻视或惧怕心理,因为☆☆☆☆级试卷中,也有较难的题目,而☆☆☆☆级试卷中,也有基础性题目。我们是用6套试卷来覆盖《高等数学》(下)典型题目和常用考题类型的,如果同学们只完成其中的部分内容,难免会丢掉有价值的东西。如果大家都能够合理安排复习时间,及早复习,每天完成一套题目,应该是不困难的。如

果你很好地完成了所有单元测试题和☆☆级试题,就一定能够从容地面对《高等数学》(下)的各类考试,因为到那时,无论是题型还是题目,对你来说都不会感到新鲜和陌生。

本书愿意做同学们学习和考试的朋友,帮助同学们学好《高等数学》并顺利通过相关考试。同时,我们也希望本书能够成为广大教师的助手,为您的教学工作特别是各类考试命题工作,起到一些参考或借鉴作用。

本书试题由刘严编写,李颖,崔国生主审,钱明辉和王娜同志演算了所有题目。由于编者水平有限,书中一定存在许多不足乃至错误之处,诚望广大读者批评指正。

编者

2003年3月

和大学一年级同学沟通

向量代数与空间解析几何单元测试题

(满分 100 分, 时间 110~120 分钟)

一、判断正误(每小题 3 分, 共 15 分)(在你认为正确的题目后面的括号内打√, 在你认为错误的题目后面的括号内打×)

1. 两个非零向量 a 与 b 的向量积是 $|a||b|\sin\langle a, b \rangle$ 。 ()
2. 设向量 a 的方向角依次为 α, β, γ , 则 $a^\circ = \cos\alpha i + \cos\beta j + \cos\gamma k$ 。 ()
3. 方程 $Ax + By + C = 0$ 在几何上代表的是一条直线。 ()
4. 方程 $x^2 - 4(y - 1)^2 = 0$ 在空间直角坐标系中表示双曲柱面。 ()
5. 空间直线 $\frac{x}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3}$ 过原点且垂直于 x 轴。 ()

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1. 非零向量 a 与 b 夹角为 θ , 则 $\cos\theta =$ _____。
2. 若 n 为平面 π 的法向量, s 为直线 L 的方向向量, 且 $n \parallel s$, 则 π _____ L 。
3. 若原点到平面 $2x - y + kz = 6$ 的距离等于 2, 则 $k =$ _____。
4. 由 yOz 坐标面上的椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 绕 z 轴旋转一周而生成的旋转椭球面方程为 _____。

5. 直线 $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ 的参数方程为 _____。

6. 与 yOz 面平行的平面方程为 _____。

三、单项选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $a = i + 3j - 2k, b = 2i + 6j + mk$, 且 $a \parallel b$, 则 $m =$ ()。
A. 2 B. -2 C. 4 D. -4
2. 可作一条有向直线的方向角的是 ()。
A. $45^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ B. $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$
C. $0^\circ, 30^\circ, 150^\circ$ D. $30^\circ, 60^\circ, 60^\circ$
3. 两平面 $\pi_1: 2x + 3y + 4z + 4 = 0$ 与 $\pi_2: 2x - 3y + 4z - 4 = 0$ 的位置关系为 ()。
A. 平行 B. 垂直 C. 重合 D. 相交但不垂直, 不重合

4. 两直线 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2}, L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{8} = \frac{z+1}{3}$ 相互垂直, 则 $m =$ ()。
A. 7 B. -1 C. -7 D. 14

5. 在空间直角坐标系中, 方程 $z = x^2 + y^2$ 的图形是 ()。

- A. 球面 B. 柱面 C. 圆 D. 抛物面

四、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

1. 若 $|a| = 3, |b| = 4$, 且 a 垂直于 b , 求 $|(a+b) \times (a-b)|$ 。

2. 求过点 $M_0(2, 0, -1)$ 且与向量 $a = \{2, 1, -1\}$ 和 $b = \{3, 0, 4\}$ 平行的平面方程。

3. 求直线 $L: \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$ 与平面 $\pi: x + 2y + 2z = 0$ 的交点。

五、(10 分)
利用两向量向量积的定义计算以 $P_1(1, 2, 3), P_2(2, 4, 1), P_3(1, -3, 5)$ 为顶点的三角形的面积。

六、(10 分)

直线 $L: \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 的系数分别满足什么条件时, L

- (1) 与 x 轴平行
- (2) 与 y 轴相交
- (3) 与 z 轴重合
- (4) 经过原点

4. 求与 $A(2, 1, 0)$ 和 $B(1, -3, 6)$ 等距离的点的轨迹方程。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

多元函数微分学单元测试题

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、判断正误(每小题 3 分, 共 15 分)(在你认为正确的题目后面的括号内打 $\checkmark$; 在你认为错误的题目后面的括号内打 $\times$)

1. 如果二元函数 $f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$ 点有极限, 则必然有 $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = f(x_0, y_0)$ 。
()
2. $f'_x(x_0, y_0) = f'_x(x, y) \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = f'_x(x, y_0) \Big|_{x=x_0}$ 成立。
()
3. 如果函数 $f(x, y)$ 在点 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$ 分别取得极大值和极小值, 那么必有 $f(x_1, y_1) \geq f(x_2, y_2)$ 。
()
4. 若二元函数 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处可微, 则 $f'_x(x, y)$ 与 $f'_y(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处一定连续。
()
5. 曲面 $e^z - z + xy = 1$ 在点 $(2, 0, 0)$ 处的切平面方程是 $y = 0$ 。
()

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1. 二元函数 $f(x, y) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$ 的定义域为 _____。
2. 设 $f(x, y) = \frac{xy}{x-y}$, 则 $f\left(\frac{1}{y}, \frac{1}{x}\right) =$ _____。
3. 设 $z = \sin \frac{x}{y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____。
4. 函数 $f(x, y) = 2(x-y) + x^2 - y^2$ 的驻点为 _____。
5. 函数 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的几何意义是 _____。
6. 设 $z = \frac{y}{x}$, 则 $dz|_{(2,1)} =$ _____。

三、单项选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 函数 $z = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$ 的定义域是 ()。
A. $\{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$ B. $\{(x, y) | x^2 + y^2 > 1\}$
C. $\{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < 1\}$ D. $\{(x, y) | x^2 + y^2 \geq 1\}$
2. 设 $z = \cos x^2 y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()。
A. $\sin x^2 y$ B. $x^2 \sin x^2 y$ C. $-\sin x^2 y$ D. $-x^2 \sin x^2 y$

3. 设 $z = e^x \sin y$, 则 $dz =$ ()。
A. $e^x(\sin y dx + \cos y dy)$ B. $e^x \cos y dx dy$
C. $e^x \sin y dy$ D. $e^x \cos y dy$

4. 若三个正数之和为 8, 且其乘积为最大, 则这三个数为 ()。
A. $(2, 3, 3)$ B. $(5, 2, 1)$ C. $\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)$ D. $(4, 2, 2)$

5. 设 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处自变量有增量 $\Delta x, \Delta y$, 函数的全增量为 Δz , 若函数在该点可微, 则在点 (x_0, y_0) 处 ()。
A. $\Delta z = dz$
B. $\Delta z = f'_x(x_0, y_0) \Delta x + f'_y(x_0, y_0) \Delta y$
C. $\Delta z = f'_x(x_0, y_0) \Delta x + f'_y(x_0, y_0) \Delta y$
D. $\Delta z = dz + o(\rho)$, 其中 $\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ 。

四、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

1. 设 $z = (2x + y)^{(2x+y)}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 与 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
2. 设 $\ln z = y^2 \ln x$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 与 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

3. 求 $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$ 的极值与极值点。

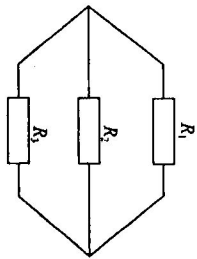
五、(10 分)

求曲面 $z = \ln(4 + x^2 + y^2)$ 在点 $(1, 1, \ln 6)$ 处的切平面和法线方程。

4. 设 $z = \arcsin xy$, 而 $y = e^x$, 求全导数 $\frac{dz}{dx}$ 。

六、(10 分)

有一个并联电阻如图, 设总电阻为 R , 则有下列公式
 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$, 如果 $R_1 > R_2 > R_3 > 0$, 问改变哪一个电阻, 对总电阻 R 影响最大?



(六题图)

多元函数积分学单元测试题

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 若 $f(x, y)$ 为闭区域 D 上的 _____, 则 $f(x, y)$ 在区域 D 上的二重积分必定存在。
2. 若空间几何体是以 $z = f(x, y)$ 为曲顶, 以区域 D 为底的曲顶柱体, 则其体积 $V =$ _____。

3. 将二重积分 $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx$ 化为极坐标系下的累次积分为 _____。

4. $\iint_D 4dxdy =$ _____, 其中 D 是圆域 $x^2 + y^2 \leq r^2$ 。

5. 已知 $\int_0^x f(y) dy = \frac{x}{1+x^2}$, 则 $\int_{-1}^1 dx \int_0^x f(y) dy =$ _____。

二、单项选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 当积分区域 D 为 () 时, 二重积分 $\iint_D d\sigma = 1$ 。

A. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

B. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}\}$

C. $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$

D. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$

2. 设区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$, 则在极坐标系下, 二重积分

$\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$ 可表示为 ()。

A. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^1 e^r dr$

B. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^1 e^r r dr$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 e^r r dr$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 e^r dr$

3. 设 $I = \iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dxdy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则必有 ()。

A. $I = 0$

B. $I > 0$

C. $I < 0$

D. $I \neq 0$ 但符号不能确定

4. 设 D 是圆环域 $\frac{1}{2} \leq x^2 + y^2 \leq 1$, 若 $I_1 = \iint_D \ln(x^2 + y^2) dxdy, I_2 = \iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dxdy$,

$I_3 = \iint_D (x^2 + y^2) dxdy$, 则 I_1, I_2, I_3 之间的大小顺序为 ()。

A. $I_1 < I_3 < I_2$

B. $I_2 < I_1 < I_3$

C. $I_2 < I_3 < I_1$

D. $I_3 < I_1 < I_2$

5. 设 $f(x, y)$ 是闭区域 $x^2 + y^2 \leq a^2$ 上的连续函数, 则极限 $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\pi a^2} \iint_D f(x, y) dxdy =$

()。

A. 0

B. ∞

C. $f(0, 0)$

D. 1

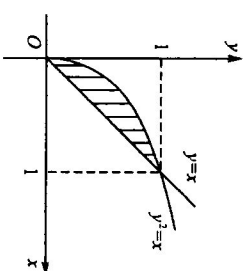
三、计算题(每题 10 分, 共 40 分)

1. 计算 $\iint_D e^{-x^2-y^2} dxdy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$ 。

2. 计算 $\iint_D (3x + 2y) dxdy$, 其中 D 是两坐标轴及直线 $x + y = 2$ 所围成的区域。

3. 更换累次积分次序 $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 f(x, y) dx$

4. 计算 $\iint_D \frac{\sin y}{y} dx dy$, 其中积分区域 D 如图所示。



(4题图)

四、(10分)

计算 $I = \int_0^a f(x) dx$, 其中 $f(x) = \int_0^{e^{-x}} e^{y(2a-y)} dy$ ($a > 0$)。

五、(10分)

求由 xOy 面上的圆周 $x^2 + y^2 = x$ 围成的闭区域为底, 而以曲面 $z = x^2 + y^2$ 为顶的曲顶柱体的体积。

无穷级数单元测试题

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、判断正误(每小题 3 分, 共 15 分)(在你认为正确的题目后面的括号内打 $\checkmark$; 在你认为错误的题目后面的括号内打 $\times$)

1. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$. ()
2. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛. ()
3. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 满足 $u_n \geq u_{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$), 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则它必收敛. ()
4. 幂级数在它的收敛区间内可以逐项微分或逐项积分, 并且由此得到新的幂级数收敛区间不变. ()
5. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 且满足收敛定理条件的函数, 则 $f(x)$ 的傅里叶级数处处收敛于 $f(x)$. ()

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1. 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n u_n = s$, 且 $a \neq 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n =$ _____.
2. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ 的和为 _____.
3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a^n x^n$ ($a > 0$) 的收敛半径 $R =$ _____.
4. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = k > 1$, 则任意项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的敛散性为 _____.
5. 已知 $f(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + \dots + a_n(x-x_0)^n + \dots$, 则 $a_0 =$ _____, $a_n =$ _____.
6. 如果 $f(x)$ 是以 2π 为周期的偶函数, 则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $a_n =$ _____, $b_n =$ _____.

三、单项选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 级数的部分和数列的极限存在是级数收敛的().
A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

2. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 为条件收敛, 则等价于().

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 发散, $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散
- B. $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 发散, $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛
- C. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛
- D. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散

3. 对于正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \rho$, 则当 ρ 取() 中的值时, 不能判断级数的敛散性。

- A. $\rho = 0$
- B. $\rho = \frac{1}{2}$
- C. $\rho = 2$
- D. $\rho = 1$

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛区间是().

- A. $[-1, 1]$
- B. $(-1, 1]$
- C. $(-1, 1)$
- D. $[-1, 1)$

5. 已知 $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$ ($-1, 1$), 则 $\frac{1}{1+x^2}$ 的幂级数展开式为().

- A. $1 + x^2 + x^4 + \dots$ ($-1, 1$)
- B. $-1 + x^2 - x^4 + \dots$ ($-1, 1$)
- C. $-1 - x^2 - x^4 - \dots$ ($-1, 1$)
- D. $1 - x^2 + x^4 - \dots$ ($-1, 1$)

四、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

1. 已知级数 $\frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln^2 3}{3^2} + \dots + \frac{\ln^n 3}{3^n} + \dots$, 判断其敛散性, 若收敛求其和。

2. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + n}$ 的敛散性。

3. 指出级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ 是否为条件收敛?

五、(10 分)

将函数 $f(x) = xe^{-2x}$ 在 $x = 0$ 点展开为幂级数。

六、(10 分)

证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4}{3^n} - \frac{2}{n(n+1)} \right]$ 收敛并求它的和。

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} (x-4)^n$ 的收敛区间。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

高等数学(下)☆☆☆试题(I)

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

1. 与 Oy 轴同向的基本单位向量是 _____。
2. 过点 $(2, -3, 0)$, 并且法向量为 $\{1, -2, 3\}$ 的平面方程为 _____。
3. 以原点为中心, 2 为半径的球面方程为 _____。
4. 函数 $z = x^2 y^3$ 在点 $M(2, 1)$ 处的全微分为 _____。
5. 设一薄板在 xOy 面内占有有界闭区域 D , 其面密度为 $\rho = \rho(x, y)$, 则此薄板的质量用二重积分表示为 _____。

6. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 为正项级数, 若 $u_n \leq k u_{n+1}$ 且 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ _____, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛。

二、单项选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 下列向量中() 是单位向量。

- A. $\{1, 1, 1\}$ B. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$
 C. $\left\{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right\}$

2. 方程 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z = 0$ 表示空间直角坐标系中的()。

- A. 椭圆 B. 椭圆
 C. 椭圆抛物面 D. 旋转抛物面

3. 设 $f(x, y) = x + \sqrt{x^2 - y^2}$, 其中 $x > y > 0$, 则 $f(x + y, x - y) = ()$ 。

- A. $x + 2\sqrt{xy}$ B. $x + y$
 C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ D. $x + \sqrt{x^2 - y^2}$

4. 函数 $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 的驻点为()。

- A. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ B. $\left(-\frac{7}{2}, 1\right)$
 C. $\left(\frac{7}{2}, -1\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$ 的收敛区间为()。

- A. $(-2, 2)$ B. $(-4, 4)$

C. $(-4, -2)$

D. $(-\infty, +\infty)$

三、计算题(每题 10 分, 共 30 分)

1. 已知向量 $c = \{2, k, -6\}$ 同时垂直于向量 $a = \{2, 1, -1\}$, $b = \{1, -1, 2\}$, 试求 k 的值。

2. 设 $f(x, y) = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$, 求 $f'_x(3, 4)$ 与 $f'_y(3, 4)$ 。

3. 计算 $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$, 其中 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq \pi$ 在 x 轴上方的部分。

五、(10 分)
要做一个容积为 V 的圆柱形铁皮罐头筒, 怎样设计才能使所用材料最省? (用多元函数极值方法解)

四、(6 分)

试将函数 $f(x) = \cos^2 x$ 展开成 x 的幂级数。

六、(10 分)

试证 $u = \arctan \frac{x}{y}$ 满足拉普拉斯方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ 。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

高等数学(下)☆☆☆试题(Ⅱ)

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

1. 向量 $a = \{-1, \sqrt{3}, 2\}$ 与 z 轴的夹角是 _____。
2. 若 $f(x+y, xy) = x^2 + y^2 - xy$, 则 $f(x, y) =$ _____。
3. 二元函数 $f(x, y) = xy(3-x-y)$ 的驻点是 _____。
4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n! \left(\frac{x}{n}\right)^n$ 的收敛半径是 _____。
5. 更换累次积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy =$ _____。
6. 面密度为 $\rho(x, y)$, 占有 xOy 平面上闭区域 D 的平面薄板对 x 轴的转动惯量是 _____。

二、单项选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 已知 a, b, c 为单位向量, 且满足 $a + b + c = 0$, 则 $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a =$ ()。
A. 1 B. -1 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$
2. 点 $M(4, -3, 5)$ 到 x 轴的距离 $d =$ ()。
A. $\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 5^2}$ B. $\sqrt{(-3)^2 + 5^2}$
C. $\sqrt{4^2 + (-3)^2}$ D. $\sqrt{4^2 + 5^2}$
3. 二元函数 $z = \ln xy$ 的定义域是 ()。
A. $x \geq 0, y \geq 0$ B. $x < 0, y < 0$ 与 $x > 0, y > 0$
C. $x < 0, y < 0$ 或 $x > 0, y > 0$ D. $x < 0, y < 0$
4. 设 $z = 2x^2 + 3xy - y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()。
A. 6 B. 3 C. -2 D. 2
5. 设 D 由 $y = 1, x = 2$ 及 $y = x$ 所围成, 则 $\iint_D f(x, y) dx dy =$ ()。
A. $\int_1^2 dx \int_1^x f(x, y) dy$ B. $\int_1^2 dx \int_x^1 f(x, y) dy$
C. $\int_0^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx$ D. $\int_0^2 dy \int_2^y f(x, y) dx$

三、计算题(每题 10 分, 共 30 分)

1. 用点向式和参数式方程表示直线 $L: \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ 2x - y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$

2. 求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极值。

3. 计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x = y^2 + 1$, 直线 $x = 0, y = 0$ 与 $y = 1$ 所围成的区域。

四、(6 分)

研究级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^a}$ 的敛散性(即何时绝对收敛, 何时条件收敛, 何时发散), 其中常数 $a \geq 0$ 。

五、(10 分)

设 $z = \frac{y^2}{3x} + \varphi(xy)$, 其中 φ 有连续偏导数, 验证 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ 。

六、(10 分)

利用二重积分求由曲线 $y^2 = 4ax$ 和 $x^2 = \frac{ay}{2}$ 所围成的平面图形的面积。

班级 _____ 姓名 _____ 得分 _____

高等数学(下)☆☆☆试题(I)

(满分 100 分, 时间 110 ~ 120 分钟)

一、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1. 设 $a = 3i + 4j$, 则与 a 同向平行的单位向量 $a^0 =$ _____。
2. 如果函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点连续, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y) =$ _____。
3. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 敛散性为 _____。
4. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 处可微且 $f'_x(x_0, y_0) = 0, f'_y(x_0, y_0) = 0$, 该条件是 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处取得极值的 _____ 条件。

5. 设 D 为椭圆域 $x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D dx dy =$ _____。
6. 球心在点 $C(-1, -3, 2)$ 且过点 $A(1, -1, 1)$ 的球面方程为 _____。

2. 求过点 $(1, 0, -1)$ 并且平行于平面 $4x - y + 2z - 8 = 0$ 的平面方程。

三、计算题(每题 10 分, 共 40 分)

1. 设 $z = e^{x-2y}$, 其中 $x = \sin t, y = t^3$, 求全导数 $\frac{dz}{dt}$ 。

1. 设 $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$, 则下式中正确的是()。
 - A. $f(x, -y) = f(x, y)$
 - B. $f(x + y, x - y) = f(x, y)$
 - C. $f\left(x, \frac{y}{x}\right) = f(x, y)$
 - D. $f(y, x) = f(x, y)$
2. 可作为一条有向直线的方向余弦的是()。
 - A. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
 - B. $-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$
 - C. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
 - D. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$
3. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛区间为()。
 - A. $(-1, 0)$
 - B. $(0, 1)$
 - C. $[-1, 1)$
 - D. $(-\infty, +\infty)$

4. 在空间直角坐标系中方程 $y^2 = x$ 表示的是()。
 - A. 抛物线
 - B. 抛物柱面
 - C. 旋转抛物面
 - D. 平面
5. 设 $z = \sqrt{xy}$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)}$ 等于()。
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 0
 - C. 1
 - D. -1