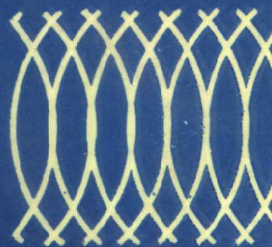


电 磁 学 教 学 随 笔

钟锡华 潘仲麟



成都科技大学出版社

电磁学教学随笔

钟锡华 潘仲麟

成都科技大学出版社

1990年11月

内容简介

本书分散文篇和课堂讨论篇，包括电磁学教学内容研究，概念的分析，教材的处理，教学方法的探讨和疑难问题的讨论。对教和学都有参考价值。

本书可供各类大专院校的物理教师阅读，也可供理工科大学生、研究生及有关人员参考。

电磁学教学随笔

钟锡华 潘仲麟

成都科技大学出版社出版、发行

四川省新华书店经销

成都科技大学印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张：14.25

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

字数：308千字 印数：1,1000

ISBN 7-5616-0560-9/O·48

定价：2.98元

前 言

如果要问，在大学物理的全部课程中，哪门课程的教学时数最多，或教材版本最多，或各个历史时期的教学秩序最为稳定，或教学研究论文最丰厚，我将满有把握地回答，均当首推电磁学课程。这足见我国电磁学课程教学力量之雄厚和研究功力之深厚。故此，尽管有着长期讲授电磁学的经历，笔者只敢以随笔的格调，将淀积下来的一些学识经验与材料付印出版，谨在电磁学教学及其研究这块五彩缤纷的百花苑中献上一簇小花，在这部雄伟的交响组曲中伴上几首小曲。

知识与智慧是两个概念，学问包含学与问两个环节。基于这种认识，这本随笔相应地被编纂为两部分。第一部分是散文篇，旨在获取知识，领悟真谛。第二部分是课堂讨论篇，意在运用知识，解决问题，它是潘仲麟同志在杭州大学物理系多年执教电磁学课程的宝贵札记。这两部分涉及的内容几乎都是电磁学的常规内容，涉及的问题也几乎都是基本问题。朴实升华，无奇有新意，这一直是我在大学基础物理教学过程中追求的目标之一。

我们感谢北京大学物理系周岳明、张瑞明、骆武刚，杭州大学物理系胡芬等同志，他们参与有关篇章的整理，提供了不少有益资料。本书责任编辑赖晓霞同志向我们提出过许多宝贵意见，她与成都科大印刷厂廖常林同志的辛勤工作，

保证了本书能高质量的印刷出版。在此一并致谢。

随笔，随便也。恳请读者批评指正。

钟锡华

1989年初夏于北大蔚秀园

目 录

前言

散文篇

钟锡华 潘仲麟

- 一. 关于静电场..... (1)
- 二. 关于库仑定律的成立条件..... (27)
- 三. 关于静电场中的导体..... (36)
- 四. 关于导体静电平衡的唯一性定理..... (68)
- 五. 关于静电场中的电介质..... (74)
- 六. 多电荷系统的静电能..... (107)
- 七. 直流电路与稳恒电流场..... (112)
- 八. 关于稳恒磁场..... (149)
- 九. 安培力及其特点..... (185)
- 十. 关于磁场力的几个问题..... (193)
- 十一. 论磁场量 \mathbf{B} 和 \mathbf{H} (203)
- 十二. 楞次定律和能量守恒定律的关系..... (217)
- 十三. 论电磁场边值关系的物理图象..... (224)
- 十四. 评《永磁环缺口中磁场强度的解》一文
..... (238)
- 十五. 全电路安培环路定理的几点注记..... (241)

课堂讨论篇

潘仲麟

- 一. 库仑定律和迭加原理..... (255)
- 二. 高斯定理及其应用..... (269)
- 三. 静电场与导体..... (281)

四. 静电场与电介质.....	(298)
五. 稳恒电流的特性及计算.....	(316)
六. 稳恒电流的磁场.....	(337)
七. 电磁感应定律.....	(357)
八. 电路中的暂态过程.....	(376)
九. 稳恒磁场与介质.....	(395)
十. 正弦交流电的相量解法.....	(410)
十一. 麦克斯韦方程组.....	(432)

散 文 篇

一、关于静电场

静电场理论框架·电荷点模型·静电场的基元场与空间的各向同性·与电量的线性关系、电量是代数量、场强迭加原理三者协调一致·库仑定律的成立条件·点电荷体系的平衡问题·偶极子间的作用力·高斯定理的由来·环路定理的由来·零电位参考点的选择·无穷远处各向同性吗？无源空间电位分布无极值·应用高斯定理追迹弯曲的电力线·几种典型电场分布·电荷的多样性·空间电荷区

(一) 静电场的基本规律

电磁学研究的主要对象是电场和磁场。力学研究的对象主要是质点或物体，这些对象的特点是离散的，而我们现在要研究的对象，已从这些离散的实体转变为空间连续分布的场 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 。电场和磁场的空间分布，一般说来是三维的，要用空间位置的三个坐标来描述。也就是说， \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 是空间三维坐标的函数： $\mathbf{E}(x, y, z)$ 、 $\mathbf{B}(x, y, z)$ 。

本文初稿是钟锡华于1981年11月为北京电大星期讲座而作，由周岳明根据录音整理，经作者审定成文。

此外，我们现在要研究的对象不是一般的标量，比如温度是标量，空间各点都有一个温度，形成一个温度场；搞气象的研究气压场，即压强在空间的分布。我们研究的电磁场是矢量场，它有三个分量 E_x 、 E_y 、 E_z ，每个分量仍是空间分布的，各自都是空间三维坐标的函数，所以写成 $E_x(x, y, z)$ 、 $E_y(x, y, z)$ 和 $E_z(x, y, z)$ 。这就是目前研究对象的特点。因此，我们的物理眼光，分析手段，以及规律的表现形式，从总的来说，都要受到矢量场这一特点的制约。

从人类认识的发展史来看，认识到物质的存在形态除了实物以外，还有场，这是认识上的飞跃。实物和场都是实在的东西。场只不过是一种特殊的物质。从这个意义来讲，静电场的基本规律是力学之后的一个新篇章，也是学习整个电磁场的基础。很多概念和方法可移植到磁场中去。

1、关于库仑定律和场强迭加原理

静电场这一章的概念体系是比较清楚的。它以库仑定律和场强迭加原理为基础，并做了以下几件工作：一是引入电场概念，引入了描述电场的物理量，即电场强度矢量 \mathbf{E} 。第二件工作是利用点电荷场强公式，再根据场强迭加原理，原则上可以求解任意电荷分布的场强分布，而点电荷的场强公式是由库仑定律直接导出的第一个结果。第三件工作就是导出静电场所遵循的两条基本规律，即高斯定理和环路定理。第四件工作就是认识到静电场是保守场而引入电位概念，借助于“电位”、“电位能”来分析求解静电场的问题。

以上就是静电场这一章的大概体系或理论框架，而库仑定律和场强迭加原理是两支柱，即基础。

关于库仑定律，要补充说明的是如下两方面的问题：

第一方面是关于库仑定律和场强迭加原理内部统一的一些物理思想问题。这里不打算从点电荷相互作用力的原始形式的库仑定律说起，而直接从点电荷场强公式说起。点电荷是个点模型，就象力学中的质点模型一样，是实际情况的抽象。实验上是用一个小球，库仑当时做实验也是用小球，在这个实验基础上概括出来的规律是以点电荷出现的。点电荷有电量，而不占据空间的体积，所以它没有内部结构的问题。由此可以看到，点电荷本身从空间来说是各向同性的。库仑定律告诉我们，点电荷激发的场是这样的规律：一是 $E \propto 1/r^2$ ，这是从量值方面来说的。再一个是方向沿矢径方向，换句话说，电力线是辐射状的，如图1-1-1所示。从点电荷来说，四面八方的这些点（图中虚线），只要到点电荷的距离一样，这些点场强的数值是一样的，而且场强方向都是沿着各自的矢径（或者逆着

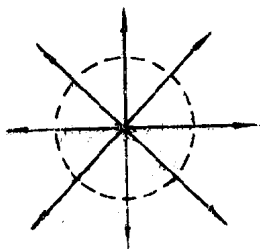


图1-1-1

矢径的方向)。从这点来看，我们体会到，空间具有各向同性的性质。或者说，库仑定律所直接导出的第一个结果即点电荷的场强公式和物理上的空间观（比如空间的各向同性）是不矛盾的。即从各个方面去看，点电荷的场强是一样的，球面上各点场强的数值是相等的；方向也不向任何一边偏，应沿着各点的矢径方向。这是要说明的第一点，即库仑定律反映了空间的各向同性，或者说和空间的各向同性相一致。至

于 r^2 反比和场强方向沿矢径都是可以由实验直接验证的。

这方面的第二个问题是，点电荷的场强和电量成正比，即所谓线性关系。这一点在实验上就不那么直观。可以设想这样做：在点电荷 q 的场中（图1-1-2），保持 r 不变，将试探电荷 q_1 、 q_2 、 q_3 依次放在 P 点，测得它们受力分别为 f_1 、 f_2 、 f_3 。然后验证 $f_1 : f_2 : f_3$ 是否等于 $q_1 : q_2 : q_3$ 。

这里就存在一个问题：电量是多少？电量的一倍、两倍怎么知道？电量的定量量度在这之前还没有解决，不象 r 和力 f 的量度，在电磁学之前的力学中已经解决。电量是电磁学中刚提出来的量，如果离开了物理规律是不好理解的，也是不好量度的。而与电量相联系的第一个物理规律，不是别的正是库仑定律。这在理论上，内部就发生了互相牵制的问题。这个问题可作以下深入的讨论。不妨先作一个假想试验：通过摩擦起电，使一个导体小球带上电量 q_0 （不管是多少，因为量度的问题未解决），然后把 q_0 放在 P 点，测量它的受力。第二次将带电为 q_0 的小球和同样大小、同样材料的导体小球接触（图1-1-3），电荷就要发生迁移，即重新分配。其结果看起来没有什么理由说一个小球带的电量比另一个多些。所以每个小球应各带 $q_0/2$ 的电量。将它们分开再放在 P 点。这样就相当于在点 P 上放了 $q_0/2$ 的电量，看它受力是否减少了一半。照此办理，就可以得到 $q_0/4$ 、 $q_0/8$ 、…的电量，依次做实验，测定受力情况，就可以得到线性关系的结论。

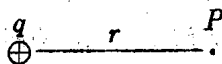


图1-1-2



图1-1-3

这是假想试验，并不一定是当初库仑的做法。不过，刚才将相同的小球挨在一起分电量，得到各分一半的结论，是利用了空间的均匀性。我们没有理由说哪一个球应多分一点。所谓没有理由，就是从我们的经验中，或从牛顿力学中已习惯认为空间是均匀的，不论左面或右面，上面还是下面。所以说，库仑定律中，电荷受力与电量是线性关系，不是平方关系或者1.5次方关系，实际上也是考虑了空间的均匀性。

此外，还应注意，只有线性关系，才和场强迭加原理相一致。如果不是线性关系，就得不到场强迭加原理。如果空间不同的位置上有点电荷 q_1 、 q_2 ，它们单独存在时在场点 P 激发的电场分别为 E_1 和 E_2 。当它们同时存在时，根据场强迭加原理，场点 P 的场强 $E = E_1 + E_2$ 。这是比较容易接受的。实际上，如果没有迭加原理，或迭加原理遭到破坏，很多结论就要发生变化，整个理论就不是我们现在学的这个样子了。

可以设想，既然 q_1 、 q_2 处在不同位置，迭加原理都是成立的，那么很自然，当 q_1 、 q_2 处在同一位置时，迭加原理也应成立。但是，如果场强和电量不是线性关系，情况就不同了。如图1-1-4，先在 O 点放 q_1 ，它在 P 点激发场 E_1 ，假定 E_1 与电量 q_1 是平方关系：

$$E_1 = k \frac{q_1^2}{r^2} r_0.$$

再在同一点放 q_2 ，它单独在 P 点激发的场强假说也与电量成

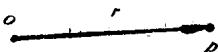


图1-1-4

平方关系:

$$E_2 = k \frac{q_2^2}{r^2} r_1,$$

如果同时存在 q_1 、 q_2 的场是单独存在时的迭加的话, 结果应是

$$E = k \frac{q_1^2 + q_2^2}{r^2} r_0,$$

上面的分析只不过是 将一个电荷看成两部分。所谓同时存在 q_1 、 q_2 , 实际上是一个电荷 $(q_1 + q_2)$, 它在 P 点产生的场应为

$$E' = k \frac{(q_1 + q_2)^2}{r^2} r_0.$$

显然, 这两个结果是不相等的。如果 E 是对的, E' 就是错的, 反过来也一样。总之, 这两个结果不能同时成立。这里问题就出在场与电量不是线性关系。如果是线性关系, 那么一个地点的电量用代数和掰成两部分求场再迭加, 或者将两部分电荷看一个整体一次求场, 这两种方法求得的场应该是一致的。

上面的分析推论最终要说明的是: 库仑定律给出的点电荷的场强与电量的线性关系, 同电量是一个代数量从而可以加减求和, 同场强满足迭加定理三者是彼此协调一致的。如果线性关系被破坏, 场强迭加原理也就不成立, 或者说电量的代数求和都成了问题了。

第二点是, 库仑定律有没有成立条件? 如果有的话会是什么?

对于这个问题,各种书的说法不太一致,侧重也有不同。有的说库仑定律只适用于点电荷;有的说库仑定律只适用于真空中的场强分布;有的又说库仑定律给出的是静电场,即电荷是静止的,或者说两个点电荷是相对静止的。这几种说法当中最重要的是第三种,即库仑定律给出的场强分布是一种静电场分布,或者说电荷即源,在我们的参考系中是静止的,这一点是最本质的。点电荷这一条不成为限制库仑定律使用的条件,当初库仑做实验就不是用点电荷做的。再说,1785年以后,牛顿、莱布尼茨已经发展了微积分学。从微积分的观点来看,任何体电荷、面电荷、线电荷都是大量点电荷的集合,再加上场强迭加原理,就可以求解非点电荷情况下的场强分布,这一点大家已经熟悉。

为什么说库仑定律不仅适用于真空,还适用于导体、介质呢?因为在这一章中,电荷分布都是事先给定的,并没有告诉我们电荷是怎么来的。换句话说,并不涉及电荷的来源及微观机制的问题。因为不涉及电荷的来源及机制,也就不限制库仑定律的使用。有了导体和介质,无非是出现了一些新的电荷分布,新的电荷分布遵循的静电场规律仍然是库仑定律和场强迭加原理,仍然是高斯定理和环路定理。导体和介质所碰到的新问题,不是场的规律问题,而是电荷分布不能事先确定,一旦电荷分布求出来了,那么电场的分布就可以用这一章的方法确定。

下面讨论两个具体问题。一个是点电荷体系的平衡问题,另一个是偶极子之间相互作用力的问题。

(例1) 点电荷体系如图1-1-5所示,其中两边的电荷1、2(相距 $2R$)是固定的。(1)在 a 、 b 、 c 、 d 四种情况下,处

于中点的自由电荷 q 哪种情况下是平衡的？(2)哪种是稳定平衡？(3)求自由电荷在稳定平衡位置附近作谐振动的圆频率。

【解】 (1) 这一问题比较简单。在 a 、 b 中，中点电荷 q 受到两边电荷的作用力 f_1 、 f_2 大小相等，方向相反，合力为零，所以处于平衡状态。而情况 c ， q 受到两边电荷的作用力都向右； d 中的 $-q$ 受到两边电荷的作用力都向左，它们都处于不平衡状态。

(2) 要研究平衡是稳定的还是不稳定的，就要考察当对象偏离平衡位置时的受力情况。如果偏离后又有恢复平衡位置的趋势，平衡就是稳定的。如果偏离平衡位置后将越来越偏离，就是不稳定平衡。从这个角度来分析， a 、 b 两种情况就不一样了。在 a 这种情况下，当 q 向右偏离时， f_1 变小， f_2 变大（见图1-1-6），合力 Σf 指向平衡位置，是一个恢复力，当 q 向左偏时，同样也受到一个恢复力，所以它是稳定平衡。

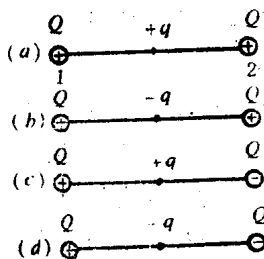


图1-1-5

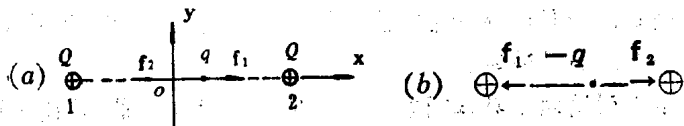


图1-1-6

如果考虑 q 在垂直于连线方向的偏离， a 、 b 两种情况又有不同。设向上偏，可从图1-1-7中看出，在 a 中， q 向上偏

后合力不指向平衡位置，它是不稳定平衡；在 b 中，在 $-q$ 向上偏后合力指向平衡位置，所以它是稳定平衡。

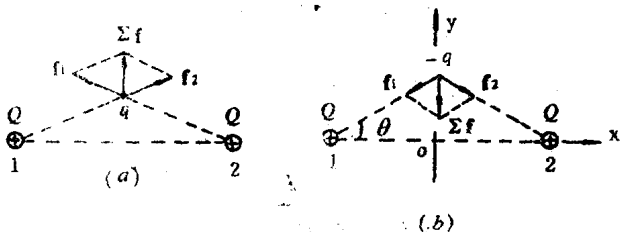


图1-1-7

平衡问题，相当于力学中的静力学问题。这里主要是想将库仑定律及电荷有正负，作用力有吸引力和排斥力这些情况具体化一点。

(3) 从振动中可以知道，对于一个稳定平衡，粒子可以在平衡位置附近作微振动，或者说简谐振动。对这样的体系，总是存在一个固有频率。在 a 中， q 可以在连线方向作谐振动。在图1-1-6a中，设 q 离平衡点 O 的位置为 x ($x \ll R$) 则受到的合力为

$$\begin{aligned}
 f &= k \frac{Qq}{(R+x)^2} - k \frac{Qq}{(R-x)^2} \\
 &= -k \frac{Qq}{(R^2-x^2)^2} \cdot 4Rx,
 \end{aligned}$$

因 $x \ll R$ ，所以将 x^2 忽略，这就得到

$$f = -\frac{4kQq}{R^3} x,$$

设点电荷 q 质量为 m ，列出它的运动微分方程（即牛顿第二定律方程）为：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{4kQq}{R^3} x,$$

由此即可看出 q 在 x 方向作谐振动的圆频率为

$$\omega_a = \sqrt{\frac{4kQq}{mR^3}} = \sqrt{\frac{Qq}{\pi\epsilon_0 m R^3}}.$$

而 b 中， $-q$ 只能在 y 方向作谐振动。在图1-1-7b中，当 $-q$ 离 O 点距离为 y ($y \ll R$ 图中已夸大)时，它受到的合力为

$$f = -2f_1 \sin\theta,$$

$$\text{因 } f_1 = \frac{kQq}{R^2 + y^2}, \quad \sin\theta \approx \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}}.$$

所以

$$f = -\frac{2kQq y}{(R^2 + y^2)^{3/2}}.$$

同样将 y^2 忽略，即得到

$$f = -\frac{2kQq}{R^3} y,$$

再列出 $-q$ 的运动方程，即可求得

$$\omega_b = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 m R^3}}.$$

所以 $\omega_a > \omega_b$ ，因 b 中 $-q$ 受力较小。

应该说明的是，这两种振荡模型在物理上很重要。因为分子、原子都是些带电体系，常常用一些电荷中心（正电