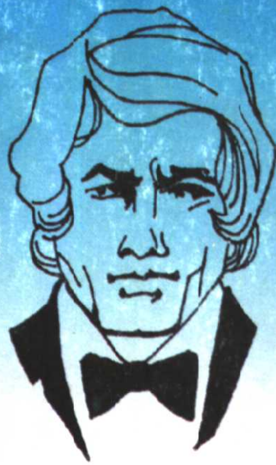
世界数学名题欣赏

科克曼女生问题



nim
nim
ni
nim
ni

辽宁教育出版社

世界数学名题欣赏丛书

科克曼女生问题

罗见今 著

辽宁教育出版社
1995年·沈阳

图书在版编目（CIP）数据

科克曼女生问题／罗见今著.—沈阳：辽宁教育出版社，1995重印
（世界数学名题欣赏丛书）
ISBN 7-5382-1002-4

Ⅰ.科… Ⅱ.罗… Ⅲ.区组设计 Ⅳ.0157.2

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第16146号

科克曼女生问题

罗见今 著

辽宁教育出版社出版 辽宁省新华书店发行
（沈阳市北一马路108号） 沈阳市第二印刷厂印刷

字数：127,000 开本：787×1092 1/32 印张：$6\frac{3}{4}$ 插页：4
印数：3,001—7,000
1990年2月第1版 1995年12月第2次印刷

责任编辑：俞晓群 谭 坚 责任校对：杨力学
封面设计：李国盛 李 飞

ISBN 7-5382-1002-4/G·835

定 价：7.30元

每函十三册，总定价：90.00元

内 容 简 介

本书是"世界数学名题欣赏丛书"之一。科克曼女生问题是1850年科克曼提出的，它的存在性成为组合数学区组设计的一大难题。女生问题与BIB、斯坦纳系、RBIB和科克曼系都有直接联系。本书引用较多资料，系统介绍这方面研究的历史和现状，特别是首次引用著名组合学家陆家羲在60年代初给出的科克曼女生问题的解，介绍了他的重大科研成果。本书从一个世界著名的数学游戏出发，阐述了区组设计的一些基本知识，把历史性、知识性和趣味性熔为一炉，可供大、中学生及广大数学爱好者阅读。

Summary

This book is one of "A Series of World Famous Mathematics-Appreciation". The Kirkman's schoolgirl problem was posed by T. P. Kirkman in 1850, its existence is one of the famous problems in block design of combinatorics. the schoolgirl problem is closely related to the BIB, Steiner systems, RBIB and Kirkman systems. This book systematically introduces the history of these problems and present condition, particularly quotes the solution of Kirkman's schoolgirl problem by the famous combinatorician Lu Jia-Xi in 1961—1965, and introduces his important results. It proceeds from the well-known game of Nim and expounds some elementary knowledge of block design. The historical taste, knowledge and interest are mixed together. It serves colledge students, middle school students and vast numbers of lovers of mathematics.

前言

组合数学是一门古老而又年轻的数学分支，它的起源可以追溯到人类初期计数的努力。中国是早期组合学思想的发祥地，我们的先人具有处理离散问题的高超本领。近三十年来，由于计算机科学的发展，促使这一古老的学科焕发了青春，绽开满树繁花，向世人展示了迷人的魅力。这里，我们撷取斯坦纳系的一簇，共同欣赏世界数学中的朵朵奇葩：科克曼女生问题、不相交斯坦纳三连系大集问题等的产生、发展和解决的历史进程。

科学史表明，科学对向她提供有价值思想的一切来源都表示出同样的尊重，无论是来自西方或东方，无论是来自贵族或平民、或衮衮诸公或

莘莘学子，也无论是来自三教九流、卜筮占星、炼金炼丹、博奕娱乐……在本书里出现的中心人物斯坦纳、科克曼和陆家羲，他们虽有不同的文化和历史背景，但都出生于普通人家庭，没有受过大学数学的专门教育，靠着他们的勤奋，无师自通，自学成材，对科学作出了杰出的贡献。“风起于青萍之末”，他们的成功之道，无不起于对数学强烈的兴趣和执著的追求。

组合设计的天才陆家羲是一颗过早陨落的新星。他曾走过了一条荆棘丛生的道路，他的名字载入了史册。人们对他二十五年不被理解的苦斗终会渐渐淡漠。是的，人类要为科学的胜利付出代价，为了新芽能破土而出，多少优秀的人们奉献了自己的生命。当陆老师逝世六周年之际，谨以这本小书寄托作者深切怀念之情。

作者从事科学史工作，从中学时就爱好数学，受到陆老师之死的震动而进入研究组合设计史的领域，想搞清楚问题的来龙去脉、难度、科学价值和历史地位。当写本书时，又踌躇再三，深有“如履薄冰、如临深渊”之感。幸而能藉助于较多的资料，有的是陆老师遗文，有的通过卫星取自美国Dialog信息库，有的辗转取自国外学者未发表的文献目录。希望有心的读者参考所引文献，以免有偏颇之虞。

作者对苏州大学吴利生教授、河北师院康庆德教授曾给予的帮助，对陆家羲夫人张淑琴医生、中国科学院合肥计算中心顾同新副研究员所提供的研究资料表示感谢。

本书错漏不当之处在所难免，深望读者不吝指正。

罗见今

1989年于呼和浩特

目 录

Contents

一、从中国Nim游戏谈起

在我国民间，流传着一种二人数学游戏。它的规则是：有 $k(k\geqslant 3)$ 堆物件，两人轮流从中拿取，每次限于拿其中的一堆，至少取一个，至多取一堆；最后一个轮谁取谁负（或胜）。这种游戏，以 $k=3$ 时最基本、最有趣，北方流行的名称叫做“抓三堆”；南方粤语叫“拧法”，又名“翻摊”；国外称它为Chinese game of Nim[1]，或者 simple game of Nim[1]，或者 Fan Tan[2]，或者就叫做 Nim[3]。Fan Tan就是“翻摊”，Nim就是“拧法”，都暗示了这种游戏源于中国。这样说，并不是望文生义，尽管迄今尚未从我国古文献中发现有关它的记载，然而有根据认为，Nim是我国古代流传至今的游戏，现已遍及全世界，并引起了数学界的兴趣与重视。按照我国古代的传说，数学游戏一类的“奇技淫巧”，被认为是不足以登大雅之堂的；就连博奕，“今夫奕之为数，小数也”，不过是雕虫小技。因此，象“翻摊”一类的游戏，难以在经、

史、子、集中留下详细记录是可以理解的。然而，伴随着计算机科学的崛起，离散数学、组合数学和图论获得了迅猛的发展，当人们以一种全新的观点回过头去观察古代的游戏时，人们吃惊地发现那里边包含了许多现代数学深奥的道理。无怪乎美国数学家布鲁尔迪说："组合数学发源于数学消遣和游戏。无论为了消遣还是由于它们的美学兴趣，过去所研究过的许多问题对于当代的纯粹科学或应用科学都是非常重要的。"[4] 从数学游戏开始居然能发展成一门深刻的现代数学分支，这是许多玩过数学游戏的人们始料不及的吧！本书就是企图用这样的观点，回过头来看看"抓三堆"的游戏。

假定上述规则确定为"最后一物谁取谁负"，那么，经过若干次试验，运用逻辑推理和数列的知识，可以发现一些规律。把三堆的数字记作$\{x, y, z\}$，它们是不同为零的非负整数，显然，$\{0,0,1\}$和$\{1,1,1\}$的局面谁取谁负；同样易知，$\{n, 0, n\}$ $(n>1)$的局面也是谁取谁负，当$n=2$，对手取1，你取2；对手取2，你取1；当$n>2$，对手不论取多少，只要不余下1，你就取出和他相同的数目，最后必然出现$\{2,0,2\}$的格局留给对手。

在三个数字中最小数为1时，创造$\{1, 2n, 2n+1\}$的格局是制胜的，$\{1, 2n, 2n-1\}$的格局则导致失败。前者轮对手取时，他有如下的选

取法：取第1堆之1，你可取第3堆之1，造成 $\{n, 0, n\}$，对手必败；对手取第2堆，只要不留下0，1，你可从第3堆里仿照他取多少，你就取多少，这样仍保持 $\{1, 2n, 2n+1\}$ 格局不变；对手取第3堆时，你的对策类似上法。于是，我们可以得到制胜方案：

{0，0，1}			
{1，1，1}	{2，0，2}	{3，0，3}	{4，0，4}
{1，2，3}	{2，1，3}	{3，1，2}	{4，1，5}
{1，4，5}	{2，4，6}	{3，4，7}	{4，2，6}
{1，6，7}	{2，5，7}	{3，5，6}	{4，3，7}
{1，8，9}	{2，8，10}	{3，8，11}	{4，8，12}
{1，10，11}	{2，9，11}	{3，9，10}	{4，9，13}
{1，12，13}	{2，12，14}	{3，12，15}	{4，10，14}
{1，14，15}	{2，13，15}	{3，13，14}	{4，11，15}
…………	…………	…………	…………

{5，0，5}	{6，0，6}	{7，0，7}
{5，1，4}	{6，1，7}	{7，1，6}
{5，2，7}	{6，2，4}	{7，2，5}
{5，3，6}	{6，3，5}	{7，3，4}
{5，8，13}	{6，8，14}	{7，8，15}
{5，9，12}	{6，9，15}	{7，9，14}
{5，10，15}	{6，10，12}	{7，10，13}
{5，11，14}	{6，11，13}	{7，11，12}
…………	…………	…………

表1．“抓三堆”Nim制胜方案