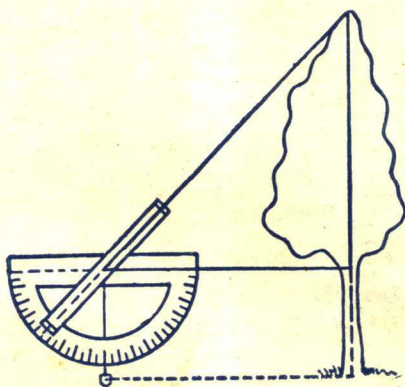


解幾何習題的 理論与实践

恩·姆·卡立特金 著



人民教育出版社

目 錄

前言.....	3
引言.....	6
I. 論講授新教材時理論与实践的联系.....	9
II. 論解幾何習題的理論与实践的联系.....	18
附錄.....	46

解幾何習題的 理論與實踐

恩·姆·卡立特金 著
王壽仁 譯

人民教育出版社

这本小冊子是作者在列寧格勒教師所舉行的教育科學討論會中數學小組上所作報告的改寫。在這一小冊子裏，作者通過他的教學經驗來說明在幾何教學過程中如何體現理論與實踐的辯證的統一。作者用具體的例子來解決在講授新材料時關於理論聯繫實踐問題及解幾何題時關於理論聯繫實踐問題。內容生動而富有啓發性，可供我國教師們的參考，而且值得我們繼續加以發揮。

*

Н. М. КАЛИТКИН
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА
ПРИ РЕШЕНИИ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ
ЗАДАЧ

УЧПЕДГИЗ 1953

本書根據俄羅斯蘇維埃聯邦社會主義共和國教育部教育出版社
1953年莫斯科列寧格勒俄文本譯出

*

解幾何習題的理論與實踐

〔蘇聯〕 恩·姆·卡立特金 著

王壽仁 譯

北京市書刊出版業營業許可証出字第20號

人民教育出版社出版

北京景山前街

新華書店發行 北京市印刷二廠印刷

書號 參 0240 字數 30千

開本：187×109 1/3 印張：1 1/2

1955年7月第一版

1955年10月第一次印刷

1—9,000冊

定價 (5)一角四分

前 言

苏联共产党第十九次代表大会歷史性的決議標誌着蘇維埃學校一貫發展的新階段。在目前這個時代，學校裏實行綜合技術教育問題具有特殊的政治意義。正如黨代表大會決議中所指出的，這個問題爲的是要進一步地提高普通學校教育裏的社會主義教育的作用，和保證中學畢業生有自由選擇職業的條件。作爲共產主義教育組成部分的綜合技術教育是發展社會主義社會的人的一切才能的重要手段。

按照馬克思所給的定義，綜合技術教育的本質就是……“熟知生產中的一切過程的基本原理，同時並給青年男女以會使用一切生產的簡單工具的技能”^①。

列寧說過技術原理“……不需要訓練一切，但是需要訓練一般近代工業中的基礎”^②。

綜合技術教育按照它本身的內容，乃是下列二者的統一：

1. 基本的理論知識、一般的特徵及少許的科學法則，這是現代生產的全部過程的工藝學、力能學及經濟學的基礎；

2. 在實踐上掌握基本的熟練技巧和很多具體生產所共有的勞動的合理組織方法。

在系統地牢固地掌握科學原理的基礎上，同時也在系統地牢固地掌握科學原理的過程中，應當保證學生作好綜合技術的準備

① 馬克思恩格斯選集第八卷，第一部分，1936年版，第199頁。

② 1920年9月26—27日全俄中央執行委員會第七屆第三次會議討論教育人民委員部報告時列寧的筆記。

工作。同時綜合技術教育也將促進學生們更靈活而深刻地掌握科學。

1931年9月5日我們的党中央委員會的決議，“關於初等和中等學校”指出了“使技術學校和系統地牢固地掌握科學特別是物理、化學和數學脫離的一切企圖都是粗暴地歪曲了技術學校的觀念，應當使它們的講授有嚴格固定的及詳細製訂的大綱與教學計劃，並且應當嚴格地按照規定的課程表去執行。”

因此，實行綜合技術教育的基本方向與正確保證乃是使學生系統地理解與堅實地掌握普通教育科目的大綱上的課程。綜合技術教育問題不應當孤立地來解決，應當有機地聯系到所有學生直接在課堂上的學習和鞏固大綱中的材料來解決。

學校裏的每一個科目都對學生的綜合技術修養起着作用。像物理、化學、生物學這樣的科目在它本身的內容裏直接地揭露了基本的科學規律，這些科學規律是現代全部生產過程的力能學及工藝學的基礎。其他如數學、製圖學，由它本身的一般方法就幫助了學生掌握這些基本的技術。

完全實行普遍的綜合技術教育的有效方法的具体化及明確化，當有待於學校教師及教育工作者的嚴肅的及創造性的努力。

在使用新的大綱及教科書之前，數學教師們應當首先集中力量改進教學方法，使得它更能接近於解決生活實踐問題。現在的期刊上出現了一系列的文章，^①其中教師們可以找到有關學校裏數學課中的綜合技術教育內容的有價值的材料。

對於提高數學教學的思想水平，由於數學具有大家知道的特別抽象性，所以我們與其說“應當教些什麼”這個問題，不如說“如何教”這個問題在目前是具有特殊的意義。這就是說，數學教師們

应当如何設法使得大綱中的材料的講授能夠達到這種目的；基於而且就在堅實掌握大綱中的問題的一切理論知識過程中，使學生得到一系列必要的實際技能和熟練技巧。

現在所通用的數學教學大綱，如果不去涉及其中的某種缺點外，仍然包含着初步實行綜合技術教育的豐富的可能性。在大綱的說明文件中指出了：學校裏數學課程要沿着這個方向改進教學方法的基本道路，這就是在教學過程中體現理論與實踐的有機聯系的道路。

“在數學教學過程中，理論與實踐的聯系要通過下列兩種方法來實現：第一作練習，這種練習對於解決實際問題作了某些準備，第二就學生的數學知識可以找到應用地方去作實習作業。這種練習與作業應當與大綱中的材料取得有機的聯系，而不應當破壞數學知識的系統。”②

其次，對於每年教學的實習練習與實習作業的內容也給出了指示。可惜直到現在還有個別教師或者沒有作到這個指示，只跟着教科書，而在教科書中，材料是不符合於這個指示的；或者把事情變成了書本上的理論與孤立的實踐成了矯柔造作的協調，這樣，實習作業就成了爲目的而目的的，而且成了大綱中材料的湊數而已。

這兩種情形都會減低學生們的思想水平和知識的質量，因為他們只是形式地掌握了教材而不會實際應用它們。這種情況可以解釋爲由於一定程度地輕視理論聯系實際的思想認識，由於實際技術方面的局限。在教學中體現理論聯系實際問題的正確方法的

① 載在“數學教學”1953年，№2,3及1952年12月24日“教師日報”上。

② 中學數學教學大綱說明文件。1952年第5頁。

解決在思想上具有特殊意義。

本書給了在解幾何習題中有關這個問題可能的處理辦法的一系列看法。本書是著者在列寧格勒教師教育科學討論會中第九及第十數學小組上所作報告的改寫。

本書末尾所附的現地測量作業得到了列寧格勒市立教師進修學院數學講座的贊許，而且推薦給該市的教師們作為1952到53年度學生進行實習作業的指南。

引 言

教學聯系生活是蘇維埃教育學和教學法的一個重要的成就。蘇維埃的學校自從它存在的第一天起，就拿這個觀念作為一個基本的教學原理。在解決理論聯系實際問題時，我們的出發點是馬克思—列寧的關於理論與實踐間的辯證關係的了解。約·維·斯大林說：“……理論若不和革命實踐聯系起來，就會變成無對象的理論，同樣，實踐若不以革命理論為指南，就會變成盲目的實踐。”①

在學校教學中，“理論與實踐”這個名詞在其狹義的意義上已被我們使用。在中學的條件下，理論限於科學基礎的大綱課程；實踐，一方面是解決以鞏固大綱材料為目的的問題及例題的形式，從事練習；另一方面是以聯系大綱的，帶有解決生活上的問題性質的，並且是在學生能力範圍以內的練習與作業的形式所留的課題。實踐內容的第二方面對於學校教學是特殊的，也就是說帶有實踐性質的習題應該特別地標出，因為它們具有很大的教育及教

养的意義。这种習題(實踐性質的練習及作業)能幫助學生們了解知識的真正起源以及在生活上的價值,並能幫助他們在實際使用的過程中得到更好的理解。

實踐性質習題的这种意義以下述的普遍原理為根據:掌握理論就是通曉了它所具有的改造的力量,同時學會了去利用它來解決實踐問題。作為人類社會及歷史實踐普遍經驗的科學的普遍理論,它揭露了自然及社會的發展法則,同時在人們的實踐生活中給人們以工具及展望。

對於學校中的數學課程,因為它在教學的內容及方法上保留了舊學校中的很大一部分,所以,今後提高教學思想水平的鬥爭具有特別的尖銳性。一個重要的道路就是正確地體現教學中的理論聯繫實踐,但要考慮到在學校條件下這個觀念的特殊內容及範圍。

教學法的文獻,直到現在為止,談論理論聯繫實際問題往往是片面的,而且把這問題形成為一個這樣的例行公式:首先在學校中講授形式的而且是與實踐分離的理論,然後用解題的方法使理論去適應實踐——解題的程序先是練習性質的,然後是生活實際性質的。這樣的解決中學數學教學上的理論聯繫實踐問題的方法是特別強調了把理論應用到實踐的方面。

把所學到的大綱中的材料應用到實踐上去是無可爭辯的,但是只限於這些,毫無疑問,是不可以的。事情的本質不僅僅是把現成的知識應用到立刻隨着而來的實踐的問題上,而是為了使學生們得到某種特殊的修養。主要的是使學生們精深地掌握科學的基礎,而這是在學習大綱中的材料的過程中正確地開展與體現理論

① 約·斯大林:列寧主義基礎第23頁(中文版)。

与实践的有机联系所促成的。

依照馬克思列寧主義的理解，實踐是認識的來源與基礎，抽象的正確性的準則，我們的知識的真實性的決定準則。

列寧教導說：“生活、實踐的觀點，應該是認識論的首先的和基本的觀點。”（列寧：唯物論與經驗批判論，中文版，人民出版社，第170頁。）

人們的歷史的、社會的、首先是物質的生產實踐是理論的基礎與來源，而理論就是關於自然界與社會發展法則的科學。科學的根據常常由實驗與實踐來檢驗。

這個原理被中學教學法給歪曲了，如果我們考慮到在教學過程中理論與實踐具有特別的認識的意義。在學校裏，學生們就不只是掌握了一定數量的知識與熟練技巧，而且通過對於具有客觀法則的真實世界得到認識，會使學生們建立起馬克思列寧主義的世界觀。實踐性質的課題不僅能幫助學生的理論修養，而且供給學生以武器來更好地理解與更結實地掌握科學的基礎。在認識的複雜過程中，實踐的認識階段具有重要的意義。

在學校教學工作的特殊情況中，創造性地應用馬克思哲學唯物主義，是合乎提高教學思想水平與科學水平要求來重建教學的內容與方法的根本道路。

我們的大綱及學校教科書，应当在蘇聯共產黨第十九次代表大會關於綜合技術教育的決議的光輝照耀下，重新加以適當的審訂。但是大綱及學校目前的教科書中的內容仍有很大的可能，使得蘇維埃的學生的數學修養的質量更進一步的提高；蘇維埃的學生是共產主義建設中全面發展的、富有創造性的積極參加者，而且善於掌握科學的基礎，和把理論與實踐統一起來。

1. 論講授新教材時理論與實踐的聯系

§ 1. 大綱和教科書主要地解答了一個問題，這就是“應該教給學生一些什麼？”。關於“教師應當如何去教這些？”這個問題是由大綱及教學法參考資料說明文獻來解答，並且針對教師們，主要地解答了“如何教？”這個問題，而答案是寫成原則性的指示形式。所以在準備講授大綱的某一部分與某一課時，教師們主要的遵循方針是：應當獨立地解決三個問題：“應當給學生講解什麼？”“應當如何講解？”“為什麼要這樣作？”。這時自然要注意到教課的與教育的目的，顧及到學生的發展水平。指出下述事實是很適當的：我們的最好的教師的工作成就在於他們帶有自我批評的精神，創造的精神，通曉本門工作，不斷地努力及吸取先進的經驗。

就是這些問題：“在課堂教學中應該講解什麼，如何講解，為什麼要這樣作？”或多或少地使每一個教師在他準備程序上的課題或個別的課時感到不安。

教師們正確地解答這問題只能是這樣，應當把個別的一課看作是按照大綱中一定的課題的一系列課中的一個環節。所以，事前整體地分析課題具有重要的意義；周密地深思課題中的一系列的課，為的是確定這一課在其他各課中所佔的地位及所起的作用。但是，事先整體地分析了大綱中的課題之後，在預備個別的例行課（課前預備）時，應當先作這一課的一個教法計劃草案，這是遵循全部課題工作的一個階段。通過這樣的事先把大綱上的某一部分中每一環節各課的教法計劃草案的製訂過程，我們基本上就可以搞清楚上邊所提出的問題的答案。

現在拿一個例子來說明。這個例子就是製訂“平行綫”那一部分中的一個課題：“作一條直綫平行於已知直綫”的授課計劃。（吉西略夫教科書，上冊 § 74）。

【註】這個問題在教科書中是在平行綫公理之前，但是在大綱上是在平行綫公理之後。通常，教師們是按照教科書的系統來進行的。

§ 2. “应当給學生講解什麼？”這個問題的答案主要的是由這一課的課題來給出，也就是——应当講解如何解“經過一個已知點引一直綫，平行於已知直綫”。至於第一個問題的進一步的精確解答就與闡明另一問題有關，即與闡明“如何講解？”有關。

在教科書的 § 74 中給了這樣的講解：

“這個問題的最簡單解法如下：以任意長為半徑，以點 M 為圓心作圓弧 CD ，再以 C 為圓心、同長為半徑作圓弧 ME 。然後……直綫 MF 將平行於 AB 。”

是不是教師應該一點不差地照講呢？

我們認為不可以，因為照這樣講解時，對於個別的学生會發生一些疑惑的問題，例如：

1) 還有其他的解嗎（如果這是最簡單的解）？

2) 如何進行這個問題的解法分析？（須知，學生們剛剛在不久之前，在 § 69，知道了分析——“這是解題的很重要的部分，其目的是為了擬製解題計劃”。）

在這種情形，應當給出這問題的詳細解（具有分析，作圖，證明及討論）。

怎樣來進行這問題的分析呢？

如果着手進行分析時（正如學生們已由 § 68 及 69 得知的），假定這問題有解，那麼對於作圖所需要的關於錯角相等的結論，是

以一條直線與二條平行直線相交所形成的角的定理為依據的。必須援引定理：“若二條平行直線被任意一條直線所截，則其錯角相等；等等。”因為在教科書裏與大綱中上述定理（二直線平行的判定定理的逆定理）是在這個問題的後面，所以在 § 77 裏，上面所說的進行分析的可能性就沒有了。

如果不想放棄詳細地來解這個問題，那又怎麼辦呢？

那就只有這樣辦：用其他的分析方法給學生講，這個方法的構成是通過放棄一個條件使問題簡單化。

§ 3. § 74 中問題分析的例。

這個問題是要作一直線滿足兩個條件：

- 1) 這直線應當經過已知點，
- 2) 這直線應當與已知直線平行。

放棄第二個條件，我們得到一個新的問題，這個新的問題具有無窮多個解。把其中的一個固定下來，設為 MC （圖 1）。

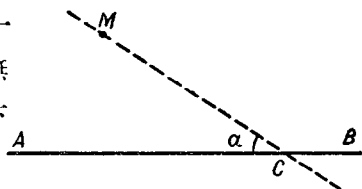


圖 1

令這直線與已知直線所交成的是一個銳角 α 。現在若以已知點 M 為頂點作一個角等於 α ，使得這兩個相等的角形成內錯角，這時相等的錯角的不相重合的兩邊就是平行的（圖 2），即直線 MD 滿足問題的兩個條件。學生能夠得到這樣的結

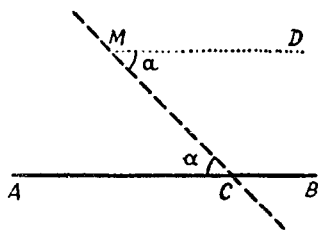


圖 2

論，是由於他們已經知道 § 73 定理：“若第三條直線截二直線時，使其任意的錯角相等……，則這二直線是平行的。”

這樣一來，求作未知直線的方法已經確定。原來求作一直綫平行於已知直線的問題化爲由已知點作一錯角等於由已知點引出的任意一條直綫與已知直線的交角，也就是化爲基本作圖題：“作一角，等於已知角”。

給學生們提示一下解這基本作圖題的方法，這方法已經在教科書的 § 63 中講到(圖 3)。

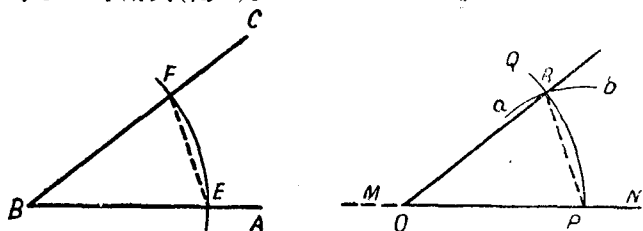


圖 3

然後，回頭再來考察這問題，應當把注意力集中在下述的情形上：在作另一角時，依次以頂點 C 及 M 爲中心(圖 3a, 3b, 3c)，可以取任意長 r 爲半徑，這就是：

a) 任意 $r < \overline{CM}$

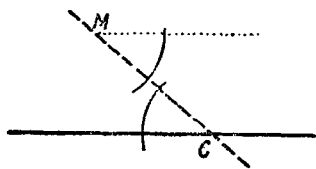


圖 3a

b) 任意 $r > \overline{CM}$

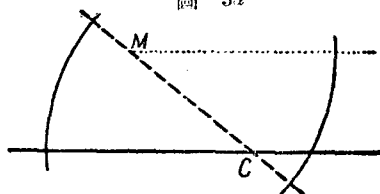


圖 3b

c) 任意 $r = \overline{CM}$

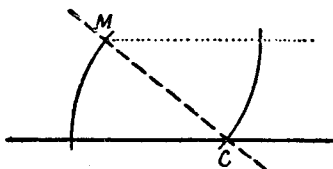


圖 3c

這樣一來學生就明白了為什麼在教科書上所講的解法是最簡單的。此後教師应当講解教科書上所寫的作圖與證明。

最後剩下來的是進行討論，關於這一點，教科書上是沒有的。關於討論一字未提是毫無理由的。實際上很容易說清楚：若已知點不在已知直線上，這個問題永遠可解。關於解的唯一性的問題很自然地引導學生了解研究直線的平行公理 (§ 75) 的必要性。這就是，這個唯一性問題可以用來作為例行的下一課的一個引子。

這樣一來，現在我們就可以有根據地來說明教科書上所採取的教材佈置的合理性。在這樣的佈置裏，研究直線平行公理是必要的，不只是由於理論材料的內部邏輯性，而且是由於解實際問題而引起的，但是對於前一理由，學生往往是不大懂得的。

§ 4. 教師們每逢上課時常說的一句話“今天我們要講……公理”，這是為了集中學生們的注意力。要使他們理解為什麼今天要講的就是這個數學材料而不是其他的數學材料。很遺憾的是教師們常常沒有相應地注意到講授新材料的必要的理由。於是學生們把新的課題看作是例行而不可避免的，因而他們接受時就會是很被動的。這種情況無論是從教或從學的觀點來講，都是不能容許的。隨時隨地使學生們明瞭需要新教材的確實的理由是很重要的。

在我們的教課計劃中講授新的理論材料是由於解決實際問題

而引出來的。這樣一來，學生們自然就得到了在思想上是很重要的結論，這個結論揭露了理論與實踐的關係：理論由於實踐的需要而發生，理論供給我們以武器來解決實踐問題。

在課堂教學的過程中，下述有趣的問題也可以引導學生得到上述的結論：今後是否可以用新方法來解決前邊的求作相等角的問題，而這個新方法就是作直線平行於已知角的邊？須知用這種方法，我們可以通过畫一系列的平行線來作很多個角等於已知角！這個有趣問題的回答可以推動學生們要求學習下面的關於“兩平行線和第三條直線相交所成的角”的定理（在教科書上 § 77，這是 § 73 定理的逆定理）以及更後面的關於“對應邊互相平行或互相垂直的兩角”的定理（§ 79 及 § 80）。

這樣一來，教師們在解決“上課時應當講解什麼，如何講解，為什麼要這樣作”諸問題時，就確定了所要講的這一課在這課題的一系列的課中所佔的地位。這時必需注意到如果能夠更好地與逐步地體現理論與實踐的有機聯繫，那麼就會更有效地使學生們清晰地與具體地了解課題的內在的邏輯性；所謂理論與實踐有機的聯繫就是表現在：實踐問題促成理論的綜合，並供給理論的綜合以材料，而理論轉過來又供給解決新的及複雜的實踐問題以武器。

§ 5. 用這樣的辦法來處理所考慮的一課的開頭部分與結尾部分內容的草案時，有的時候我們會碰到必須對於所計劃的這一課題以前的幾課加以部分的修正。

例如我們所看的那一課就是這樣。

在教科書的 § 74 中就有幾行我們沒有用到的結尾語：

“利用三角板及直線來作平行線是很方便的，由圖 76 看來（本

書中的圖4)這是顯然的。”

圖的解釋 圖中畫斜綫的三角板代表三角板的原始位置，沒有畫斜綫的三角板代表三角板由原始的位置沿着直尺的邊移動後的位置。

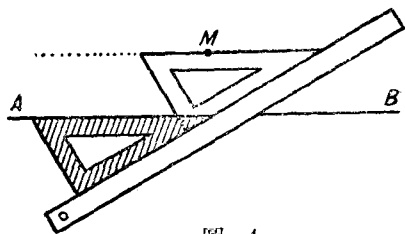


圖 4

拿這幾句話作為本節的結尾語是不恰當的，因為在這個問題的相當複雜的解法之後，又提出來另外一個方便的作平行綫的方法，很自然地會引起這樣的疑問：“那麼我們為什麼要用這樣複雜的方法來解這個問題呢？！”

但是寫在教科書上的這個另外的作平行綫的方法，這件事情本身倒是很有意思的。首先，由於這件事情可以引起希望進一步探討的問題：例如“是不是這個問題還可以用其他的方法來解決呢？為什麼我們要用各種不同的方法去解決同一個問題呢？”——最後——“如果不是在紙上，而是在實踐裏，例如在實地測量上，那麼應該怎樣來作平行綫呢？”教師們應當利用這一寫在教科書上的而在實踐上更方便的作圖方法作為很好的教學啓示。

下列兩種情形同樣地都會降低對於領會學校裏各科的效果：

- 1) 大綱中材料的理論講授與應用這個理論的實踐示範孤立起來；
- 2) 實踐示範與它的必要的理論基礎分開。

個別的實踐方法的示範是必要的，但是不能形成了為示範而示範。在普通學校裏，它應當被利用來作為學生理解和堅實地掌握大綱中的材料的手段，從而，它應當伴隨著它的理論基礎的學習來進行。