

# GANGQIAO

4

〔日〕小西一郎 编

## 钢 桥



8.36  
59  
)

人 民 铁 道 出 版 社

# 钢 桥

## 第 四 分 册

[日] 小西一郎 编

戴 振 藩 译

人 民 铁 道 出 版 社

1 9 8 1 年 · 北 京

## 内 容 提 要

本分册讲述拱桥及斜拉桥两大类结构。拱桥中以介绍兰格尔体系、尼尔森体系为主,着重讲适合电算的结构分析方法;对斜拉桥讨论了形式的选择、结构分析、钢缆、抗风稳定性及抗震设计等。

本书可供高等院校桥梁专业师生和有关工程技术人员参考。

## 钢 桥

### 第 四 分 册

〔日〕小西一郎 编

戴振藩 译

人民铁道出版社出版

责任编辑 王能远

封面设计 赵敬宇

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092 $\frac{1}{16}$  印张: 13.75 字数: 294 千

1981年6月第1版 1981年6月第1次印刷

印数: 0001—2,000册 定价: 1.45 元

## 出版说明

本书是一部详细阐述现代桥梁设计理论及设计方法的巨幅著作。原书为日本丸善株式会社1976年版，共四册，分为设计篇及基础篇。前者阐述各式桥梁的设计方法及介绍结构实例，后者着重介绍桥梁设计所用的基础理论及基本资料。

我国目前新建、待建的大跨度钢桥虽然为数不多，但是本书中所述设计原则及力学分析也适用于同样结构型式的钢筋混凝土桥及预应力混凝土桥。我们深信本书的翻译出版，将有助于我国桥梁事业的发展。

为了及早与读者见面，我们将全书分为11个分册陆续出版。本分册译稿由我社聘请劳远昌教授作了文字方面的校阅及修改。

全书主要内容及分册划分如下：

| 原 书    | 内 容                    | 译 本   |
|--------|------------------------|-------|
| 设计篇 I  | 第一章 桥面系构造              | 第一分册  |
|        | 第二章 板梁桥                | 第二分册  |
|        | 第三章 桁架桥                | 第三分册  |
| 设计篇 II | 第四章 拱 桥                | 第四分册  |
|        | 第五章 斜拉桥                |       |
|        | 第六章 悬索桥                | 第五分册  |
|        | 第七章 曲线桥、斜桥             | 第六分册  |
|        | 第八章 纵向联结系、横向联结系、桥门架    |       |
|        | 第九章 支 座                |       |
| 基础篇 I  | 第一章 绪 论                | 第七分册  |
|        | 第二章 荷 载                |       |
|        | 第三章 结构材料               |       |
|        | 第四章 安全系数、安全度、可靠度       |       |
|        | 第五章 强度设计法              |       |
|        | 第六章 构件连接法              | 第八分册  |
|        | 第七章 平板理论               |       |
|        | 第八章 格子梁理论              | 第九分册  |
|        | 第九章 屈曲理论               |       |
|        | 第十章 构件设计               |       |
| 基础篇 II | 第十一章 抗风设计              | 第十分册  |
|        | 第十二章 抗震设计              |       |
|        | 第十三章 钢结构的安全性、可靠性的统计学方法 | 第十一分册 |
|        | 第十四章 电子计算机的应用          |       |
|        | 第十五章 特大桥的架设            |       |

## 设计篇Ⅱ 绪言

在本书“钢桥设计篇Ⅱ”中，继“设计篇Ⅰ”中所阐述的桥面系结构、梁式桥和桁架桥之后，汇编了拱桥、斜拉桥、悬索桥、曲线桥、纵横向联结系、桥门结构和支座，作为钢桥的各种形式的后半部分。

第四章介绍拱桥。作为拱桥的结构分析方法、长期以来虽有多种，但随着电子计算机的发展，位移法是最统一和广泛应用的方法。本书的特点是从这个观点出发，统一叙述位移法的分析法。在拱桥中叙述兰格尔（Langer）梁桥，尼尔森（Nielsen）体系桥梁，为了避免与其他书籍重复，对洛泽（Lohse）梁桥只作简单的叙述。关于钢桥的抗风问题，在本书“基础篇”中将详细叙述，这里只对管拱桥与拱桥吊杆的抗风问题提出了两三个问题。

第五章介绍斜拉桥。斜拉桥从它的原形来看，于19世纪初期就已经在欧洲出现过，因为当时对它的静力学的性状没有正确认识，所以发生了几座桥的塌落事故。近代的斜拉桥可以说是西德的桥梁技术的产物。也就是说以1955年依靠西德的技术在瑞典建造的 Strömsund 桥为开端。以后由于它的刚性比悬索桥的优越，就发展到了悬索桥的领域内，长大斜拉桥的计划现在已经闻名了。在日本自从作为正规形式的斜拉桥的摩耶大桥（1966年）建成以来，又有相当多数量的斜拉桥设计和施工，关于斜拉桥，在各种机关的刊物中已有论文报告，但是汇总起来的书籍，现在日本还没有见过。因此，根据这一情况，在本章中提出斜拉桥并讨论了形式的选择、结构分析、钢缆、钢缆与梁的连接点的详细应力分析、抗风稳定性、抗震设计等方面。

第六章介绍悬索桥。关于悬索桥，已经在许多专门书中介绍了，特别在日本自从调查了本州至四国联络桥以来，出版了从各方面出发的研究成果。但是对于悬索桥一般都是指简易悬索桥，专门的书籍多数是用弹性理论最早的解来阐述的。在本书中，以长大悬索桥为重点，对于结构分析从挠度理论开始，解释线性挠度理论及有限位移理论。因为悬索桥刚性不如其他形式的桥梁好，所以它在抗风稳定方面和在列车行走时稳定方面的动力学性状是特别重要的问题。这将在本书“基础篇”中详细叙述，而在本章中仅叙述它的竖直挠度、水平挠度以及关于扭转的各种振动的基础理论，还叙述由行车荷载与颤振所产生的强迫振动。其次叙述悬索桥的主要结构部分，例如钢缆、塔、锚碇、悬吊结构、伸缩接头及鞍座，还介绍了长大悬索桥所用的支座。此外，针对世界上最近的长大悬索桥的主要方面，介绍了各桥的特点和结构概要，最后并附有用于长大悬索桥方案设计的参考图表。

第七章叙述曲线桥与斜桥。在最近的公路桥特别在高架高速公路桥中占重要位置的曲线桥，随着焊接结构的发展，在结构上业已做得很考究。在曲线桥的结构分析方面值得指出，由于桥轴采取曲线形，由扭转所引起的桥梁横截面的翘曲约束而产生的弯曲扭转应力，形成扭矩的相当大一部分。因此用简单扭转理论不可能得到正确的解。在钢筋混凝土曲线桥及预应力混凝土曲线桥中，弯曲扭转应力比较小，用简单扭转理论多半是足够了；但是由薄壁截面构成的钢桥，多数为开口截面部分，弯曲扭转应力具有重要的意义。因此对曲线桥的弯曲扭转理论作详细叙述，继而对正交异性板理论、折板理论、多角形曲线桥理论、有限单元

法、有限条元法、连续曲线折板理论、曲线格子梁理论、转换矩阵法等作了概述。其次，叙述了曲线桥的一些力学特性、设计上的注意点、曲线桥的实例以及曲线桥的动力学性状的实用算法。

关于斜桥，叙述了结构分析和斜梁桥的设计。

第八章叙述纵向联结系、横向联结系和桥门结构的设计算法与构造法。特别也谈到以立体结构分析为基础的设计的合理化。

第九章介绍支座。关于钢桥的支座，在日本道路协会1973年4月出版的“公路桥梁支座手册”中，除了支座的设计与施工之外，对维护检修、制造与检查都作有详细的叙述。因此在本章中只介绍钢支座、合成橡胶支座、氟素树脂支座及用多种材料做成的支座。长大桥梁特别是长大悬索桥的支座必须是特别的构造，关于这方面，在第六章6.6.7节中业已叙述。

总括起来，在设计篇Ⅱ的以上各章中所讲的是：（1）对于结构分析考虑了尽可能地便于利用电子计算机；（2）在设计示例与计算示例中，凡是关于日本的例子多半采用了编者在计划、设计与施工中以某种方式参与过的；（3）在引用的设计示例与计算示例中，因为遵照了在设计实际桥时的设计规范，所以也许可以说有某些内容有若干陈旧的感觉。因为关于（2）的资料容易收集得来，而关于（3）的原稿已写了相当年数了，由于要花时间，拟在今后根据读者反映的意见再予以改正。

（前言中向有关方面表示谢意的部分译时从略）。

编者 小西一郎

1975年11月26日

# 目 录

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 第四章 拱桥                  | 1  |
| 4.1 按位移法分析拱结构           | 1  |
| 4.1.1 概述                | 1  |
| 4.1.2 位移法公式             | 1  |
| 4.1.3 有限位移理论            | 5  |
| 4.1.4 程序                | 6  |
| 4.2 拱桥                  | 6  |
| 4.2.1 拱桥的分类             | 6  |
| 4.2.2 适用的跨度及各种形式的特点     | 7  |
| 4.2.3 拱高与跨度的比值          | 10 |
| 4.2.4 梁高                | 10 |
| 4.2.5 著名拱桥举例            | 11 |
| 4.2.6 架设用的铰             | 22 |
| 4.2.7 拱桥设计中的挠度理论        | 24 |
| 4.2.8 管拱桥空气阻力试验         | 30 |
| 4.3 兰格尔梁桥               | 34 |
| 4.3.1 概述                | 34 |
| 4.3.2 兰格尔梁桥的构造          | 36 |
| 4.3.3 设计中的必要资料          | 39 |
| 4.3.4 特殊结构形式            | 40 |
| 4.3.5 架设                | 41 |
| 4.3.6 兰格尔梁桥的固有振动频率      | 41 |
| 4.3.7 日本国外著名的杆拱桥（兰格尔梁桥） | 42 |
| 4.3.8 兰格尔梁的梁端部          | 66 |
| 4.3.9 由风产生的吊杆振动         | 74 |
| 4.4 洛泽梁                 | 76 |
| 4.4.1 概述                | 76 |
| 4.4.2 洛泽梁的设计            | 78 |
| 4.4.3 洛泽梁的梁端部           | 79 |
| 4.5 尼尔森体系桥梁             | 79 |
| 4.5.1 概述                | 79 |
| 4.5.2 各种形式的尼尔森体系桥梁      | 80 |
| 4.5.3 适用的跨度及所需的钢重       | 89 |
| 4.5.4 尼尔森体系桥梁的设计        | 89 |



|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 4.5.5 尼尔森体系桥梁的架设 .....              | 91  |
| 参考文献 .....                          | 91  |
| 第五章 斜拉桥 .....                       | 96  |
| 5.1 概述 .....                        | 96  |
| 5.1.1 斜拉桥的特征与优点 .....               | 96  |
| 5.1.2 斜拉桥的历史 .....                  | 98  |
| 5.1.3 斜拉桥的沿革及建桥实例 .....             | 101 |
| 5.1.4 斜拉桥的分类 .....                  | 113 |
| 5.2 斜拉桥的分析 .....                    | 117 |
| 5.2.1 根据力法的分析 .....                 | 117 |
| 5.2.2 按位移法分析斜拉桥 .....               | 123 |
| 5.2.3 根据转换矩阵法的分析 .....              | 125 |
| 5.2.4 考虑变形的分析 (根据有限位移理论的分析) .....   | 137 |
| 5.3 斜拉桥的结构体系 .....                  | 141 |
| 5.3.1 概述 .....                      | 141 |
| 5.3.2 跨度比及钢缆的布置 .....               | 142 |
| 5.3.3 钢缆的张拉形状 .....                 | 143 |
| 5.3.4 塔底的支承条件及塔与钢缆的连接条件 .....       | 146 |
| 5.4 斜拉桥的预施应力 .....                  | 148 |
| 5.4.1 预施应力的目的 .....                 | 148 |
| 5.4.2 施加预应力的方法 .....                | 149 |
| 5.4.3 预应力施加量的确定 .....               | 151 |
| 5.5 斜拉桥钢缆的锚定 .....                  | 152 |
| 5.5.1 锚定结构 .....                    | 152 |
| 5.5.2 锚定构造的应力计算-I (假定应力分布角度法) ..... | 155 |
| 5.5.3 锚定构造的应力计算-II (有限单元法) .....    | 160 |
| 5.5.4 算例 .....                      | 162 |
| 5.5.5 模型试验示例 .....                  | 167 |
| 5.5.6 实际桥梁加载试验示例 .....              | 175 |
| 5.6 斜拉桥的核算项目 .....                  | 177 |
| 5.6.1 主梁 .....                      | 177 |
| 5.6.2 塔 .....                       | 178 |
| 5.6.3 其他 .....                      | 179 |
| 5.7 斜拉桥的钢缆 .....                    | 179 |
| 5.7.1 概要 .....                      | 179 |
| 5.7.2 钢缆的拉力及拉伸 .....                | 181 |
| 5.7.3 钢缆的疲劳 .....                   | 182 |
| 5.7.4 P.P.W.S.的问题与试验及工艺 .....       | 184 |
| 5.8 斜拉桥的抗风稳定性 .....                 | 188 |
| 5.8.1 斜拉桥的自由振动性状 .....              | 188 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 5.8.2 风力引起的斜拉桥的限制振动·····    | 190 |
| 5.8.3 斜拉桥的弯曲扭转颤振（发散振动）····· | 194 |
| 5.8.4 横截面形状的选择·····         | 199 |
| 5.9 斜拉桥的抗震设计示例·····         | 200 |
| 5.10 斜拉桥与悬索桥的比较·····        | 202 |
| 5.10.1 刚性·····              | 202 |
| 5.10.2 抗风稳定性·····           | 202 |
| 5.11 长大斜拉桥及公路铁路两用斜拉桥·····   | 203 |
| 参考文献·····                   | 206 |

## 第四章 拱 桥

本章所称的拱桥是拱系统的桥梁的总称，包括拱桥，兰格尔（Langer）梁桥，兰格尔桁式桥，洛泽（Lohse）梁桥及尼尔森体系（Nielsen）桥梁。在第二次世界大战前的名著，三浦七郎著的钢桥下卷（常磐书房，1936年）中第一章和第二章以133页的篇幅详述了拱桥及其实例，对象为狭义的拱桥。在平井敦著的钢桥第Ⅲ卷（技报堂，1967年）中详论了洛泽梁的泛论设计和算例，以及兰格尔梁及兰格尔桁式桥。因为如将这些综合起来，可以包括全部拱桥，所以在本章中尽量避免与以上各书所述的重复。首先叙述根据位移法的分析法，试介绍关于各种桥梁形式的国外新的著名例子，最后对于尼尔森体系的桥比较详细地叙述，其它就不多讲了。

### 4.1 按位移法分析拱结构

关于拱桥设计中的主要分析法，除上述著作之外在别处也有详述，但最近随着电子计算机的发展，以利用电子计算机为前提的分析法，在实际设计中极为重要，本节首先对新的结构分析法作简单的叙述。

#### 4.1.1 概 述

作为拱体系的桥梁可以列举拱、兰格尔梁、洛泽梁等。从来拱及兰格尔梁总根据弹性方程法分析，而洛泽梁总根据三弯矩方程法分析。特别对于洛泽梁有平井敦的三弯矩方程法以及用矩阵表示的结合分析法，即使说第二次世界大战后在洛泽梁的设计中大部分用这种方法也并非言之过甚。但是如下所述，类似于用于刚架分析的位移法的形式，对于这样的结构物的分析，因为其多元联立一次方程的解法困难，也就未曾加以考虑了。

随着电子计算机的发展，多元联立一次方程的求解现在已变容易，对于作为分析对象的结构物，改变每次的分析法并不理想，希望对于整个结构物采用同一的分析法。如果以系杆拱、兰格尔梁和洛泽梁作为例子来看，将洛泽梁上弦杆的截面惯性矩当作零，则为兰格尔梁，将洛泽梁的下弦杆的截面惯性矩当作零，则为系杆拱。因此如果对于洛泽梁求出一般的解法，凭借适当地处理其他的两种截面量，完全可以用同一的方法来分析。

因此，这里首先叙述对一般的构架结构的位移法。日本对这种方法有许多的研究，兹对计入杆件剪切变形影响的藤野公式加以叙述。

#### 4.1.2 位移法公式

在图4.1中，杆件 $ij$ 的长度、截面积和截面惯性矩各为 $l$ 、 $A$ 和 $I$ ，为了表示杆件起见

附加脚标 $ij$ 。杆件 $ij$ 对 $x$ 轴的倾角为 $\psi_{ij}$ 。作用于杆件的 $i$ 端的杆端力为弯矩、杆件轴方向的力（轴向力）和在垂直方向的力（剪力），各为 $M_{ij,i}$ 、 $X_{ij,i}$ 和 $Y_{ij,i}$ 。这些杆端力与杆端的位移（图4.1中的 $u$ 、 $v$ 、 $\theta$ ）对局部坐标 $\xi$ 和 $\eta$ 的关系如下：

$$\left. \begin{aligned} X_{ij,i} &= \frac{E_{ij}A_{ij}}{l_{ij}}(u_{ij,j} - u_{ij,i}) \\ Y_{ij,i} &= \frac{12E_{ij}I_{ij}}{l_{ij}^3} \frac{(v_{ij,j} - v_{ij,i}) - (l_{ij}/2)(\theta_{ij,j} + \theta_{ij,i})}{1 + 12\varepsilon_{ij}} \\ M_{ij,i} &= \frac{E_{ij}I_{ij}}{l_{ij}^2} \frac{6(v_{ij,j} - v_{ij,i}) - 2l_{ij}(1 - 6\varepsilon_{ij})\theta_{ij,j} - 4l_{ij}(1 + 3\varepsilon_{ij})\theta_{ij,i}}{1 + 12\varepsilon_{ij}} \\ X_{ij,j} &= -X_{ij,i} \\ Y_{ij,j} &= -Y_{ij,i} \\ M_{ij,j} &= M_{ij,i} - Y_{ij,i} \cdot l_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

其中  $\varepsilon_{ij} = E_{ij} \cdot I_{ij} / G_{ij} A_{ij} l_{ij}^2$ （无名数）， $E$ 及 $G$ 各为弹性模量及剪切弹性模量。

其中杆端力的符号如图4.2，以向着 $\xi$ 和 $\eta$ 轴的正方向以及从 $\xi$ 轴的正方向朝着 $\eta$ 轴的正方向为正，位移也是以这个方向为正。

如果在式4.1中忽略剪切位移，当 $\varepsilon_{ij} \rightarrow 0$ 时，杆端弯矩如下：

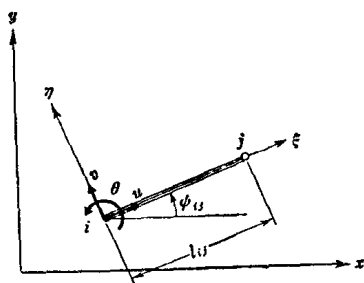


图 4.1

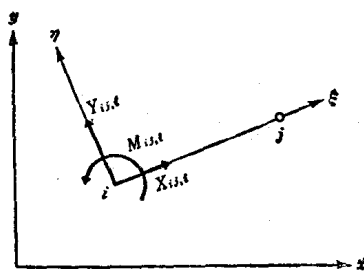


图 4.2

$$\begin{aligned} M_{ij,i} &= \frac{E_{ij}I_{ij}}{l_{ij}^2} \left\{ 6(v_{ij,j} - v_{ij,i}) - 2l_{ij}\theta_{ij,j} - 4l_{ij}\theta_{ij,i} \right\} \\ &= -\frac{E_{ij}I_{ij}}{l_{ij}} \left\{ 2\theta_{ij,i} + \theta_{ij,j} - \frac{3(v_{ij,j} - v_{ij,i})}{l_{ij}} \right\} \end{aligned}$$

在普通结构力学中所用的规定以时针旋转方向为正，因为在这里的规定是相反的，所以这里的 $M_{ij,i}$ 如果根据普通结构力学的规定则应为 $-M_{ij,i}$ 。还有， $v$ 和 $\theta$ 也应该变更符号。如果这样，就与刚架分析中一贯所用的熟悉公式完全一致（图4.3）。

因此，如果规定作用于点 $i$ 的外力如图4.4，则杆端力与外力的平衡条件式为：

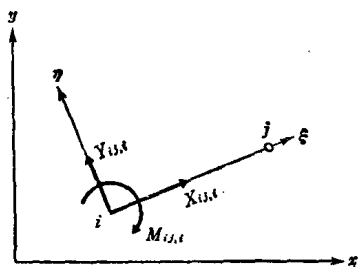


图 4.3

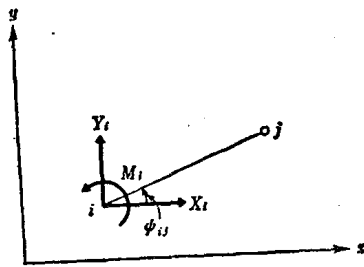


图 4.4

$$\left. \begin{aligned} \sum_j (X_{ij,i} \cos \psi_{ij} - Y_{ij,i} \sin \psi_{ij}) + X_i &= 0 \\ \sum_j (X_{ij,i} \sin \psi_{ij} + Y_{ij,i} \cos \psi_{ij}) + Y_i &= 0 \\ \sum_j M_{ij,i} + M_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

如将式 (4.1) 代入上式, 则求出平衡方程如下:

$$\begin{aligned} & \left\{ - \sum_j (a_{ij} \cos^2 \psi_{ij} + b_{ij} \sin^2 \psi_{ij}) \right\} u_i + \left\{ - \sum_j (a_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij} \right. \\ & \quad \left. - b_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij}) \right\} v_i + \left\{ - \sum_j c_{ij} \sin \psi_{ij} \right\} \theta_i \\ & + \sum_j \left\{ (a_{ij} \cos^2 \psi_{ij} + b_{ij} \sin^2 \psi_{ij}) u_j \right\} + \sum_j \left\{ (a_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij} \right. \\ & \quad \left. - b_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij}) v_j \right\} - \sum_j \left\{ (c_{ij} \sin \psi_{ij}) \theta_j \right\} + X_i = 0 \end{aligned} \quad (4.3a)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ - \sum_j (a_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij} - b_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij}) \right\} u_i \\ & + \left\{ - \sum_j (a_{ij} \sin^2 \psi_{ij} + b_{ij} \cos^2 \psi_{ij}) \right\} v_i + \left\{ \sum_j (c_{ij} \cos \psi_{ij}) \right\} \theta_i \\ & + \sum_j \left\{ (a_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij} - b_{ij} \sin \psi_{ij} \cos \psi_{ij}) u_j \right\} \\ & + \sum_j \left\{ (a_{ij} \sin^2 \psi_{ij} + b_{ij} \cos^2 \psi_{ij}) v_j \right\} + \sum_j \left\{ (c_{ij} \cos \psi_{ij}) \theta_j \right\} + Y_i = 0 \end{aligned} \quad (4.3b)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_j (d_{ij} \sin \psi_{ij}) \right\} u_i + \left\{ - \sum_j (d_{ij} \cos \psi_{ij}) \right\} v_i + \left\{ \sum_j (e_{ij}) \right\} \theta_i \\ & - \sum_j \left\{ (d_{ij} \sin \psi_{ij}) u_j \right\} + \sum_j \left\{ (d_{ij} \cos \psi_{ij}) v_j \right\} \\ & + \sum_j \left\{ (f_{ij}) \theta_j \right\} + M_i = 0 \end{aligned} \quad (4.3c)$$

其中各个系数如下:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{E_{ij} A_{ij}}{l_{ij}} \\ b_{ij} &= \frac{12 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}^3 (1 + 12 \varepsilon_{ij})} = \frac{12 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}^3} \quad (\varepsilon_{ij} = 0 \text{ 时}) \\ c_{ij} &= \frac{-6 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}^2 (1 + 12 \varepsilon_{ij})} = \frac{-6 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}^2} \quad (\varepsilon_{ij} = 0 \text{ 时}) \\ d_{ij} &= \frac{6 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}^2 (1 + 12 \varepsilon_{ij})} = -c_{ij} \\ e_{ij} &= \frac{-4 E_{ij} I_{ij} (1 + 3 \varepsilon_{ij})}{l_{ij} (1 + 12 \varepsilon_{ij})} = \frac{-4 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}} \quad (\varepsilon_{ij} = 0 \text{ 时}) \\ f_{ij} &= \frac{-2 E_{ij} I_{ij} (1 - 6 \varepsilon_{ij})}{l_{ij} (1 + 12 \varepsilon_{ij})} = \frac{-2 E_{ij} I_{ij}}{l_{ij}} \quad (\varepsilon_{ij} = 0 \text{ 时}) \end{aligned}$$

式(4.3)中包含的 $\psi_{ij}$ 可从下式算出:

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi_{ij} &= \frac{x_j - x_i}{l_{ij}}, \quad \sin \psi_{ij} = \frac{y_j - y_i}{l_{ij}} \\ l_{ij}^2 &= (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

对于各个节点求出式(4.3), 组成多元联立一次方程, 并解算以求得 $u$ 、 $v$ 和 $\theta$ 。再把它们代入于杆端截面力的基本式子中, 就可以计算截面力及节点的位移。

以上的式子引自文献(1)、成岗、兕鳴及山本也诱导出同样的公式并应用于分析中<sup>2)~5)</sup>。

以上完全未用矩阵表示, 但是用矩阵表示则更简单。以下根据文献(6)分述其要点。

对于受弯杆件, 杆端位移 $d$ 与作用于杆端的节点力 $f$ 之间有以下的关系:

$$f = Kd$$

其中 $f$ 和 $d$ 为作用于杆端的节点力及杆端位移的矩阵, 其定义如下:

$$f = \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}, \quad d = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

在这种情况下坐标轴采取的方向与前面所讲的一样, 在位移 $u$ 、 $v$ 和 $\theta$  (在这里 $\theta$ 表示旋转)中, 对于 $u$ 和 $v$ 是向坐标轴的正方向为正; 对于 $\theta$ 是由 $x$ 轴的正方向轴向 $y$ 轴的正方向, 即逆时针旋转方向为正。还有,  $X$ 和 $Y$ 在杆端顺坐标轴的正方向为正, 对于杆端弯矩 $M$ 则顺着 $\theta$ 的正方向为正。如果 $K$ 为刚度矩阵, 对于带刚性节点的杆件( $E, I, A, l, \psi$ ),  $K$ =[转换矩阵的转置矩阵][相应于局部坐标的刚度矩阵][转换矩阵]组成如下:

$$K = \begin{bmatrix} \lambda & -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} \frac{A}{l} & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} & 0 & -\frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} & 0 & -\frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} \\ -\frac{A}{l} & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} & 0 & \frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} & 0 & -\frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= E \begin{bmatrix} \frac{A}{l} \lambda^2 + \frac{12I}{l^3} \mu^2 & \left(\frac{A}{l} - \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & -\frac{6I}{l^2} \mu & -\frac{A}{l} \lambda^2 - \frac{12I}{l^3} \mu^2 & \left(-\frac{A}{l} + \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & -\frac{6I}{l^2} \mu \\ \left(\frac{A}{l} - \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & \frac{A}{l} \mu^2 + \frac{12I}{l^3} \lambda^2 & \frac{6I}{l^2} \lambda & \left(-\frac{A}{l} + \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & -\frac{A}{l} \mu^2 - \frac{12I}{l^3} \lambda^2 & \frac{6I}{l^2} \lambda \\ -\frac{6I}{l^2} \mu & \frac{6I}{l^2} \lambda & \frac{4I}{l} & \frac{6I}{l^2} \mu & -\frac{6I}{l^2} \lambda & \frac{2I}{l} \\ -\frac{A}{l} \lambda^2 - \frac{12I}{l^3} \mu^2 & \left(-\frac{A}{l} + \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & \frac{6I}{l^2} \mu & \frac{A}{l} \lambda^2 + \frac{12I}{l^3} \mu^2 & \left(\frac{A}{l} - \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & \frac{6I}{l^2} \mu \\ \left(-\frac{A}{l} + \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & -\frac{A}{l} \mu^2 - \frac{12I}{l^3} \lambda^2 & -\frac{6I}{l^2} \lambda & \left(\frac{A}{l} - \frac{12I}{l^3}\right) \lambda \mu & \frac{A}{l} \mu^2 + \frac{12I}{l^3} \lambda^2 & -\frac{6I}{l^2} \lambda \\ -\frac{6I}{l^2} \mu & \frac{6I}{l^2} \lambda & \frac{2I}{l} & \frac{6I}{l^2} \mu & -\frac{6I}{l^2} \lambda & \frac{4I}{l} \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \cos \psi \quad \mu = \sin \psi$$

这是任意的刚节杆件的标准坐标轴的刚度矩阵。

对于刚节结构的各杆件建立  $f = Kd$ 。把它们合起来，对整个结构求  $f = Kd$ ，在这种情况下，右边的  $d$  为结构的全部节点的  $(u, v, \theta)$ 。针对在节点处的杆端力，求  $\sum f$ 。它们构成作用于各节点的外部荷载，也就是假设在各节点从外部作用的荷载为  $P_i$ 、 $Q_i$  和  $M_i$ ，以坐标轴方向为正，则

$$\sum_j X_{ij} = P_i \quad \sum_j Y_{ij} = Q_i \quad \sum_j M_{ij} = M_i$$

在该项位移元素中消去在边界条件中所给定的位移。例如，在旋转支点处为  $u=0$  及  $v=0$ ，在移动支点处为  $u \neq 0$ 。与此相应，消掉与消去的位移相对应的杆端力（亦即荷载）的元素，建立将位移当作未知数的多元联立一次方程。解出  $d = K^{-1}f$ ，也就是利用荷载项求得位移。把它代入原来的基础式中，因为杆端力通过作用于节点的荷载的项来表示，所以就可求得截面力的影响线以及节点位移的影响线。

#### 4.1.3 有限位移理论

在普通的结构中，由于外力的作用而产生的变形，与结构的截面尺寸相比是比较微小的，而并非按照一个与变形前的形状显著不同的形状来达到平衡状态。因此在一般的结构分析中可以采用假定位移极为微小的弹性理论。弹性理论作如下的假定。

- (1) 各杆件的弹性模量是一定的，与应力无关系。
- (2) 杆件截面的变形可以忽略，在杆件端部，杆端力与位移是线性关系。
- (3) 由于荷载所产生的结构位移是微小的，在考虑外力作用状态下的力的平衡时，结构的尺寸可以按外力作用以前的尺寸的原样使用。

去掉以上无论任何一条假设都将形成非线性理论，而普通采用的有限位移理论是除去了以上的 (3) 的情况的分析理论。

因此微小位移理论与有限位移理论的差别是将式 (4.4) 改写为以下那样，也就是在微小位移理论中的  $\psi_{ij}$  常常按定值处理，但在有限位移理论中，并不认为  $\psi_{ij}$  是不变的，而考虑节点的位移，得出以下式子：

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi_{ij} &= \frac{(x_j + u_j) - (x_i + u_i)}{l_{ij}} \\ \sin \psi_{ij} &= \frac{(y_j + v_j) - (y_i + v_i)}{l_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

$$l_{ij} = \sqrt{\{(x_j + u_j) - (x_i + u_i)\}^2 + \{(y_j + v_j) - (y_i + v_i)\}^2}$$

此式考虑了位移后的状态。如果把它代入式 (4.2) 中，则式 (4.2) 成为高次非线性方程，就不能求解。因此，首先在用微小位移理论求得的位移的位置，组成并修订平衡方程。这样反复进行逐次修正，必须直至平衡位置与平衡方程没有差异为止。

式 (4.4) 中的  $u$  和  $v$  值假设如下：

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha u_i^{(n)} + (1 - \alpha) u_i^{(n-1)} \\ v_i &= \alpha v_i^{(n)} + (1 - \alpha) v_i^{(n-1)} \end{aligned}$$

其中， $\alpha$ ——衰减系数， $n$ ——演算的反复次数， $u_i^{(0)} = v_i^{(0)} = 0$ 。

根据下式判断收敛：

$$\max \left| \frac{u_i^{(n)} - u_i^{(n-1)}}{u_i^{(n)}} \right| < \varepsilon, \quad \max \left| \frac{v_i^{(n)} - v_i^{(n-1)}}{v_i^{(n)}} \right| < \varepsilon$$

衰减系数 $\alpha$ 的值对于悬索桥以 $\alpha=0.7$ （短跨度的情况） $\sim \alpha=0.2$ （长跨度的情况）为宜<sup>7)</sup>。而根据安藤与成岡的研究对于拱系桥梁等以 $\alpha=1.2$ 为宜<sup>8)</sup>。适当的 $\alpha$ 值可根据结构的种类与荷载状态的变化情况来考虑。

#### 4.1.4 程 序

创编一个应用范围广泛的多目的程序时，最要注意的是输入数据形式要尽量简单，因此，跟着目的而定的输出数据的控制就可以简单了。这是为了有效地使用程序的必要，计算效率应该按照流程中从输入数据的编成开始直到计算结果的处理完毕为止来考虑。

还要从别的方面来考虑设计计算的效率。作为构架结构的表示法，输入数据格式必须具有一般性。按照数据表，它的计算的内容可以易于译码，预先使它带有作为通用语言的性质，这样在交换技术情报时就较便利。

从以上所述的出发，决定输入数据格式时应该特别注意的事项如下：

(1) 使结构与输入数据格式的对照明瞭，除了找出数据写错之外同时容易发现数据遗漏。

(2) 即使稍微多费一些计算处理时间，也要至少记述关键数据。

(3) 只有在特殊的分析中必要的记述才使用空白 (*blank*)，常用的基本结构的输入数据不要搞得太繁杂。

(4) 不要改变包括将来的输入数据，以便能扩大内容。关于这方面详见文献(1)。

以上所述的根据位移法的结构分析法，现在正广泛应用于一般的拱桥和尼尔森体系等的各种桥梁，在4.5.2节中根据尼尔森体系的各种桥梁的这种情况列出了分析的结果。

## 4.2 拱 桥

### 4.2.1 拱桥的分类

按照由拱的作用所发生的水平推力直接传布至基础地基上或由系杆分担，或者按照拱肋形式可分类如下：

|           |                                 |        |
|-----------|---------------------------------|--------|
| 按照结构体系的分类 | (a) 三铰拱——外部静定                   | 参阅图4.5 |
|           | (b) 两铰拱——外部一次超静定                |        |
|           | (c) 单铰拱——外部2次超静定                |        |
|           | (d) 固端拱 (译注——即无铰拱)<br>——外部3次超静定 |        |
|           | (e) 系杆拱——内部一次超静定                |        |
| 按照拱肋形式的分类 | (a) 实肋拱                         | 参阅图4.6 |
|           | (b) 桁肋拱                         |        |
|           | (c) 肩拱                          |        |



在上述结构体系分类中,在依靠系杆分担拱的水平推力的情况中,除了系杆拱(图4.5(e))以外,还有兰格尔梁、洛泽梁(图4.4b)和尼尔森梁(图4.117)。在本章中为了便于说明起见,对上述各种桥梁(在这里称为拱桥)作了区分,在以后各节再分别叙述。

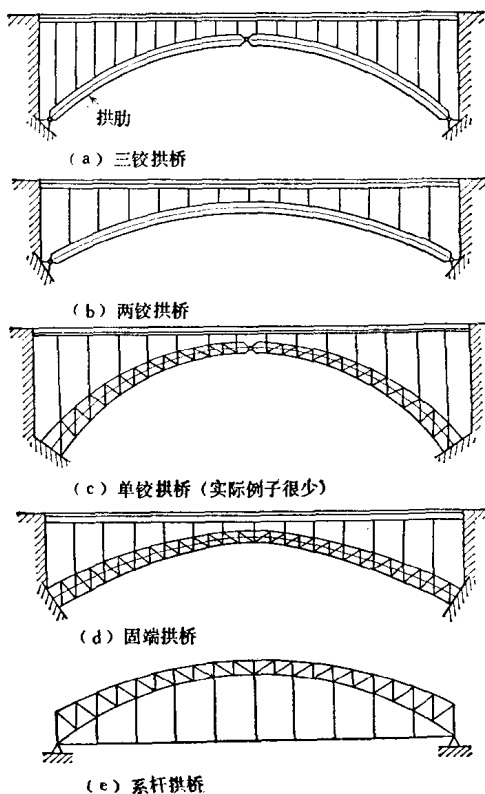


图4.5 按照结构体系分类

此外,关于按照路面的位置、拱轴线的形状和拱肋截面形状等的分类,还有针对每一个的详细说明,可参阅已出版的参考书。

一般的拱桥如修建在有良好地基足以抵抗水平推力的地点,可显出经济性、刚性大及美观等特点。因此在溪谷、海峡等地方适当地采用它并且与环境调和,从而发挥其特性的例子不少。

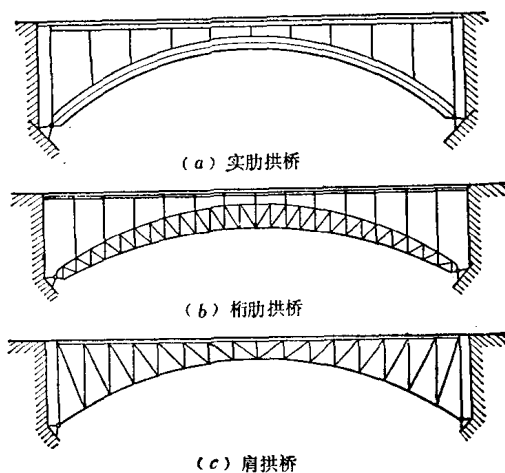


图4.6 按照拱肋形式分类

#### 4.2.2 适用的跨度及各种形式的特点

在作桥梁规划时采用拱桥的情况,多半不只是考虑经济性,而以美观为其主要因素。如将适用的跨度解释为以往大多采用拱桥的跨度,则在日本的公路桥所用的跨度可认为是90~150米。

过去,在日本假如跨度超过120米,常常选用悬索桥,其中多数桥梁宽度较窄也是其原因。但是最近由于材料和施工方法的进步,架设条件和经济条件的变化,在原来适用于悬索桥的跨度中多改用拱系桥梁。所以在这里只想按上述的分类作定性的说明。

表4.1及表4.2为世界的拱桥中跨度超过300米的以及日本的主要拱桥。

表4.1是据Jnhani Virola氏(Consultant Engineer Tapiola, Finland)在芬兰Tiemies杂志上连续发表的(1968, No.1, p.14~17, No.2, p.28~33, No.3, p.12~13, No.5, p.23~25),并在International Civil Engineering, Vol.2(1971/72), p.209~224上英译为The World's Greatest Arch Bridge(世界最大拱桥)文中所介绍的详细内容,汇总而成的简表。

以下按照最初所述的分类对各种拱桥作一概述。