

导 波 场 论

[美] R. E. 柯林 著

上海科学技术出版社

0042947

論 場 波 導

[美] R. E. 柯林 著
侯元庆 譯

中国科学院 图书馆 藏书印	13.346
	2

0451/1

02

上海科学技术出版社



0357713

5

內 容 提 要

本书从理論角度系統地分析电磁波在管状波导中的傳播，以及一般导引电磁場和电磁場輻射。

本书可供大专学校无綫电专业作教学参考用书；也可供微波专业的研究和工程人員的参考。

FIELD THEORY OF GUIDED WAVES

R. E. Collin

McGraw-Hill Book Co., 1960

导 波 場 論

侯元庆 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)
上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

大东集成联合印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/27 印張 21 21/27 排版字數 537,000
1966 年 6 月第 1 版 1966 年 6 月第 1 次印刷
印數 1-1,700

統一書号 13119·713 定价(科六) 3.20 元

原 序

有关电磁波在管状波导中的传播，以及一般导引电磁场和电磁场辐射的知识现已臻于完备，而且能够得出一套相当完整而合乎逻辑的理论。二十年前，空导电波导中电磁波的传播曾是科研文献中的课题，但今日却成了教材的内容，供大多数工学院四年级学生学习。然而，值得奇怪的是：适用于研究生的全面的导波场论却尚未成为教材问世。举凡较为复杂的导波结构、波导不均匀性、波导天线和耦合孔等问题的数学方法和解答，大都仍须在定期刊物中查阅，或不完整地散见于若干书籍内。这对于研究生显然是件不利的事，因为仅仅阅读定期刊物并不易于理解基本理论和数学方法。本书旨在作为四年级（或一年级研究生）电磁导波和较为高深专题（对研究生和专业研究者至为重要）的中间读物。此外，对于近二十年来未注视导波发展的工程师或物理学者，本书也可供作参考。本书内容力求独自完整。读者须具有电磁场理论和波导内电磁波传播的基本知识；在数学方面须熟悉解偏微分方程的分离变数法、傅里叶级数和本征函数展开式的基本概念以及傅里叶变换和拉普拉斯变换。具有上述程度的读者，在阅读本书时应该不致于有困难。

本书着重在求微波结构的场解，而不在于用等效电路参量描述结构。另一方面，所得结果用等效电路元件来解释有时却较为清晰。因此，书中对微波电路理论作了充分的介绍，使场解由等效电路表达的解成为易懂，而且合乎逻辑。

因为本书把电磁场列于首要地位，所以第1章综述了同以后各章有关的经典电磁理论。除了一般课题外，还讨论了电流层和导电劈的边界条件、等效磁流层以及若干场的等效原则（包括巴俾涅原则）。第2章讨论了泊松方程的格林函数、矢量亥姆霍兹方程的并矢格林函数和格林函数对边值问题的基本解法。该章中例题举出标量格林函数的不同形式，并

0A045/62

(II) 原 序

說明兩者之間的等效性。本章的內容將在以後章節中予以擴充。

第3章先討論了矩形坐標系中的橫電磁波，然後介紹一般正交曲線坐標系中的橫電磁波，從而確定用哪種坐標系可以求出橫電磁波的解。其次是有關波透射、散射、阻抗和導納矩陣的介紹，並應用矩陣理論解通過介質片透射問題，得出了用等效傳輸線電路表出的簡潔的解。該章隨後論述各向異性介質中和鐵氧體中(具有法拉第旋轉特性和非互易性)的電磁波傳播。

在第4章中求出了橫電磁波型傳輸線上參量的解，並建立了場和路之間的关系。該章介紹用保角變換法求傳輸線特性阻抗，並用微帶型傳輸線為應用的范例。此外還詳述用變分法求特性阻抗的上界和低界。

空波導內傳播的基本理論見第5章的前幾節。該章其他各節專論波型的完備性、波導中格林函數的建立、對傳輸線的類比和在實驗中確定波導不均勻性參量的正切法。第6章論述矩形波導中具有非均勻填充介質和鐵氧體板時的電磁波傳播。該章介紹應用瑞利-里茲法確定傳播常數的上限和建立近似本征函數，然後應用該法求出空波導和非均勻填充波導接頭的等效電路。

矩形波導中探針天線和環天線輻射的分析見第7章。此外，還介紹了有關小孔耦合極為有用的理論。圓孔和橢圓孔的極化率都作了詳盡的推導。該章最後一節簡略地介紹了矩形波導中的瞬態行為。第8章專論變分法解波導不均勻性問題。除對若干有用的方法都進行了扼要論述和比較外，還列舉電容膜片和電感膜片為范例。第9章討論周期性結構波導中的傳播，並引入Floquet定理和其他各種周期性結構所共有的基本性質。這裡同時應用場方法和路方法。高次波型在電容性加載波導中的互作用的討論見該章最後幾節。

第10章介紹有關求兩部邊值問題解答的積分變換和函數論法。這裡共有三種密切相關但出發點相異的方法：(1)無限綫性代數方程組的解；(2)直接建立適當變換函數；(3)Wiener-Hopf法。范例中有平行板、分支和矩形波導中的半膜片。

第11章介紹表面波理論和表面波導引結構。該章討論接地介質板上用綫源激勵表面波，並介紹同敞開界面波導相關的連續本征值譜的若

于性质。利用最陡下降法計算了輻射場，并指出在計算反演积分中选取分割所須注意事項，借以闡明各因子所具有的意义。

最后一章討論仿真介质媒质的基本理論，并介紹洛倫茲理論、靜電場理論和等效傳輸綫法。范例中有盘式媒质和二維帶形媒质的詳解。

在数学附录中总结了若干有用的数学論題，这些都是讀者應該掌握的，其中有矢量分析、矢量場的性质、并矢分析中的基本概念、变分法的基本原則和其他項目。此外还闡述把傅里叶級数的和写成积分形式的方法（附有級数和的表）。

綜观以上各章內容，显然不够詳尽。稍增一些內容，不免使篇幅加倍。不过，这里似乎已涉及了整个領域中最基本的原理和方法。这里可以看出，本书缺少一章專論电子波导，另一章論述电磁諧振腔的理論。前者似以列入專論微波电子管的書內为宜，由于近来已出版了不少这方面的書籍，因而这里不予列入。最初計劃中原訂有諧振腔一章，不幸雄心早泯，未能写成。

各章章末均附有习题，目的在使讀者有机会运用书中已闡述的数学方法。若干习题补充了各章中所未詳述的理論。要充分理解某一种特殊数学方法，只有一个令人滿意的办法，那就是应用到一個問題上，并詳予推出解答。这样，若干在一般理論討論中所未詳尽的疑点，就都能予以澄清。如目的只在對分析方法作一般了解，則不必过分強調解答习题。

本书最早是 1955 年在 Laval 大学为研究生開設导波場論所撰写的讲稿，后来在 Case 理工学院讲课的两年中进行了增删，才写成本书。书中所采用的分析无疑地是多数人士的工作。由于文献浩繁，一一注明原作者殊非易事；因此书中只注明著者所熟悉的文献和比較容易找到的文献。

R. E. Collin

目 录

原序

第1章 电磁理论基础	1
1.1 麦克斯韦方程	2
1.2 场强矢量和流量密度矢量的关系	5
1.3 电磁能和功率流量	9
1.4 边界条件	12
1.5 波动方程	18
1.6 辅助势函数	20
1.7 几个场的等效原理	25
1.7.1 Love 场的等效定理	25
1.7.2 巴俾涅原理	27
1.7.3 Schwarz 反射原理	31
1.7.4 镜象法	32
1.8 非齐次亥姆霍兹方程的积分	32
1.9 洛伦兹互易定理	36
参考文献	37
习题	38
第2章 格林函数	40
2.1 泊松方程的格林函数	40
2.2 修正格林函数	44
2.3 非齐次微分方程的解	45
2.4 适用于矩形槽的格林函数	49
2.5 自由空间中并矢式格林函数	55
2.6 修正并矢式格林函数	56
2.6.1 并矢式格林函数的互易关系	59
参考文献	60
习题	61
第3章 横电磁波	64
3.1 平面横电磁波	64

(ii) 目 录

3.2 正交曲线坐标系中的横电磁波	69
3.3 媒质交界面上的反射和透射	73
3.4 波矩阵	75
3.5 通过介质片的透射	83
3.6 有限电导率平面的反射	90
3.7 各向异性媒质中的横电磁波	93
3.7.1 单轴各向异性媒质和自由空间的交界面	97
3.8 铁氧体媒质内的横电磁波	102
参考文献	112
习题	112
第4章 传输线	115
4.1 一般传输线理论	115
4.1.1 理想两线传输线	115
4.1.2 小损耗的两线传输线	120
4.2 传输线的特性阻抗	128
4.2.1 用保角变换求特性阻抗	128
4.3 Schwarz-Christoffel 变换	132
4.4 用变分法求特性阻抗	144
4.4.1 Z_{c0} 低界的变分法表达式	144
4.4.2 Z_{c0} 上界的变分法表达式	148
4.5 用变分法求微带传输线的特性阻抗	150
4.5.1 Z_{c0} 的低界	150
4.5.2 Z_{c0} 的上界	154
参考文献	159
习题	160
第5章 柱形波导中的传播	164
5.1 柱形波导的一般性质	165
5.1.1 横电波型	165
5.1.2 横磁波型	167
5.2 波型的正交性	168
5.3 功率、能量和衰减	172
5.3.1 驻落波型的能量	175
5.3.2 波导中的衰减	176
5.3.3 有耗管壁波导	178
5.4 矩形波导	182
5.4.1 横电波型或 H 波型	182
5.4.2 横磁波型或 E 波型	183

5.4.3 有耗矩形波导中波型的耦合	185
5.5 圆波导	188
5.6 格林函数和波型完整性	191
5.6.1 矩形波导中 H_{n0} 波型的格林函数	191
5.6.2 适用于柱形波导的格林函数	193
5.6.3 波型完整性	197
5.7 传输线的类比	201
5.8 实验中测量等效电路参量的正切法	207
参考文献	212
习题	213
第 6 章 非均匀填充波导	217
6.1 加载介质板的矩形波导	217
6.1.1 纵剖面电波型	218
6.1.2 纵剖面磁波型	221
6.1.3 波型的正交性	222
6.2 瑞利-里兹解法	225
6.2.1 本征值的极值化	227
6.2.2 近似本征函数	228
6.2.3 完整性的证明	231
6.2.4 纵剖面电波型的方程	233
6.2.5 对于加载介质板波导的应用	234
6.3 介质的阶跃不连续性	236
6.4 矩形波导加载铁氧体	239
6.4.1 一个变分公式	243
参考文献	246
习题	247
第 7 章 波导的激励	249
7.1 探针天线	249
7.2 环天线	262
7.3 小孔耦合	274
7.3.1 定理 1 等效电流定理	274
7.3.2 定理 2 等效“磁流”定理	276
7.3.3 椭圆孔的偶极矩	282
7.3.4 矩形波导间的小孔耦合	286
7.4 波导中的瞬态过程	290
参考文献	295
习题	295
第 8 章 有关波导中不连续性的变分法	301

8.1 变分法的大意	301
8.1.1 方法 1	305
8.1.2 方法 2	310
8.1.3 方法 3	314
8.2 电容性膜片	323
8.2.1 对称电容性膜片	331
8.2.2 矩形波导中电容性膜片	331
8.3 矩形波导内薄电感性膜片	332
8.4 厚电感性膜片	335
8.5 窄电感带	343
参考文献	346
习题	346
第 9 章 周期性结构	350
9.1 Floquet 定理	350
9.2 无耗四端微波网络的几个性质	353
9.3 无限长周期性结构中的传播	357
9.4 终端有负载的周期性结构	360
9.5 加载电容性膜片的矩形波导	365
9.5.1 $k_0-\beta_0$ 图	368
9.6 能量和功率流量	369
9.7 高级波型的相互作用	371
9.8 薄套螺旋线	382
参考文献	386
习题	386
第 10 章 积分变换和函数论解法	389
10.1 一个静电场问题	390
10.1.1 方法 1 本征函数展开式法	391
10.1.2 方法 2 积分变换法	397
10.1.3 方法 3 Wiener-Hopf 法	401
10.1.4 再论 Wiener-Hopf 法	407
10.2 无限平行导电板阵	409
10.2.1 变换解	412
10.3 在加载电容性膜片平行板传输线上的应用	417
10.4 矩形波导内半填充电感性膜片	419
10.5 在 H 面分支上的应用	425
参考文献	427
习题	428

第 11 章 表面波波导	431
11.1 沿平界面传播的表面波	432
11.2 沿阻抗面传播的表面波	435
11.3 涂薄层介质的导电平面	438
11.4 沿折线平面传播的表面波	442
11.4.1 导体损耗所引起的衰减	445
11.5 沿介质片传播的表面波	446
11.5.1 TM 波型	446
11.5.2 TE 波型	449
11.5.3 连续的本征值谱	450
11.6 沿柱形结构传播的表面波	453
11.6.1 沿介质棒传播的表面波	455
11.7 场的正交性	458
11.8 表面波的激励	461
11.8.1 式(11.78)的根	468
11.8.2 求积分的鞍点法	470
11.8.3 反射场的计算	475
参考文献	481
习题	482
第 12 章 仿真介质	484
12.1 洛伦兹理论	486
12.2 静电场解法	489
12.3 相互作用常数的计算	491
12.3.1 用泊松公式求和	495
12.3.2 二维晶格的相互作用常数	496
12.3.3 波导耦合孔形成的二维晶格	497
12.4 球式和盘式仿真介质	499
12.5 盘式仿真介质的等效传输线分析法	503
12.6 二维带式仿真介质	510
12.6.1 数值结果	516
参考文献	519
习题	520
数学附录	524
A.1 矢量分析	524
A.1.1 矢量代数	524
A.1.2 微分不变式	525
A.1.3 积分不变式和变换	527

(vi) 目 录

A.1.4 正交曲线坐标	528
A.1.5 标量场和矢量场的性质	536
A.2 并矢式分析	541
A.3 矩阵	543
A.3.1 定义	543
A.3.2 矩阵本征值问题	544
A.3.3 Cayley-Hamilton 定理	546
A.3.4 Sylvester 定理	546
A.4 变分法	547
A.4.1 约束式	548
A.5 无限乘积和伽马函数	549
A.5.1 伽马函数	550
A.6 傅里叶级数的和	551
A.6.1 几何级数法	551
A.6.2 围线积分法	555
A.6.3 积分变换法	558
A.6.4 奇级数求和法	563
参考文献	564
习题	565
索引	566

电磁理論基础

导波和波导的早期历史須追溯到十九世紀的末叶。在 1897 年瑞利发表了关于填充介质的矩形和圓柱导电管中电磁波傳播的分析，这些导电管現在称为波导。此后，在 1910 年有 Hondros 和 Debye 对电磁波沿介质柱体傳播的分析。在这同一时期內，还有其他研究者对波导的理論和实验都作出了贡献。然而，一直到 1936 年才真正誕生了波导，可作为傳輸电磁波的器件。这时，Carson, Mead, Schelkunoff 和 Southworth 发表了自 1933 年以来对波导进行分析和实验所得的广泛資料。同年，Barrow 也公布了其他研究的結果。

在 1936 年至五十年代的初叶，波导作为通信上的实用器件在理論和实验工作都有稳步的发展。这个早期的发展固然是非常重要，但是今日对引导电磁波的知識主要得益于四十年代前期物理学家、数学家和工程师們，他們多方面从事这个范疇的研究，并作了巨大的努力。为了使雷达在微波頻率工作的需要，有关波导、波导元件、天綫等方面的研究具有高度重要性。这时发展了各种元件，以代替慣用的低頻集总参量元件。随着这些元件的发展，分析的方法也得到了发展。这时最重要的是建立錯綜复杂的边界条件和求解。

1945 年以后的几年，在理論和技术上都繼續地得到了发展和提高。本书的主旨在对今日波导理論闡述主要的理論結論和数学技巧。由于电磁場的討論在本书中列在首要地位，这里先概述一下經典电磁場理論中适用于有关器件和問題的一部分。一开始就值得注意，在所研究的边界問題中，只有少数的可以严格地求解。大多数的問題只可滿足于近似解。

可是求近似解的过程却又强烈地依赖于有关物理知識，当然这又回到电磁場的物理学。

本书的讀者須有“近代无綫电中的場与波”[†]的場論水平；同时，还須掌握相当程度的数学。为了便利起見，附录中总结了一些主要的数学知識，讀者須熟悉它們，才可順利地閱讀本书。

§ 1.1 麦克斯韦方程

在宏观領域中，电磁場值遵守經典的麦克斯韦方程。它們的微分形式是

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}; \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} + \mathcal{J}; \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho; \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0; \quad (1.1d)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1.1e)$$

以上各式并非各自独立的，如取式(1.1a)的散度就得

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} = 0,$$

因为对任意矢量的旋度求散度恒等于零。这时，对換時間和空間的微商，并对時間积分，当取积分常数为零时，就得到式(1.1d)。同样的，利用式(1.1e)，就可自式(1.1b)得到式(1.1c)。因为矢量的旋度就是这个矢量沿无限小圓綫的綫积分被圓綫所包面积所除得的商，所以式(1.1a)就是法拉第感应定律的微分形式。式(1.1b)是广义的安培电路定律(又称为比奥-薩伐尔定律)，再添上 $\partial \mathcal{D} / \partial t$ 項，后者是位移电流密度。式(1.1c)是高斯定律的微分形式，而式(1.1d)表明磁力綫形成閉合回路的体系，而且自始至終不終止于“磁荷”。最后，式(1.1e)是电荷守恒方程；自无限小体积中在每秒內电荷散开的数量等于体积內电荷的時間減率。

[†] S. Ramo and J. R. Whinnery, "Fields and Waves in Modern Radio," 2nd ed., John Wiley, 1953. [中譯本：近代无綫电中的場与波，人民邮电出版社，1958.]

现在为了方便起见,这里限于考虑按复数指数 $\exp(j\omega t)$ 作时变的场,其中 ω 是角频率. 用这样的时间函数并不影响一般性,这是因为任意可以具体实现的时间变化,可利用傅里叶积分分解为这种时间函数的频谱,亦即,

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

和

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

根据上面所假定的时间变化,所有时间的微商可由 $j\omega$ 代替. 由于 $\exp(j\omega t)$ 在各项中都出现,以后不必把它明白地列入. 场的矢量用黑体字表示,它们只是空间坐标的复数函数.

场的基本方程也可用相当的积分形式表示. 利用斯托克斯定理,从式(1.1a)和(1.1b)可得

$$\iint_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -j\omega \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}; \quad (1.2a)$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S (j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}) \cdot d\mathbf{a}. \quad (1.2b)$$

用散度定理,其余三式就变成

$$\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = \iiint_V \rho dV; \quad (1.2c)$$

$$\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0; \quad (1.2d)$$

$$\iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = -j\omega \iiint_V \rho dV. \quad (1.2e)$$

在式(1.2a)和(1.2b)中, S 是由闭合围线 C 所形成的敞开面,而式(1.2c)至(1.2e)中的 S 是个闭合的面,面内的体积是 V . 面 $d\mathbf{a}$ 的矢量元是指向外的. 对于两个电性质相异的媒质边界上的场矢量,上述场方程的后一种表达法在推求边界条件的应用上极为有用.

式(1.1)所包含的意义远比初看上去的为多. 把场矢量分解为非旋矢量(片式矢量)和旋转矢量(无散矢量),可以较深入地看出这些方程的涵义. 片式矢量无旋度,旋转矢量无散度. 只有在一个矢量场的片式矢

{ 4 } 第1章 电磁理论基础

量和旋转矢量都已知时, 这个矢量场才是完全标明的[†]. 现令下标 l 和 r 分别代表片式部分和旋转(无散)部分, 任意矢量 \mathbf{C} 就可写为

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_l + \mathbf{C}_r; \quad (1.3a)$$

式中,
$$\nabla \times \mathbf{C}_l = 0; \quad (1.3b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{C}_r = 0. \quad (1.3c)$$

如场矢量都分解为组成部分, 并用式(1.3b)和(1.3c)的结论时, 场方程式(1.1)便成

$$\nabla \times \mathbf{E}_r = -j\omega \mathbf{B}_r; \quad (1.4a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_r = j\omega (\mathbf{D}_l + \mathbf{D}_r) + \mathbf{J}_l + \mathbf{J}_r; \quad (1.4b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_l = \rho; \quad (1.4c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_r = 0; \quad (1.4d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_l = -j\omega \rho. \quad (1.4e)$$

自式(1.4c)和(1.4e)可以看出, 位移电流的片式部分和导电电流的片式部分是有联系的. 导电电流的旋转部分没有散度, 所以它是闭合电路的电流. 它并不终止于电荷的分布. 另一方面, 片式部分 \mathbf{J}_l 好象 \mathbf{J}_r 中的一段, 而其两端却终止于电荷. 位移电流的片式部分可作为 \mathbf{J}_l 的连续, 从而总的片式电流 $\mathbf{J}_l + j\omega \mathbf{D}_l$ 形成了等效的旋转电流. 自式(1.4c)和(1.4e)可以立即看出

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_l + j\omega \nabla \cdot \mathbf{D}_l = 0. \quad (1.5)$$

根据上式的结论, 不妨把式(1.5)积分, 而得 $\mathbf{J}_l + j\omega \mathbf{D}_l = 0$, 并可断言式(1.4b)相当于

$$\nabla \times \mathbf{H}_r = j\omega \mathbf{D}_r + \mathbf{J}_r;$$

易言之, \mathbf{H} 的旋转部分只是由全电流(位移电流加上导电电流)的旋转部分决定的. 这种推论是不正确的, 因为从式(1.5)的积分一般可得

$$\mathbf{J}_l + j\omega \mathbf{D}_l = \mathbf{C}_r;$$

式中, \mathbf{C}_r 是个旋转矢量. 同式(1.4b)相比就可以看出, \mathbf{C}_r 是 $\nabla \times \mathbf{H}_r$ 和 $j\omega \mathbf{D}_r + \mathbf{J}_r$ 的差. 决定 $\nabla \times \mathbf{H}_r$ 的是全电流, 其中既有片式电流又有旋转电流, 不可以反过来单独从 \mathbf{J}_r 和 \mathbf{D}_r 来考虑 \mathbf{C}_r . 进一步看, 总的片式电流 $\mathbf{J}_l + j\omega \mathbf{D}_l$ 具有旋转电流的行为, 因而没有理由把它舍去, 而只留下旋转

[†] 见附录 A.1.5.

部分 \mathbf{J}_r 和 $j\omega\mathbf{D}_r$.

式(1.4a)和(1.4d)的意义是本身明显的, 因为 \mathbf{B} 并没有片式矢量部分.

§ 1.2 場强矢量和流量密度矢量的关系

不知道 \mathbf{B} 和 \mathbf{H} 的关系以及 \mathbf{E} 和 \mathbf{D} 的关系, 場方程就无从解答. 这个关系在真空或自由空间中是简单的比例, 即

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}; \quad (1.6a)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}; \quad (1.6b)$$

式中, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨/米, $\epsilon_0 = (36\pi)^{-1} \times 10^{-9}$ 法/米. 常数 μ_0 称为真空的导磁率, ϵ_0 称为真空的电容率. 物质物体中的关系通常较为复杂, μ_0 和 ϵ_0 都須改用二秩的張量 (或称为并矢式) 表示. 令符号上的短划表示并矢式, 上述关系是

$$\mathbf{B} = \bar{\mu} \cdot \mathbf{H}; \quad (1.7a)$$

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E}; \quad (1.7b)$$

式中,

$$\begin{aligned} \bar{\mu} = & \mu_{xx} \mathbf{a}_x \mathbf{a}_x + \mu_{xy} \mathbf{a}_x \mathbf{a}_y + \mu_{xz} \mathbf{a}_x \mathbf{a}_z + \mu_{yx} \mathbf{a}_y \mathbf{a}_x + \mu_{yy} \mathbf{a}_y \mathbf{a}_y \\ & + \mu_{yz} \mathbf{a}_y \mathbf{a}_z + \mu_{zx} \mathbf{a}_z \mathbf{a}_x + \mu_{zy} \mathbf{a}_z \mathbf{a}_y + \mu_{zz} \mathbf{a}_z \mathbf{a}_z; \end{aligned}$$

$\bar{\epsilon}$ 取类似形式的定义. 沿坐标轴的单位矢量由 $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ 等表示. 并矢式矢量和矢量 (或两个矢量) 点乘的定义是: 把点乘的点两边相邻的单位矢量标乘后, 就得乘积矢量 (或并矢式). 并矢式代数和矩阵代数之间有一一对应关系, 而并矢式代数的表现形式更为简明. 一般情况下, 点乘是不能互易的,

$$\bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{C}} \neq \bar{\mathbf{C}} \cdot \bar{\mathbf{A}},$$

只有 $\bar{\mathbf{A}}$ 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 都是对称的时 (分量 $A_{ij} = A_{ji}, \dots$), 点乘才可以互易. 根据上述点乘的定义, 可以看出, 式 (1.7a) 的 x 分量是 $B_x = \mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z$, y 和 z 的两分量有类似的表达式. 可见 \mathbf{B} 的每一个分量同 \mathbf{H} 的三个分量有关. μ_{ij} 等系数可能是 \mathbf{H} 的函数, 这时 \mathbf{B} 和 \mathbf{H} 具有非线性的关系. 适当地转动坐标轴而同主轴 u, v, w 一致, 并矢式 $\bar{\mu}$ 就变成对角并矢式,