DARK HORSE maths

新课标 初中版

数学黑马

四边形与相似形

崔首诗◇主编

- 名师名题
- 专项突破
- 优化复习

吉林人民出版社

初中版

数学黑马

CHUZHONGBAN SHUXUE HEIMA

- 简单的数与式——有理数与整式
- 一次方程与不等式
- 图形世界——点、线、面
- 因式分解与分式
- 三角形
- 数的开方与二次根式
- 四边形与相似形
- 二次方程
- 解直角三角形
- 函数及其图象
- 统计初步
- 圆

责任编辑 崔 凯
装帧设计 瑞峰祥工作室

ISBN 7-206-04091-8
9 787206 040917 >

ISBN 7-206-04091-8
G · 1461 定价:12.00元

新课标 初中版

数学黑马

四边形与相似形

崔首诗◇主编

吉林人民出版社

四边形与相似形

主　　编:崔首诗
责任编辑:崔　凯　　　　　　电　　话:0431－5649704
封面设计:瑞烽祥工作室　　　责任校对:宋　春
吉林人民出版社出版 发行(长春市人民大街 4646 号　邮政编码:130021)
印　刷:长春市康华彩印厂
开　本:850mm×1168mm　1/16
印　张:11.75　　字数:320 千字
标准书号:ISBN 7－206－04091－8/G·1461
版　次:2004 年 1 月第 1 版　　　印　次:2004 年 1 月第 1 次印刷
印　数:1－10 000 册　　　　　定　价:12.00 元

丛书主编：崔首诗

副 主 编：沙敬红　牟玉华　吴轶兵

编　　写：郝　艳　孙子晴　尹振彬

王晓东　程云穆　刘大治

王铁军　孙红艳　澎　松

金　海　宋　春　孙明佶

齐　夏　那海涛　吴志明

孙　勇　宿建扬　何汇川

孙宇泽　张力杰　于建华

新课标　新理念　新方法

数学黑马

打造全新的《专项突破》

编者前记

《专项突破》类丛书在浩如烟海的教辅图书中何以能够备受青睐且长销不衰?

所谓“专项”,其特点在于“专”,改变普遍教辅图书“面面俱到”的模式,以学科知识为核心,能力训练为基础,对相关知识进行优化整合,使学生在融会贯通的基础上形成研究性学习。“专项”书的创作空间于理论上深入浅出,于学法上实用灵活,让学生在理解的基础上有所提高,在提高之中实现创新。

本套丛书的特色是什么?

本套书针对数学的各个板块进行科学有序地组合,对每一专题均由浅入深,由表及里地进行系统归纳,不同年级学生可以有针对性地选择,在最短时间内对某一板块知识学精学通。

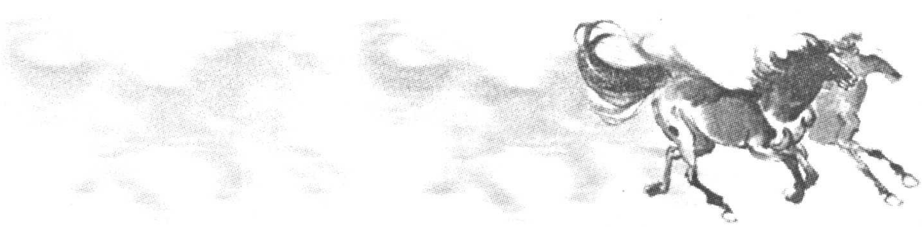
图书清晰实用的体例:

1. 言简意赅的专项知识剖析
2. 少而精的经典试题讲解
3. 基础与能力的专题突破

在课程改革的大潮之中,丛书的适应性如何?

在目前教材版本与内容不稳定的状况下,本书克服了其他图书“完全同步性”不灵活的弱点,同时又对“同步性”有一定的辅助作用,适用面广。本书尽最大可能体现了 新课标人教版、北师大版、华东师大版的课改理念,增强了原有“专项”的人文意识和科学内涵。

目录



第一讲　四边形及多边形

一　四边形

知识点讲解

■**学习目标**

1. 理解四边形的概念,掌握四边形内角和与外角和都等于360°的性质.

2. 了解四边形不稳定性及其应用与克服的办法.

■**重点、难点和考点**

重点:四边形的概念与内角和定理.

难点:正确理解四边形与三角形之间的关系和画图.

考点:本节内容通常以填空、选择、计算、证明等形式命题,考查能否正确掌握基本概念和定理,以及是否能灵活运用解决相关问题.

■**知识点剖析**

本节的主要知识点包括:1. 四边形的定义;2. 四边形的顶点、角、边;3. 凸四边形;4. 四边形的外角;5. 四边形的对角线;6. 四边形的内外角的和都是360°.

其中主要内容是四边形的概念、内角和定理,四边形的不稳定性及其应用与克服的方法,重点是四边形的概念与内角和定理。学习时,要以三角形为基础,用类比的方法建立四边形的有关概念,关于四边形的不稳定,它是四边形的一个重要性质,在生产和生活中常常遇到有关这方面的问题,所以要引起对它的重视.

需要注意的问题:1. 在研究四边形时,常常通过作它的对角线,把关于四边形的问题化成关于三角形的问题来解决;2. 表示四边形必须按点的顺序书写,可以按顺时针或逆时针的顺序.

名题精析

例1　四边形最少有几个钝角? 几个直角? 几个锐角? 最少有几个钝角? 几个

精析　解决此类问题,首先要求求出其内角的度数,然后假设有四个钝角,逐一根据已知条件加以推理. 如四个角都是钝角,则内角和大于360°,与所求出的内角和360°相矛盾. 不可能. 再假设有三个钝角……,其他判定相似. (注意也可以用外角和为360°来推理。)所以四边形最多有三个钝角,四个直角,三个锐角.

注意:四边形若都是直角时,没有钝角和锐角.

答:略.

点评　此题很具有代表性,在考试中经常出现选择题.

例 2 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90°$，$\angle B:\angle C:\angle D:=2:3:4$，求 $\angle B$、$\angle C$、$\angle D$ 的度数.

精析 由四边形内角和定理及 $\angle A=90°$，可知 $\angle B+\angle C+\angle D=270°$，而 $\angle B:\angle C:\angle D=2:3:4$，问题可解.

解 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$

又 $\because \angle A=90°$，$\therefore \angle B+\angle C+\angle D=270°$

设 $\angle B=2x$，$\angle C=3x$，$\angle D=4x$，则 $2x+3x+4x=270°$，解得 $x=30°$

$\therefore \angle B=60°$，$\angle C=90°$，$\angle D=120°$.

点评 涉及四边形的角度计算问题时，要考虑四边形内角和这个隐含的条件.

例 3 一个四边形的四个内角的度数比为 $4:5:3:6$，则四个内角为多少？

解 设每一份为 x，则四个内角为 $4x°$，$5x°$，$3x°$，$6x°$，

根据四边形的内角和为 360°，可列方程 $4x+5x+3x+6x=360°$，

解 $x=20$，$\therefore 4x=80$，$5x=100$，$3x=60$，$6x=120$.

即四个内角分别为 80°，100°，60°，120°.

点评 此题是四边形内角和的一个应用.

例 4 在一个四边形的四个顶点各取一个外角，这些外角依次大于 36°，求这个四边形的四个内角的度数.

解 设四个外角中最小的 $x°$，

则其他三个外角依次为 $(x+36)°$，$(x+36\times2)°$，$(x+36\times3)°$.

根据四边形外角和定理可列方程 $x+(x+36)+(x+72)+(x+108)=360°$，

解 $x=36$. 于是，四个外角依次为 36°、72°、108°、144°.

因此四个内角依次为 144°，108°，72°，36°.

点评 此题关键在于设一个角为 x，依据四边形内外角关系列出等式.

例 5 请用你学过的几何知识说明一下，活动拉门的设计原理如图 1—1(1)，再说明一下为什么活动拉门上了锁就不能再活动了(如图 1—1(2))？

解 活动拉门是利用四边形的不稳定性设计的；用上锁来固定活动拉门是利用三角形的稳定性。如图 1—1(2)，当上了锁时，点 A、B、C 的位置都被固定了，这样 $\triangle ABC$ 被确定，从而整个门被固定了.

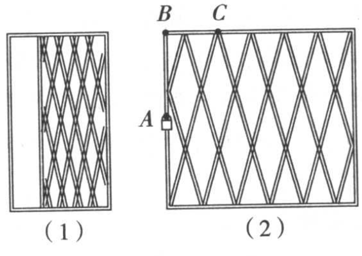


图 1—1

点评 此题为开放性试题，为近几年考试的重点.

基础过关题

一、填空题

1. 四边形 $ABCD$ 中,若 $\angle A$ 与 $\angle C$ 互补,且 $\angle B:\angle D=2:3$,则 $\angle B=$______,$\angle D=$______.
2. 若四边形有一个角是直角,另外三个角的度数之比为 1∶3∶5,那么这三个内角的度数分别是______、______、______.
3. 在四边形 $ABCD$ 中,$AB=BC$,BD 平分 $\angle ABC$,若 $\angle A=79°$,$\angle ABC=86°$,则 $\angle C$ 和 $\angle ADC$ 的度数______,______.
4. 四边形 $ABCD$ 中,若 $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D$,$\angle C$ 的一个外角为 $104°$,则 $\angle A=$______?
5. 四边形的四个外角之比为 5∶8∶4∶7,则四边形各个内角的度数______、______、______、______.

二、选择题

1. 下列说法中错误的是(　　)
   A. 一个四边形最多有三个直角
   B. 一个四边形最多有三个钝角
   C. 一个四边形最多有三个锐角
   D. 一个四边形可以没有钝角和锐角
2. 以四条线段 3cm,3cm,4cm,7cm 为边作四边形,这样的四边形能作(　　)
   A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 无数个
3. 已知:如图 1—2,若 $\angle A+\angle C=180°$,则(　　)
   A. $\angle B+\angle 1=180°$　　B. $\angle B=\angle 1$
   C. $\angle 1>\angle B$　　D. $\angle 1<\angle B$

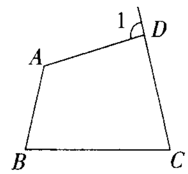


图 1—2

4. 一个凸四边形,它的最小的内角一定不大于(　　)
   A. $90°$　　B. $120°$
   C. $60°$　　D. $179°$
5. 在四边形 $ABCD$ 中,已知 $AB\perp BC$,$CD\perp AD$,则 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的关系是(　　)
   A. $\angle A>\angle C$　　B. $\angle A<\angle C$
   C. $\angle A=\angle C$　　D. 互补

三、解答题

1. 如图 1—3,P 是四边形 $ABCD$ 的 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的平分线的交点,求证:$\angle APB=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)$.

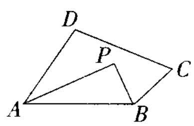


图 1—3

2. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=\angle C$，$\angle D$ 的外角的度数为 $78°$，求 $\angle A$ 的度数.

3. 已知如图 1—4，直线 $DB\perp AB$，垂足为 B，直线 $DC\perp AC$，垂足为 C. 求证：(1) $\angle A+\angle 1=180°$；(2) $\angle A=\angle 2$).

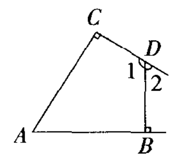


图 1—4

4. 如图 1—5，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle C$. 求证：$AD /\!/ BC$.

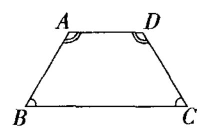


图 1—5

5. 已知，如图 1—6，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90°$，BE 平分 $\angle B$，DF 平分 $\angle D$. 求证：$BE /\!/ DF$.

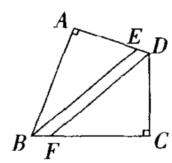


图 1—6

能力拓展题

一、填空题

1. 一个四边形的内角比是 1∶2∶3∶4，则相应外角比是__________________.
2. 如图 1—7，__________是四边形的外角，度数是______.
3. 在四边形最多有______个钝角，最多有______个直角，最多有______个锐角，最少有______个钝角，最少有______个锐角.
4. 如图 1—8，图中有______个四边形，AP 是四边形______的对角线，$\angle APB$ 是四边形______的外角.
5. 如图 1—9 所示，则 $\angle\alpha=$______，$\angle\beta=$______.

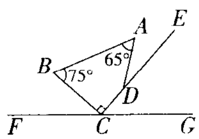


图 1—7

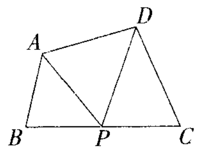


图 1—8

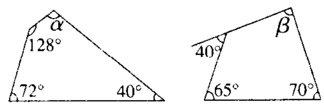


图 1—9

二、选择题

1. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，$\angle C=60°$，则 $\angle D$ 的度数为(　　)

   A. 70°　　B. 80°　　C. 90°　　D. 120°

2. 如果一个四边形的四个内角的比是 2∶2∶3∶5，那么这四个内角中(　　)

   A. 有两个钝角　　B. 有两个直角

   C. 只有一个直角　　D. 只有一个锐角

3. 在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB\perp BC$，$CD\perp AD$，则 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的关系是(　　)

   A. $\angle A>\angle C$　　B. $\angle A<\angle C$　　C. $\angle A=\angle C$　　D. 互补

4. 四边形的对角线分四边形为三角形的最多个数是(　　)个.

   A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

5. 以线段 $a=3$，$b=4$，$c=5$，$d=6$ 为边作四边形，这样的四边形能作(　　)个.

   A. 1 个　　B. 2 个　　C. 4 个　　D. 无数个

三、解答题

1. 在四边形 $ABCD$ 中，AC、BD 是它的两条对角线，求证：$AC+BD<AB+BC+CD+DA$.

2. 一个四边形的两个对角的差为55°,且它们所在两边分别互相垂直,求这两个角的度数.

3. 已知四边形 $ABCD$ 的周长为70cm,$AB:CD=1:2$,$BC:CD:DA=2:3$,且 AB 与 BC 的和是25cm. 求四边形 $ABCD$ 的四边长.

4. 如图1—10,$\angle ABE$ 和 $\angle CDF$ 是四边形 $ABCD$ 的外角. 求证:$\angle ABE+\angle CDF=\angle A+\angle C$.

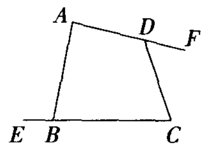


图1—10

四、综合题

1. 如图1—11,P 是四边形 $ABCD$ 内任意一点. 求证:$PA+PB+PC+PD\geqslant AC+BD$. 并说明在什么条件下取等号.

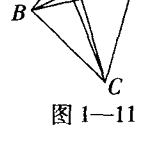


图1—11

2. 某四边形的四边长度依次为 3、7、x、5，求 x 的取值范围.

3. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90°$，$AB:BC:CD:DA=2:3:1:2$，求 $\angle ADC$ 的度数.

二 多边形

知识点讲解

■学习目标

1. 理解多边形的有关概念.

2. 理解多边形内角和定理及其推论.

■重点、难点和考点

重点:多边形内角和定理和推论.

难点:多边形内角和定理的证明.

考点:对于本节知识的考查,主要是使学生理解多边形内角和公式的证明思路,正确掌握内角和、外角和定理,能灵活运用进行简单的计算.

■知识点剖析

本节的主要知识点包括:1. 多边形的定义;2. 多边形的内角和定理及推论;3. 多边形的边、顶点、内角、外角、对角线的定义.

本节的主要内容包括多边形的概念,多边形内角和定理及其推论,重点是多边形内角和定理,其内容是:n 边形的内角和等于$(n-2)\times180°$,其推论是:任意多边形的外角和等于360°. 这些内容都是重要的基础知识,在以后的工作和学习中要常常用到. 在学习中要从处理多边形问题的方法中,领会到:一般情况下把未学过的图形常常转化为已学过的图形来研究.

多边形内角和同样可用求四边形内角和的方法进行,从多边形任意一个顶点出发,可作$(n-3)$条对角线,分成$(n-3)+1$ 即 $n-2$ 个三角形. n 边形从一顶点出发可作 $n-3$ 条对角线,则 n 个顶点就有 $n(n-3)$ 条对角线,但如 AB 与 BA 是同一条线段,n 边形对角线有$\frac{n(n-3)}{2}$条对角线.

名题精析

例1 已知一个多边形,它的外角和等于内角的四分之一,求这个多边形的边数.

精析 本题根据多边形的内角和(与边数 n 有关)与外角和(恒等于360°,与边数无关)的一种关系,利用已知条件列出关于 x 的一元一次方程,求解边数 n. 设多边形的边数为 n 条,因为它的内角和等于$(n-2)\cdot180$,外角和等于360°.

解 根据题意得,$\frac{1}{4}(n-2)\cdot180°=360°$,

解得 $n=10$.

点评 此题是多边形外角和与内角和公式的一个应用.

例 2 若一个多边形的内角和与某一个外角的度数总和为 1350°，求此多边形的边数。

解 设这个多边形为 n 边形，且这个外角为 $x°$，则 $0° < x° < 180°$，

由题意 $(n-2)\cdot 180° + x° = 1350°$，

即 $(n-2)\cdot 180 = 1350° - x°$，

由于 $(n-2)\cdot 180°$ 是 180° 的整数倍，故 $1350° - x$ 也必是 180° 的整数倍，

即 $1350° - x = m \cdot 180$（m 是正整数），

故 x 必是 $1350° \div 180°$ 的余数，而 $1350 \div 180° = 7\cdots 90$，

所以 $x = 90°$，由 $(n-2)\cdot 180° = 1350° - 90°$，得 $n = 9$.

点评 此题的关键在于一个外角小于 180°的论上.

例 3 小明在计算一个多边形的内角和时，求得的内角和为 2570°，老师指出他的计算结果不对，小明重新检查，发现少加了一个内角，请问这个多边形是几边形？

精析 少加了一个内角，说明这个多边形的内角和要比 2570°大，由于多边形的内角小于平角，因此这个多边形的内角和又比 2570° + 180°小.

解 根据题意得：$2570° < 180°(n-2) < 2570° + 180°$

$\therefore 14\frac{5}{18} < n-2 < 15\frac{5}{18}$

解得 $16\frac{5}{18} < n < 17\frac{5}{18}$

又 $\because$ n 是正整数

$\therefore n = 17$. 即这个多边形是 17 边形.

点评 此题与上题类似，但考察的是多边形一个内角小于 180°.

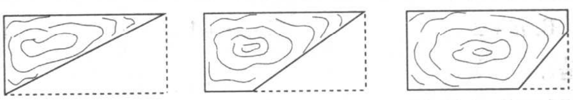
例 4 一块长方形木板，求锯掉一个角后所剩下的多边形木板的内角和.

精析 锯法不同，所剩的多边形的边数是不同的.

解 若如图 1—12(1)那样锯，所剩下的是三角形，则其内角和为 180°.

若如图 1—12(2)那样锯，所剩下的是四边形，其内角和为 360°.

若如图 1—12(3)那样锯，所剩下的是五边形，其内角为 $(5-2)\times 180° = 540°$.



(1)　(2)　(3)

图 1—12

点评 此题属于开放性试题，要注意从多角度思考问题.

基础过关题

一、填空题

1. 五边形的内角和等于______，十四边形内角和等于______.
2. 如果一个多边形的内角和等于 180°，那么这个多边形是______边形.
3. 一个多边形的每一个外角都等于 36°，则这个多边形是______边形.
4. 各角都相等的六边形、十二边形的每个内角分别等于______和______，外角分别是______和______.
5. 一个 n 边形的内角和是外角和的 3 倍，则它是______边形.
6. 四边形有______条对角线，五边形有______条对角线，六边形有______条对角线.
7. ______边形的内角和是外角和的 2 倍；______边形的内角和与外角和相等；______形的内角和是外角和的$\frac{1}{2}$.

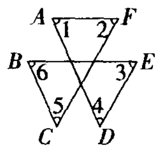


图 1—13

8. 如图 1—13 所示，计算 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6$ 的度数是______.

二、选择题

1. 一个多边形的外角和是它内角和$\frac{1}{5}$，则边数 n 等于(　　)

A. 6　　B. 8　　C. 12　　D. 24

2. n 边形的一个顶点可引对角线的条数是(　　)

A. n　　B. $n-1$　　C. $n-2$　　D. $n-3$

3. 所有内角都相等的 18 边形，它的每个内角，外角的度数为(　　)

A. 120°，60°　　B. 140°，40°　　C. 160°，20°　　D. 100°，80°

4. 五边形的外角和与五边形的内角和的关系是：外角和(　　)内角和.

A. 大于　　B. 等于　　C. 小于　　D. 关系不确定

5. 一个多边形的内角和是外角和的 n 倍(n 是正整数). 这个多边形的边数是(　　)

A. $n+1$　　B. $n+2$　　C. $2n+1$　　D. $2n+4$

6. 下列命题是真命题的是(　　)

A. 多边形的外角和是所有外角的和.
B. 一个四边形的四个内角都是锐角.
C. 一个多边形的外角个数与多边形的边数相同.
D. 任何一个多边形不能有三个以上的锐角.

三、简答题

1. 已知一个多边形的每一个内角都是 150°，求它的边数.