

51.1249
LYS

十三、十四世紀中国民間数学

李 俨 著

科学出版社

A455

十三、十四世紀中國民間數學

李 儼 著

科 學 出 版 社

1957

定價：(10) 0.46 元

目 錄

一. 緒言	1
二. 算書	3
三. 算法	49
四. 歌訣	60
五. <u>詳明算法札記</u>	66

一. 緒 言

十三、十四世紀在中國是指宋金元和明初時期。這時期宋代公家的數學教育制度和宋刊算經十書情形我們是已經知道的¹⁾。北宋南渡之後，公家辦理數學教育事業，亦受到停頓，這也是事實。所以慶元庚申（公元1200年）鮑澣之序九章算術，稱：

“（算學）……本（宋）朝崇寧亦立於學官，故前世算數之學，相望有人。自衣冠南渡以來，此學既廢，非獨好之者寡，而九章算經亦幾泯沒無傳矣。”

十二世紀算經十書曾由公家審定，作為教科用書。可是民間還另有日用需要的算書。在此時之前如敦煌發現的算書，是唐末宋初的著作。其中有一種題：“均田法第一，……”，又一種題：“……營造部第八，……”，都是民間所用的算書。又家山圖書載有“九數算法之圖”，說明“圓徑，方斜，直田，方田，圭田，句股，梯田，弧矢田，三廣田，三角田，方臺，城子各形計算法，並附圖式。讀書敏求記以為係（朱熹，1130—1200）晦菴私塾中弟子學習用書²⁾。至此期即十三、十四世紀算書，著錄在宋史藝文志，崇文總目，郡齋讀書志，秘書省續編到四庫書目，宋王應麟，玉海，鄭樵通志和明程大位算法統宗（1592）的，還有數十種，可惜多半散失，就現有史料知當時算法民間另有一種“小法”，並應用“俗稱”和歌訣，又在籌法計算法範圍內儘量應用小數，此時稱做“省數”。至正十五年（1355）丁巨序所著丁巨算法八卷，稱：

“……因於算術：上自九章，下至小法，數十百家，摘取要略，述算

1) 見李儼，中算史論叢，第四集，第252—279頁，北京，1955。

2) 見李儼，中算史論叢，第四集，第267—270頁，北京，1955。

法八卷，以今俗稱寓之古法。……”

又在本文註稱：

〔今從省數者，兩下止言錢、分、釐、毫、絲、忽，如銀錢法。猶田畝之不用里角，而從頃、分、釐、毫、絲、忽也。〕

就是洪邁容齋續筆卷六也稱“九九合數”做“俗語算數”。

這些事實都說明民間數學進展情況。它的算書也有現在還流傳的，或現在還散失的。

二. 算 書

十三、十四世紀中國算書現在流傳的，有：

秦九韶：數書九章 18 卷（公元 1247 年）。

李治：測圓海鏡 12 卷（1248）。

李治：益古演段 3 卷（1259）。

楊輝：詳解九章算法 12 卷（1261），現僅存有殘本。

楊輝：日用算法 2 卷（1262），現僅存有殘本。

楊輝：楊輝算法 七卷，內：

乘除通變本末 3 卷（1274）。

田畝比類乘除捷法 2 卷（1275）。

續古摘奇算法 3 卷（1275）。

郭守敬（1231—1316）：授時曆（1280），有授時曆捷法立成，1346 年朝鮮印本。

朱世傑：算學啓蒙 3 卷（1299）。

朱世傑：四元玉鑑 3 卷（1303）。

亦有散見在叢書或專門著作之內的，如：

事林廣記（1264—1324）列有算法類。

授時曆捷法立成（1346 年朝鮮印本）書末附有乘除法歌訣。

應用碎金（1371）卷上有算法。

河防通議（1321 年，沙克什序）卷下“算法第六”有雜法、積垛、竹索、積寸、捲埽、開河各項。

元劉瑾律呂成書卷一，也據宋彭氏律法列有開方方法。

此外載在永樂大典和諸家算法（鈔本，李儼藏）的，有：

楊輝：詳解九章算法（1261），又稱：詳解算法。

楊輝：日用算法（1262）。

透簾細草

丁巨算法 (1355)

錦囊啓源

通原算法 (1372)

和

賈亨：算法全能集二卷。

安止齋，何平子：詳明算法二卷。

永樂大典現已散失不全，其中算法全能集和詳明算法還有傳本，其餘各書除知不足齋叢書曾收有透簾細草 54 問，丁巨算法 62 問，他處未有記錄。

現在將透簾細草、丁巨算法、錦囊啓源及通原算法四種殘本收集在一處，計有提綱 4 條，題問 138 問，如附表所記。

另外短文，如事林廣記算法類，授時曆捷法立成乘除歌訣，應用碎金算法，亦附錄在後。

又秦九韶，李治 (1192—1279)，楊輝，郭守敬 (1231—1316)，朱世傑各家，還有專著，卷帙較多，都有單行本，除引用些文獻外，暫時不專在這裏討論。

(1) 楊輝日用算法序：

“萬物莫逃乎數。是數也，先天地而已存，後天地而已立。蓋一而二，二而一者也。自非參錯妙用，隱括衆微，未易窮此。錢塘楊輝以廉飭己，以儒飾吏，吐胸中之靈機，續前賢之奧旨，從奇而耦，由晦而彰。內可以知外，表可以識裏。其用心豈爲運牙籌，計金穀而已哉？國學前庶永嘉陳幾先跋。”

又序：

“夫黃帝九章乃法算之總經也。輝見其機深法簡，嘗爲詳註。有客諡曰：謂無啓蒙日用，爲初學者病之，今首以乘除加減爲法，稱斗尺田爲問，編詩括十三首，立圖草六十六問，用法必載源流，命題須實實有。分上下卷首少補日用之萬一，亦助啓蒙

附表：

算 書 名	他 處 已 經 收 錄 的	由 <u>永樂大典</u> 收集得	由 <u>諸家算法</u> 收集得	本 篇 收 錄 的
楊 輝				
詳解算法(1261)	參看李儼： <u>中算史論叢</u> 第二集，條 61—72 頁	4 問 1 問	2 問 9 問	
日用算法(1262)				
邊廬細草	<u>知不足齋叢書</u> 本收 54 問	12+5 問		17 問
丁巨算法(1355)	<u>知不足齋叢書</u> 本收 62 問	提綱 1 條 24+3 問		1 條 27 問
錦囊降源		9 問	提綱 2 條 21 問	2 條 30 問
通原算法(1372)		35 問	提綱 1 條 29 問	1 條 64 問
算法全能集	見 <u>芝蘭室叢書</u> 三集，第二十九冊， 計：總說五項 常用法二十項			
詳明算法二卷	有 1373 年朝鮮重刊本， 計：卷上，十六項 卷下，十一項			

之觀覽云耳。景定壬戌 (1262) 季夏錢塘楊輝謹序。”

(2) 透簾細草原文

- 一、今有客持銀一千七百二十八兩，出關稅之，九而取一。今稅了銀二百兩，除貼與客錢一十貫文。今將錢七十二貫五百文，問買銀多少？

答曰：五十八兩。

法曰：置都銀在地，以九約之，得一百九十二兩，即爲合稅之銀，以反減稅了銀二百兩外，有八兩以乘，今將錢數，得五百八十貫爲實，以一十貫爲法而一，得五十八兩，合問。

草曰：銀八兩，除貼得錢一十貫，得每兩價錢一貫二百五十爲法，除今將錢，合問。

- 二、元雇車一兩，議行道一千里，載重一千二百斤，與鈔七十五兩，今添重三百六十斤，行一千三百里，問與鈔幾何？

答曰：一百二十六兩七錢五分。

草曰：元與錢七千五百，乘今行道一千三百里，得九百七十五萬，又以今載重一千五百六十乘之，得一百五十二億一千萬爲實。元行道一千里，乘元載重一千二百斤得一百二十萬爲法，除之，得今與脚錢，合問。

- 三、元雇車一兩，議行道一千里，載重一千二百斤，與鈔七十五兩，今增重四百九十二斤，與鈔六十七兩六錢八分，行道幾何？

答曰：六百四十里。

草曰：元行道一千(里)，乘今與錢六千七百六十八文，得六百七十六萬八千，以元載重一千二百乘之，得八十一億二千一百六十萬爲實。今載重一千六百九十二乘元與錢七千五百(文)，得一千二百六十九萬，爲法除之，合問。

- 四、元雇車一兩，議行道一千里，載重一千二百斤，與鈔七十五兩，今與鈔七十六兩五錢，行一千七百里，問載重幾何？

答曰：七百二十斤。

草曰：元載重乘元行道，得一百二十萬，以今與錢七千六百五十乘之，得九十一億八千萬爲實。今行道一千七百乘元與錢七千五百，得一千二百七十五萬爲法除之，合問。

- 五、今有七人八日淘金一十七銖。今有二十一人一月淘金，合得多少？

答曰：七兩二十三銖二釐五黍。

法曰：置元淘金一十七銖，以今二十一人乘之，又以三十日乘之，得一萬七百一十銖爲實。以元七人乘八日得五十六爲法，除實得一百九十一銖二釐五黍，以二十四約之爲兩，得七兩二十三銖二釐五黍，合問。

草曰：是五十六人一日得金一十七銖，用人數除金，得一人一日得金三釐二十八分釐之一。却通分內子得八十五銖。又三十日乘二十一人，得六百三十頭位相乘，得五萬三千五百五十，却用分母二十八除之，得合問。

- 六、今有九人，九日淘金一十八銖。今三十人共淘金一斤。問合用幾日？

答曰：五十七日五分日之三。

法曰：置今淘金三百八十四銖，以九人乘之。又九日乘之，得三萬一千一百四銖爲實，以元淘金一十八銖，乘今三十人，得五百四十爲法，以除其實，得五十七日，餘與法各以一百八約之，得五分日之三，合問。

- 七、今有九人九日得金一十八銖，今淘得金來五十七日五分日之三，得一斤，問用人多少？

答曰：三十人。

法曰：置今淘金三百八十四銖，以元用九人乘之，又以九日乘之，以分母五因之，得一十五萬五千五百二十爲實。又置五十七日，以分母五因，內子三，得二百八十八，以元淘金一十八銖乘之，得五千一百八十四爲法，除實得三十人，合問。

八. 今有拏手六十九人，每五人四日破鑿三箇，今教閱來一月，問用鑿多少？

答曰：三百一十箇半。

法曰：以三十日乘六十九人。又以三箇乘之，得六千二百一十爲實。以五人乘四日，得二十爲法。實如法而一，合問。

草曰：是一人一日破鑿一分半也。又六十九人乘三十日，得二萬七百，以一分半乘之，合問。

九. 今有省錢二百三十一貫文，問得七十五陌錢多少？

答曰：二百三十七貫一百六十文。

法曰：置省錢以七十七乘之，見足錢，却以七十五除之，合前問。

十. 今有官庫帳管省錢與七十二陌錢，共二百七十三貫七百五十文，爲年深索子爛斷，共穿排得足陌錢二百六貫四百七十文，問元本二色錢各多少？

答曰：省錢一百八十七貫四百文。

七十二陌錢八十六貫三百五十文。

法曰：置共管錢數，以七十七乘之，一百約之，得二百一十貫七百八十七文五分，內減了共排得錢餘有四貫三百一十七文五分爲實，又以七十二減七十七，餘五文爲法，除之爲百。得八十六貫三百五十文，爲七十二陌錢，以反減元管錢數，其餘卽省錢，合問。

十一. 今有麻麥共三十八石七斗二升，總糶鈔五十九兩二錢四分九釐七毫。麻每斗價鈔一錢八分五釐，麥每斗價一錢三分六釐。問麻麥之各數，並該鈔幾何？

答曰：麥二十五石二斗七升。該鈔三十四兩三錢六分七釐二毫。

麻一十三石四斗五升。該鈔二十四兩八錢八分二釐五毫。

法曰：置麻麥共數，以麻斗價乘之得七十一兩六錢三分二釐，於數內減訖總糴鈔，餘一十二兩三錢八分二釐三毫。別置麻斗價，於內減訖麥斗價，餘四分九釐爲法，以法除餘鈔一十二兩三錢八分二釐三毫，得麥數於共數內，減訖麥數，餘爲麻數，却以麥斗價乘麥數，得麥總價。麻總價倣此。

十二. 今有錢五百一十四貫七十六文，糴到粟麥共八百一十一石五斗。麥每斗七十二文，粟每斗五十六文，問粟麥各多少？

答曰：麥三百七十三石四斗二升五合。

粟四百三十七石八斗七升五合。

法曰：下粟麥共數在地。以麥斗價七十二文乘之，得五百八十四貫一百三十六文，內減了粟錢數，餘有七十貫六十文爲實。以粟麥斗價以少減多，餘有一十六文爲法，除實，得四百三十七石八斗七升五合爲粟數，反減共數，餘者爲麥數也，乃合前問。

透簾細草原文

一. 今有平方積五萬五千六百九十六尺，問一面方多少？

答曰：二百三十六尺。

法曰：平方開之。

草曰：置積爲實，借一算子爲約法。常超一位；進二度，合商百，乃上商二百尺。二因常隅，又名下法，又名約法，得二萬爲方法；命商除實四萬三，倍方法一退得四十，約法二退於百之下，續商三十尺，三因隅法，得三百尺，併入方法，得四千三百，命商三十除實，餘有二千七百九十六。在方法內又添隅法三百，一退得四百六十，隅法二退爲一尺，上續商六尺。又於方法內添隅法六尺，一步，得四百六十六尺，乃命商六尺除實，恰盡。

二. 今有立方積四千九百八十三萬六千三百三十二尺，問立方一面多少？

答曰：三百六十八尺。

法曰：開立方除之。舊草冗繁，今以透簾開之。

草曰：列積爲實，借一算子名立隅，又名約法，常超二位約實。兩度進上，合商三百，三因立隅得三百萬，別置爲廉法，又三因得九百萬爲方法。只以方法命商除實二千七百萬。三因方法爲二千七百萬一退，三因廉得九百萬二退。立隅法三退。續商六十寸，廉法內添隅，添立隅六千，共九萬六千，六因加入方法得三百二十七萬六千，命續商除實，餘有三百一十八萬三十二。在廉法內更添隅法六千，得十萬二千，六因加入方法得三百八十八萬八千一退，廉法內又添六千共十萬八千二退，下法三退，續商八寸，廉法內添隅法八寸共一千八十八，乃八因加入方法得三十九萬七千五百四寸，命商八寸除實恰盡。

三、今有立方圓積九百二十七寸，問徑多少？

答曰：一尺二寸。

法曰：置積寸以十六乘之，九而一，得一千七百二十八寸。實，開立方除之，卽得，合問。

草曰：十六乘之九除者，添入角積也，改立圓爲立方，是以立方見一面數。

$$-II = III \quad 0 \quad 0 \quad I$$

隅法三進在千之下，置廉一千。方一千，除實一千，方三因三千，一退廉三因得三千二退，下位三退，續商二寸，廉法內隅法二寸得三十二寸，二因添入隅法，得三百六十四，命商實盡也。

四、今有立方，圓，平方各一所。共計積二十二萬九千六百七尺。只云立方面多如立圓徑七尺，其平方面如立圓徑三分之二。三事各多少？

答曰：立方面五十五尺，

立圓徑四十八尺，平方面三十二尺。

法曰：以立方開之。

草曰：置共積二十二萬九千六百七尺在地。於頭位以多七尺自乘得數，又以七尺再乘之得三百四十三尺，減於頭位共積餘有二十二萬九千二百六十四，又以一百四十四爲分母乘之，頭位共得三千三百一萬四千一十六尺爲實，置於頭位。又多數七尺自乘得數，以四百三十二乘之得二萬一千一百六十八尺爲從法。又多七尺乘四百三十二得三千二十四，又添入六十四共得三千八十八爲廉常，以二百二十五爲隅。立方開之，計積爲實三千三百一萬四千一十六於頭位，從法二萬一千一百六十八於下位，廉法三千八十八於從法下。隅法二百二十五於廉之下，從法一進，廉法二進，隅法三進，上商四，共隅法相呼四因廉法得一百二十萬八千八百。廉法相呼生於從法得五百四萬六千八百八十。命商除之，餘有一千二百八十二萬六千四百九十六，又四因隅法生於廉法得二百一十萬八千八百，又生於從法得一千三百四十八萬二千八十，又四因於廉法得三百萬八千八百，又八因隅法一退，於廉得三百一十八萬八千八百，從法一退，廉法二退，隅法三退，上商八生於廉法得三萬一千八百八十八，又八生於從法得一百六十萬三千三百一十二，命商除之恰盡，得立圓徑。內加七尺爲立方面，二因三除爲平方面也，合問。

今有圓毬一隻，徑一尺二寸，問計積寸多少？

答曰：九百七十二寸。

法曰：徑再自相乘得一千七百二十八寸，又以九之。如十六而一，得積寸，合問。

草曰：徑再自乘爲立方，比立圓毬子多四角積寸，一十六分之九。立圓積是十六分之九。先九因而後十六除者，恐有不盡，免通分也。

案以上透簾細草十七題問，見永樂大典卷一六三四三之一六三四四中。

(3) 丁巨算法序

稽古河圖五十有五。一二三四互爲七八九六，大衍之數五十。隸首作算數。義和以閏月定四時成歲。舜在璿璣玉衡，以齊七政。禹別九州，五十而貢。殷人七十而助，具有法術。周禮大司徒始列九數。一曰方田，以御田疇界域。二曰粟布，以御交質變易。三曰衰分，以御貴賤粟稅。四曰少廣，以御積纂方圓。五曰商功，以御功程積實。六曰均輸，以御道里遠近。七曰盈朒，以御隱雜互見。八曰方程，以御錯糅正負。九曰句股，以御高深廣遠，備矣。漢建九章之學。夏侯陽，孫子方倉舊杯，謂未盡微分。新術，微率，密率。復古曰盈不足，損有餘，差分，衰分，方程之屬。注疏又爲分法。由唐及宋，皆有專門。自後時尚浮辭，動言大綱，不計名物，其有通者，不過胥吏。士類以科舉故，未暇篤實。獨余幼賤，不伍時流，經籍之餘事。法物度軌，則間嘗用心。因於算術上自九章，下至小法，數十百家，摘取要略。述算法八卷。以今俗稱，寓之古法，其曰田畝。雖不啻百里當百二十一里。百畝當百四十六畝之步。亦方田之屬。粟布交質變易。差分法衰分。倉窖堆垛法少廣，修築營運，以見商功。雙頭交易，抽分答價，以見均輸。折變相和，異乘同除，以知隱雜。諸分之通爲方程，可以通期間。海島望算爲句股，可以通廣輪。凡網乘以聚之，除以散之。通乘除已，斯可爲法。乘之積爲加，除之散爲減。加減爲乘除之變，故以乘除加減四法爲之首。爲數始於一，終於十。積於一二，成於九九。大爲十百十千十萬百萬千萬萬萬億兆京垓神穰，濶潤正載極。小則分釐毫絲忽微纖沙塵埃渺漠幽虛空清淨無爲盡。一十百千萬，互爲消長。由是而天高地厚。日月往來，律呂聲音，陰陽幽顯。因此測彼。精入鬼神。伊游於藝，玩物喪志。正元十有五年（1355）青龍在乙未，八月甲寅朔丁巨記。

丁巨算法

方求圓〔二十二乘，七除〕。

圓求方〔七乘，二十二除〕。

平面求周〔圓十二乘，方四乘〕。

外圓求積〔圓物，六乘十二除〕。

〔方物，八乘十六除〕。

立圓求徑〔九乘，十六除〕。

立方求圓〔十六乘，九除〕。

見斜求方〔五乘，七除〕。

見方求斜〔七乘，五除〕。

丁巨算法原文

- 一、今有雞三隻，價直二兩；鴨七隻，亦直二兩。今持錢一百兩，欲買二色各停，問雞鴨各價多少？

答曰：各買一百零五隻。雞價七十兩，鴨價三十兩。以鈔一百兩，以二十一乘之得二千一百爲實。以二十爲法除之，得一百零五隻，乃雞鴨數也。求價者倍雞數三除之，倍鴨數七除之也。

- 二、今有鹽四千三百五十引，欲令大小船適等載之，只云大船三隻，載五百引，小船四隻，載三百引。問船及鹽各載多少？

答曰：各一十八隻。大船載三千引，小船載一千三百五十引。

列鹽四千三百五十引。以十二乘之，得五萬二千二百爲實，以十五除之，得二千九百爲法，除實得大小船一十八隻也。求載鹽者，五因大船數，三除之；三因小船數，四除之。

- 三、今有官支鈔一十兩八錢，買絲二十四斤，若有鈔三十五錠三十七兩四錢，問買絲幾斤？

答曰：三千九百七十二斤。

以若有與買絲相乘爲實，以今有爲法除之。凡異乘同除法者