2002 年度全国优秀畅销书

数学培优竞赛 新帮手
SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

刘 莉 著

丛书主编：黄东坡

小学数学培优竞赛新帮手

XIAOXUE SHUXUE
PEIYOU JINGSAI
XINBANGSHOU

五年级

创新从课堂上起步　能力在训练中提高

湖北辞书出版社

数学培优竞赛
新帮手
SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

刘 莉 著

丛书主编：黄东坡

数学培优竞赛
SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

新帮手

小学五年级

湖北辞书出版社

（鄂）新登字 07 号

图书在版编目（CIP）数据

小学数学培优竞赛新帮手. 五年级/黄东坡主编;刘莉编著. —武汉:湖北辞书出版社,2001

ISBN 7-5403-0463-4

Ⅰ. 小… Ⅱ. ①黄…②刘… Ⅲ. 数学课－小学－习题 Ⅳ. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 080888 号

小学数学培优竞赛新帮手（五年级）

丛书主编:黄东坡
出版发行:湖北辞书出版社(武汉市黄鹂路 75 号 430077)
印　　刷:湖北科学技术出版社黄冈印刷厂
经　　销:新华书店
开　　本:787×1092 1/16
插　　页:1
印　　张:12
版　　次:2002 年 1 月第 1 版
印　　次:2003 年 10 月第 5 次印刷
字　　数:210 千字
印　　数:36 001—41 000 册
定　　价:14.00 元
ISBN 7-5403-0463-4/G · 205

目　　录

知识篇

1 小数乘除法的简便计算

阅读与思考

前面我们已经学习了整数的一些简算和速算方法，其中的许多方法对小数的简算和速算都是适用的.

在小数乘除计算中，正确地运用“等积变形”、“商不变的性质”等，可将小数乘除转化为整数乘除进行计算.

小数乘除的简算常用的计算技巧有：

1. 分解凑整的方法：将一个数适当地分解为 n 个数，运用乘法的交换律、乘法的结合律或乘法的分配律凑整进行计算.

2. 运用商不变的性质：被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数(零除外)，商不变.

3. 运用积不变的性质：一个因数扩大若干倍（零除外），另一个因数同时缩小相同的倍数，积不变.

4. 运用乘、除法的性质，改变运算顺序和运算方法.

①一个数除以另一个数的商，再除以第三个数，等于第一个数除以二、三两个数的积；也等于第一个数除以第三个数的商，再除以第二个数.

②两个数的积除以第三个数，等于用任意一个因数除以第三个数，再与另一个因数相乘.

5. n 个数的和（差）除以一个数，可以用这个数分别去除这 n 个数(在能除尽的情况下)，再求 n 个商的和.

“小数”的名称是我国元代数学家宋世杰提出的.

即 $a\div b\div c$
$=a\div(b\times c)$
$=a\div c\div b$

即 $a\times b\div c=a\div c\times b$

即 $(a\pm b)\div c$
$=a\div c\pm b\div c$

例题与求解

例 1 计算：$12.5\times0.76\times0.4\times8\times2.5$

（北京人大附中第二届“幼苗杯”数学邀请赛试题）

解题思路 先分析这五个数的特点. 根据 $125\times8=1000$ 和 $25\times4=100$，结合乘法的交换律和结合律，可以将计算简化.

例 2 用简便方法计算下面各题.

改变运算顺序和运算

①$5.1 \div 0.15 \div 0.17$　　　②$5.25 \div 13.125 \times 4$

解题思路　改变这两题原有的运算顺序：①中先算 $5.1 \div 0.17 = 30$，②中先将 13.125 与 4 相乘，得 52.5．再将余下的计算完成．

方法，常常可以使计算变得简单方便，但这时特别要注意运算符号：①同级运算中改变运算顺序时，数和数前的符号一起“搬家”．②乘除运算中，去掉乘号后面的括号，括号中的乘、除运算不变；去掉除号后面的括号，括号中的乘变除，除变乘．

例 3　计算：$9.81 \times 0.1 + 0.5 \times 98.1 + 0.049 \times 981$

（青岛四方区五年级数学竞赛试题）

解题思路　运用积不变的性质，把 9.81 的小数点向右移一位，0.1 的小数点向左移一位：$9.81 \times 0.1 = 98.1 \times 0.01$．同理，$0.049 \times 981 = 0.49 \times 98.1$，这样算式中就出现了相同的因数 98.1．再根据乘法的分配律进行简算．

本题运用的简算方法，我们称之为“等积变形”法．将变形后的算式运用乘法的分配律，可使原来的计算大大简化．“等积变形”是小数乘法中一种常用的简算方法．本题还可将 9.81 和 98.1 变形为 981，那么 0.1 和 0.5 各应变形为多少？同学们试着解解看．

例 4　计算：$172.4 \times 6.2 + 2724 \times 0.38$

（96～97 学年度北京华罗庚学校入学考试五年级试题）

解题思路　将 172.4×6.2 等积变形为 1724×0.62，而 $2724 = 1724 + 1000$．

请同学们开动脑筋，接着做下去．

例 5　用简便方法计算下面各题：

①$7.2 \times 4.5 \times 8.1 \div (1.8 \times 1.5 \times 2.7)$

②$(10.5 + 420 + 20.5) \div 5$

解题思路　同学们也许已经发现，①中 $7.2 \div 1.8 = 4$，$4.5 \div 1.5 = 3$，$8.1 \div 2.7 = 3$．请同学们试着根据例 2 后面的“旁批”，去掉除号后面的括号，改变原有的运算方法和运算顺序进行简算．

第②小题，不妨请同学们先用一般的方法算出得数，再试着用 5 分别去除括号中的每个数后，把商相加．两种方法算的结果是否一样？你

这种简算方法总结出来，就是阅读与思考中介

有什么发现？能把后面这种简算方法总结出来吗？

绍的第五种解题技巧.

能力训练

A　级

用简便方法计算下面各题：

1. 0.98×101

2. $7.3\times1.2+1.2\times2.7$

3. $2.5\times64\times1.25$

4. $3.9\div(1.3\div1.5)$

5. $12.5\times13\div25$

6. $3.6\times(1.6\div1.2)$

7. $4.2\times26+0.42\times640+42$

8. $(3.8+3.4\times3.8+3.8\times5.6)\div(1.9\times0.8\times0.25)$

9. $0.225\times0.335+0.335\times0.775+0.775\times0.225$

（1993年奥赛总决赛试题）

10. $327\times2.8+17.3\times28$

（1994年奥赛总决赛试题）

11. $75\times4.67+17.9\times2.5$

（1992年奥赛初赛C卷试题）

12. $1.25\times5.6+2.25\times4.4$

B　级

用简便方法计算下面各题：

1. $2.5\times7.2\div(0.9\div4)$

2. $4.2\times0.34\div(1.4\times0.34)$

3. $1\div32\div0.05\div0.25\div0.5$

4. $1.25\times5.6+2.25\times3.6$

5. $11\times1.1\times1.1-1.1\times1.1-1.1$

6. $1.3\times1.3\times1.3-1.3\times1.3-0.3$

7. $99.99\times0.8+11.11\times2.8$

8. $1991+199.1+19.91+1.991$

（1991年奥赛决赛试题）

9. $2424.2424 \div 242.4$

（1996 年奥赛总决赛计算试题）

10. $5795.5795 \div 5.795$

11. $3.75 \times 4.23 \times 36 - 125 \times 0.423 \times 2.8$

（1994 年奥赛总决赛计算试题）

12. $(12 \times 21 \times 45 \times 10.2) \div (15 \times 4 \times 0.7 \times 51)$

（北京人大附中“幼苗杯”数学邀请赛试题）

2 速算与巧算

阅读与思考

同学们在解答数学题时，总希望做得又对又快．要达到这个目的，必须多观察、多联想，注意选择合适的方法，灵活地运用知识，达到正确的速算及合理的巧算．

计算题是小学数学竞赛中的一个重要内容．它不仅要求同学们能够根据四则运算的法则以及四则混合运算的顺序进行正确计算，而且要求能运用运算定律和性质把较复杂的计算转化成简便的计算．同时，能根据数据特征，以及数与数之间的关系，运用一些特殊的技巧，达到化难为易，以简驭繁的目的．

例题与求解

例 1　$2000 \times 1999 - 1999 \times 1998 + 1998 \times 1997 - 1997 \times 1996$

（1996 年广州市小学五年级数学竞赛试题）

解题思路　运用乘法的分配律，将 $2000 \times 1999 - 1999 \times 1998$ 中相同的因数 1999 提取出来，将 $1998 \times 1997 - 1997 \times 1996$ 中的相同因数 1997 提取出来．所得的结果仍可运用乘法的分配律，巧算出结果来．

将被减数、减数分为一组，提取相同的因数，比将 1999×1998 与 1998×1997 分为一组要合理、简便得多．这说明将题目中的数适当地进行分组是简算和巧算的重要前提．

例 2　计算：$1995 \times 199419941994 - 1994 \times 199519951995$

解题思路　提示同学们将199419941994 分解为 1994×100010001，将199519951995 分解为 1995×100010001．接下去，你会很快算出这道题．

$\overline{ababab} = \overline{ab} \times 10101$．

$\overline{abcabcabc} = \overline{abc} \times 1001001$．

$\overline{abcdabcdabcd} = \overline{abcd} \times 100010001$．

类似这样的多位数，请你学着去分解，并试着找出其中的规律．

例 3　计算：$\dfrac{1998 + 19981998 + \cdots + \overbrace{19981998\cdots1998}^{1998个1998}}{1999 + 19991999 + \cdots + \underbrace{19991999\cdots1999}_{1998个1999}}$

$a \div b = \dfrac{a}{b}$

根据分数与除法的关系，将分数的分子、分母

（1998 年奥赛总决赛计算试题）

解题思路 将分子、分母分别分解后，将其中相同的因数提取出来．再根据分数的基本性质，将分子、分母同时缩小相同的倍数．

同时扩大或缩小相同的倍数（零除外），分数的大小不变．这就叫分数的基本性质．

例 4 计算：$0.\underbrace{00\cdots0}_{8个0}125\times0.\underbrace{00\cdots0}_{9个0}8\times25\underbrace{00\cdots0}_{8个0}\times4\underbrace{00\cdots0}_{7个0}$.

解题思路 $0.\underbrace{00\cdots0}_{8个0}125$ 是 $8+3=11$ 位整数，$25\underbrace{00\cdots0}_{8个0}$ 是 $2+8=10$ 位整数．

不妨将 $0.\underbrace{00\cdots0}_{8个0}125$ 看做 $125\times0.\underbrace{00\cdots0}_{10个0}1$，把 $25\underbrace{00\cdots0}_{8个0}$ 看作 $25\times1\underbrace{0\cdots0}_{8个0}$，其余两个因数作同样的处理．再根据乘法交换律和结合律进行巧算．

这里提醒同学们对于小数的位数和整数末位零的个数计数要准确．

这是一道小数乘法转化为整数乘法的例题．

例 5 计算：$(100+621+739+458)\times(621+739+458+378)-(100+621+739+458+378)\times(621+739+458)$

解题思路 通过观察，我们发现算式中的四个括号内都有“$621+739+458$”出现．

我们把“$621+739+458$”看成一个整体，设这个整体为 a．用 a 代表“$621+739+458$”，原式变为$(100+a)\times(a+378)-(100+a+378)\times a$．再根据乘法的分配律将上式展开，可将 a 消去．

这种方法又叫“代数法”，实质上是用整体处理的思想：在计算中常把几个数的运算式子作为一个整体，参与其他运算，使计算简便．

能力训练

A 级

1. $1997\times20002000-2000\times19971997$

（1997年奥赛决赛计算试题）

2. $2001 \times 200020002000 - 2000 \times 200120012001$

3. $1993 \times 1993 + 1992 \times 1992 - 1993 \times 1992 - 1992 \times 1991$

（广州市小学五年级数学竞赛试题）

4. $\dfrac{1993 + 1994 + 1995}{1992 + 1993 + 1994 + 1995 + 1996}$

（1996年新加坡小学数学奥林匹克试题）

5. $\dfrac{369 + 369369 + \cdots + \overbrace{369369\cdots369}^{369个369}}{370 + 370370 + \cdots + \underbrace{370370\cdots370}_{169个370}}$

6. $(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 7$

7. $1994 + 1993 - 1992 - 1991 + 1990 + 1989 - 1988 - 1987 + \cdots + 10 + 9 - 8 - 7 + 6 + 5 - 4 - 3 + 2 + 1$

（1994年奥赛总决赛试题）

8. $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \cdots + 97 + 98 - 99$

（1997年奥赛总决赛计算试题）

9. $\dfrac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 4 \times 8 \times 12 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 4 \times 12 \times 20 + 7 \times 21 \times 35}$

（1995年奥赛初赛A卷试题）

10. $0.\underbrace{00\cdots0}_{873个0}101 \times 0.\underbrace{00\cdots0}_{1122个0}19$

（1995年奥赛计算试题）

11. $0.\underbrace{00\cdots0}_{812个0}111 \times 0.\underbrace{00\cdots0}_{812个0}18$

（1998年奥赛计算试题）

12. $(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9})^2 + (\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9}) \times \frac{3}{5} - (1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9}) \times (\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9})$

B 级

1. $1997 \times 20002000 - 2000 \times 19971997$

（1997年奥赛总决赛计算试题）

2. $999999999 \times 888888888 \div 666666666$

3. $98989898 \times 99999999 \div 1010101 \div 11111111$

（福建省第三届“小火炬杯”小学数学邀请赛试题）

4. $2424.2424 \div 242.4$

（1996年奥赛总决赛计算试题）

5. $\underbrace{99\cdots9}_{1998个9} \times \underbrace{99\cdots9}_{1998个9} + 1\underbrace{99\cdots9}_{1998个9} = \_\_\_\_$.

（1998年奥赛总决赛计算试题）

6. $5795.5795 \div 5.795 \times 579.5$

（1994年奥赛总决赛计算试题）

7. $\underbrace{0.625\times0.625\times\cdots\times0.625}_{10个0.625}\times\underbrace{8\times8\times8\times\cdots\times8}_{11个8}\times\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{12个2}=$ ______.

8. $\underbrace{44\cdots4}_{2001个4}\underbrace{88\cdots8}_{2001个8}\div\underbrace{66\cdots6}_{2001个6}=$ ______.

9. 如果把 0.000000000025 简记作 $0.\underbrace{00\cdots0}_{10个0}25$. 下面有两个数：$a=0.\underbrace{00\cdots0}_{1984个0}125$，$b=0.\underbrace{00\cdots0}_{1988个0}8$，试求 $a+b$，$a-b$，$a\times b$，$a\div b$.

（上海市第二届“从小爱数学”赛题）

10. $\dfrac{1+3+5+7+\cdots+23}{2+5+8+11+\cdots+35}=$ ______.

11. $\dfrac{1994+1994.1994+1994.19941994+\cdots+1994.\overbrace{1994\cdots1994}^{100个1994}}{1995+1995.1995+1995.19951995+\cdots+1995.\underbrace{1995\cdots1995}_{100个1995}}$

12. $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}+\cdots+\dfrac{6}{7}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}+\cdots+\dfrac{6}{7}\right)\times\dfrac{1}{2}-\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}+\cdots+\dfrac{6}{7}\right)\times\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}+\cdots+\dfrac{6}{7}\right)$

3 图形中的部分与整体

阅读与思考

三角形是最基本的平面图形，它是构成其他平面图形的基础．

观察图形的部分与整体的关系，对于求部分或整体的面积会有很大启发．有时，我们可以将图形分割成几个部分，而这几部分可以通过所学的面积公式计算出来．有时，也可将所求图形看成是某个大的图形去掉几个小的图形．

在比较图形中的部分与整体间的关系时，还常用到以下知识：

1. 等底等高的三角形面积相等．

2. 如果甲、乙两个三角形的底的长度相等，那么甲、乙两个三角形的面积的比，等于它们对应的高的比．

3. 如果甲、乙两个三角形的高的长度相等，那么甲、乙两个三角形的面积的比，等于它们对应的底的比．

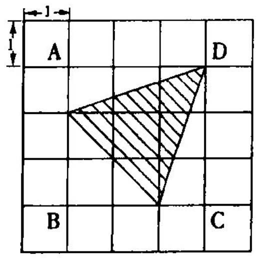
后两条也可说成：“如果甲、乙两个三角形的高（或底）相等，而甲的底（或高）是乙的底（或高）的几倍，则甲的面积一定是乙的面积的几倍．

例题与求解

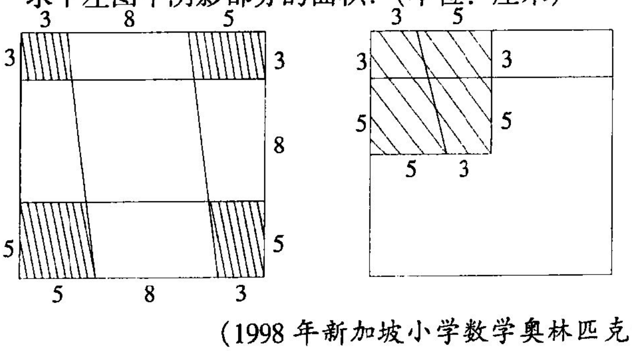
例 1　求图中阴影部分的面积．(单位:厘米)

（1998 年新加坡小学数学奥林匹克试题）

解题思路　将阴影三角形所在的长方形 ABCD 的面积减去空白处的 3 个直角三角形的面积．



例 2　求下左图中阴影部分的面积．(单位：厘米)



（1998 年新加坡小学数学奥林匹克试题）

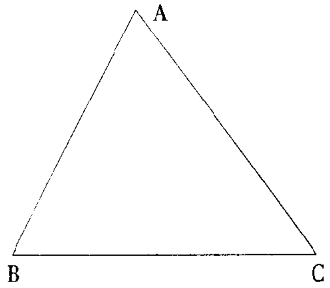
计算一些复杂图形的面积，常常要实施“等积变形”．这里的等积变形指的是图形的形状、位置改变，而面积不变．

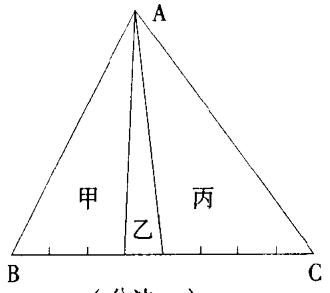
平移、割补、旋转、拼接是实施等积变形的重要手段．

解题思路 先用平移的方法将阴影部分的四个四边形拼成一个边长为（5 + 3）的正方形．这个正方形的面积就是阴影部分的面积．

例 3 把三角形 ABC 分成甲、乙、丙三部分，使甲的面积是乙的面积的 3 倍，丙的面积是乙的面积的 4 倍．

在对图形进行分割或组合时，首先要计算所要分割或组合的图形的面积．然后通过认真观察或分析，找到解决问题的方法．



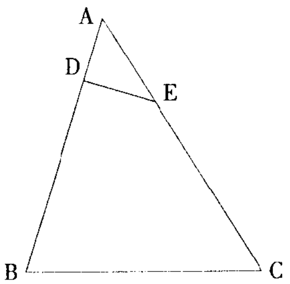


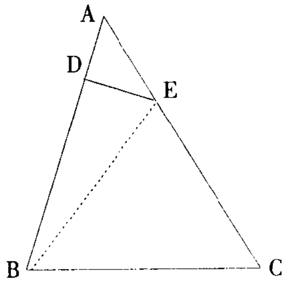
（分法一）

解题思路 把乙的面积看成 1 份，甲的面积是 3 份，丙的面积就是 4 份．这样三角形 ABC 的面积就是 1 + 3 + 4 = 8 份．把三角形 ABC 的不同边进行不同的等分，可得出不同的分割方法．

例 4 如右图所示的三角形 ABC 中，AD 是 AB 的$\frac{1}{5}$，AE 是 AC 的$\frac{1}{3}$，如果三角形 ADE 的面积等于 1，那么三角形 ABC 的面积是多少？

（四川省德阳市第十一届小学数学邀请赛试题）





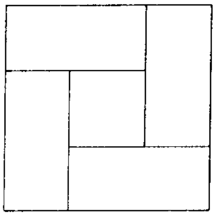
解题思路 由条件可知，D、E 分别是 AB、AC 边上的五等分点和三等分点．

连结 BE．三角形 ADE 与三角形 BDE 的高相等，由 BD 是 AD 的 4

倍，可知三角形 BDE 的面积是三角形 ADE 面积的 4 倍.

再看由三角形 ADE 与三角形 BDE 构成的三角形 ABE. 三角形 ABE 与三角形 BCE 等高，由 CE 是 AE 的 2 倍，推出三角形 BCE 的面积是三角形 ABE 面积的 2 倍.

例 5 四个一样的长方形和一个小正方形拼成一个大正方形，如右图，已知大、小正方形的面积分别为 81 和 25 平方厘米，则长方形的长是____厘米，宽是____厘米.



解题思路 由题意得出大正方形的边长为 9 厘米，小正方形的边长为 5 厘米.

仔细观察右图的特点，比较一下大小正方形的边长与长方形的长、宽之间的关系，不难求出长方形的长与宽.

我们把左边的这种图形称作"弦图".

弦图是三国时期吴国数学家赵爽在为我国早期数学巨著《周髀算经》作注释时，利用弦图对勾股定理作出了严格而简捷的证明.

弦图有以下特点：

1. 大正方形的边长等于长方形的长加上宽.

2. 小正方形的边长等于长方形的长减去宽.

能力训练

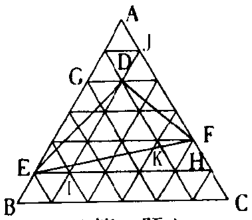
A 级

1. 如图，每个小三角形的面积为 1 平方厘米，则图中三角形 DEF 的面积是多少？

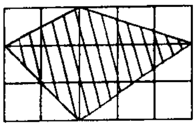
2. 下图中阴影部分的面积占总面积的____.

3. 现有一个 5×5 的方格表（如下图），每个小方格的边长都是 1，那么图中阴影部分的面积总和等于____.

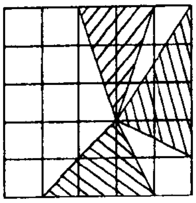
（1993 年奥赛初赛民族卷试题）



（第 1 题）



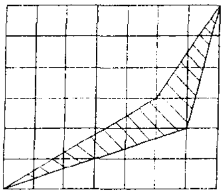
（第 2 题）



（第 3 题）

4. 如下图中的每个小长方形的面积都是 1. 那么，图中阴影部分面积是____.

（1988年北京奥赛邀请赛复赛试题）

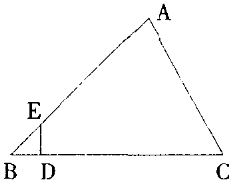


（第4题）

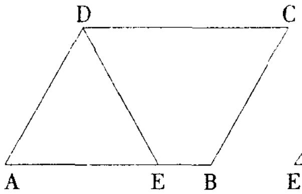
5. 如图，已知 BC = 6BD，AB = 5BE，三角形 BDE 的面积是 1，则三角形 ABC 的面积是____.

6. 如图，ABCD 是平行四边形，AE = $\frac{2}{3}$AB，则梯形 EBCD 的面积是三角形 AED 的面积的____倍.

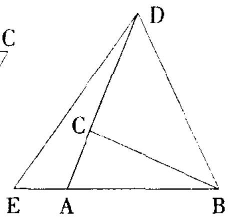
7. 如图，三角形 ABC 的面积是 6 平方厘米，AB = 2AE，DC = 4AC，则三角形 ADE 的面积是____平方厘米.



（第5题）



（第6题）



（第7题）

8. 将任意一个三角形四等分，请你画出三种分法.

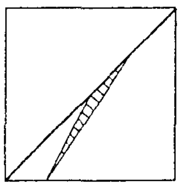
9. 如图，在边长为 96 厘米的正方形中，将对角线和边长都四等分. 求阴影部分的面积.

10. 如图，正方形 ABCD 的边长为 12，P 是 AB 边上任意一点，M、N、I、H 分别是边 BC、AD 的三等分点，E、F、G 是边 CD 的四等分点，求图中阴影部分面积.

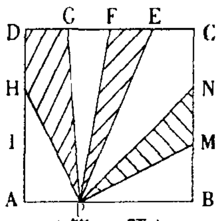
（上海市第六届小学生数学竞赛题）

11. 一条白色正方形手帕，它的边长是 18 厘米，手帕上横竖各有两道红条（如图中阴影所示的部分），红条宽都是 2 厘米. 问：这条手帕白色部分的面积是多少平方厘米？

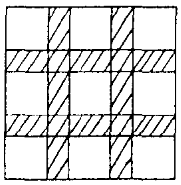
（第三届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛决赛口试试题）



（第9题）



（第10题）



（第11题）

12. 一张正方形铁皮，边长是 39 厘米，现在要在这个铁皮上剪下 4 张同样规格、长宽都是整厘米数的小长方形铁皮，并且每张小铁皮的面积尽可能大，请画出剪切示意图，并计算每张小铁皮的面积.

（1997年吉林省金翅杯数学竞赛五年级试卷）

B 级

1. 由 9 个正方形组成面积为 144 平方厘米的图形（见下图），此图中阴影部分的面积是____平方厘米.

（四川省第四届小学生数学夏令营试题）