

# 振动模态分析与参数辨识

傅志方 主编

机械工业出版社

# 振动模态分析与参数辨识

傅志方 主编

国家自然科学基金资助

机械工业出版社

全书共分九章，系统地介绍了振动模态分析及参数辨识的基本理论，模态测试技术，各种频域及时域的参数辨识方法，载荷识别、结构动力修改和动态子结构分析，并结合实例介绍模态分析在工程中的实际应用。

本书可作为高等学校理工专业高年级学生，研究生和教师的教材和参考书，亦可供在机械、航空、航天、土木、造船、核能工程、化工机械……等工程领域中从事振动与噪声控制，故障诊断，结构动力分析与试验研究的有关工程技术人员参考。

## 振动模态分析与参数辨识

傅志方 主编

\*

责任编辑：王正琼 版式设计：吴静霞

封面设计：刘代 责任校对：熊天荣

责任印制：王国光

\*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32·印张 15·字数 390 千字

1990年9月北京第一版·1990年9月北京第一次印刷

印数 0,001—2,360·定价：15.00元

\*

ISBN 7-111-02109-6/TB·95

## 序

振动模态分析与参数辨识是振动工程中一个活跃的分支，是结构动态设计、减振消振、振动控制以及利用振动信号的状态监测和故障诊断的基础。它的实用意义日益显著，因而近十多年来发展很快，但可惜丰富多彩的新成果仅散见于各类文献中，一般人无暇系统地收集、整理和及时掌握应用。本书以实用为重心，比较全面系统地介绍了本专题的最新成果。这对从事较高层次工作的工程技术人员、教学和科研人员是一本难得的大有裨益的参考书。

振动模态分析与参数辨识和古典的振动学相比，它的特点是以解决工程实际问题为总目标，理论、计算技术和试验技术紧密结合，各尽其能，互相补充、互相印证。本书在选材和章节安排上充分体现了上述特点。除用一定篇幅讲述一部分有关基础理论外，大部分篇幅致力于介绍本专题的新近重要成果。最后一章选编了来自航空、航天、车辆、土建、机械等工业部门的十多个实例，颇有代表性地说明了前面各章所介绍的各种技术的综合应用概况。

本书在文字表达方面也下了功夫。对于这样一个复杂的专题，能讲得如此有条有理、通顺易读、深入浅出，也很不容易。

最后我还想指出：该书的出版，不仅作者们付出了巨大的精力，而且在出版方面亦克服了不少困难。但愿作者们的辛勤劳动，能使读者有所得益，愿此书的出版，将促进该领域中的研究工作进一步开展。

中国振动工程学会理事长  
中国科学院学部委员，教授 胡海昌

1989年2月于北京

## 前 言

模态分析与参数辨识是结构动力学中的一种“逆问题”分析方法，它与传统的“正问题”分析方法（目前主要是有限元分析方法）不同，是建立在实验（或实测）的基础上，采用实验与理论分析相结合的方法来处理工程中的振动问题。这一技术从60年代后期兴起至今，已在各工程领域中广泛应用，并已发展成为解决工程中振动问题的重要手段。目前在海外，对模态分析的理论及应用方面的研究日趋深入；在国内，这方面的研究亦正处于方兴未艾阶段，无论在理论方法，还是应用方面都取得了不少成果。但这些研究成果均散见于有关杂志中，而至今还没有一本从基础到应用，系统反映模态分析方面研究成果的专著。从事这方面工作的科技人员，高等学校的高年级学生，研究生及教师多年来一直盼望有这样一本专著。为此，我们编写了这本书，力图在本书中不仅阐明基本理论，而且要反映当前国内外的最新研究成果，以告慰读者。

本书主要阐述模态分析的基本理论，参数辨识方法及工程应用。全书共分九章。第一章讲述模态分析的基本理论，围绕传递函数（频响函数）的基本概念，讨论实模态及复模态理论。第二章是实验模态技术，重点介绍模态试验的方法、设备及数据处理。第三章介绍参数辨识理论，着重介绍几种参数估计原理及方法。第四章是模态参数的频域辨识方法。第五章是模态参数的时域辨识方法。这两章分别介绍了几种有代表性的单输入多输出系统的模态参数辨识方法。鉴于目前国际上开始广泛采用多点激励技术，本书专门设立一章，即第六章，讨论多输入多输出系统的参数辨识方法，并对传递函数的各种估计方法作了详细的介绍。在这章中着重介绍了几种80年代中、后期发展起来的多输入多输

出系统参数估计方法。第七章介绍了动态载荷识别与结构动力修改，并对结构参数辨识，灵敏度分析，特征值反问题，微分方程反问题等都作了详细介绍，第八章介绍了动态子结构技术，着重对固定界面及自由界面模态组合法作了详细介绍，还对复模态组合法，组合结构系统分析法及动态结构分析法等一一作了介绍。第九章是模态分析技术在工程中的应用。这章收集了国内外大量的应用实例，反映了模态分析技术在航空、航天、汽车、机床、发电设备、桥梁及水工结构中，在振动特性分析，振动控制，故障诊断和预报以及噪声控制等方面的应用情况及最新研究成果。

模态分析与参数辨识的理论及方法正在日新月异地发展，新的方法将会不断出现，在一本书中无法都包括进去，只能选择一些基本的、有代表性的、新颖的方法加以介绍。在本书每一章的后面均附有参考文献，有兴趣的读者可以参阅这些文献。

本书由傅志方教授主编，负责全书的校核及统稿工作，并编写了第一、五、六、七、九章；邹经湘教授编写第三、八章；韩祖舜副教授编写第二、四章。王德明同志作为特邀作者编写了第七章中的第七节。全书由黄文虎教授审校。中国科学院学部委员胡海昌教授为本书写了序言。

在本书的编写过程中还得到了上海交通大学振动冲击噪声国家重点实验室的施勤忠及其他同志的热情帮助，特此致谢。

为了反映模态分析的研究及应用成果，在本书中收集了不少国内外公开发表的论文及资料，这些资料给本书的编写提供了丰富的“粮食”和新鲜“血液”，使作者得益非浅。对这些资料的作者亦一并表示感谢。

由于作者水平有限，书中错误之处在所难免，敬请读者不吝指正。

傅志方

于上海交通大学

1989年3月20日

## 主要符号表

<p><math>m, [m], M</math>——质量, 质量矩阵;</p> <p><math>k, [k], K</math>——刚度系数, 刚度系数矩阵 (刚度矩阵);</p> <p><math>c, [c], C</math>——阻尼系数, 阻尼系数矩阵 (阻尼矩阵);</p> <p><math>\xi</math>——阻尼比;</p> <p><math>\omega</math>——激励圆频率;</p> <p><math>\omega_0, f_0</math>——固有圆频率, 固有频率;</p> <p><math>\omega_r</math>——第 <math>r</math> 阶模态频率;</p> <p><math>\bar{\omega}_r = \omega_r / \omega_0</math>——第 <math>r</math> 阶模态频率比;</p> <p><math>j = \sqrt{-1}</math>——虚数;</p> <p><math>Z(\omega)</math>——机械阻抗;</p> <p><math>H(\omega)</math>——频率响应函数 (频响应函数);</p> <p><math>H^R(\omega), H^I(\omega)</math>——频响应函数之实部及虚部;</p> <p><math>H(s)</math>——传递函数;</p>	<p><math>\hat{H}</math>——频响应函数矩阵的估计值;</p> <p><math>\eta, \xi</math>——结构阻尼系数, 阻尼比;</p> <p><math>h(t), \bar{H}(t)</math>——脉冲响应函数, 脉冲响应函数矩阵;</p> <p><math>s, s_r</math>——拉氏变换因子, 系统的第 <math>r</math> 阶特征值, 极点;</p> <p><math>Z, Z_r</math>——<math>Z</math> 变换因子, 第 <math>r</math> 阶 <math>Z</math> 变换因子;</p> <p><math>A, [A]</math>——留数, 留数矩阵;</p> <p><math>\lambda, \lambda_r</math>——系统特征值, 第 <math>r</math> 阶特征值;</p> <p><math>A</math>——特征值矩阵;</p> <p><math>x(t), X</math>——位移响应, 位移响应列向量;</p> <p><math>x(\omega), X(\omega)</math>——位移响应谱, 位移响</p>
--	---

	应谱列向量;	$C_r$ ——第 $r$ 阶模态 阻尼;
$x(s), X(s)$ ——	位移响应之 拉氏变换, 位移响应拉 氏变换列向 量;	$F_r$ ——第 $r$ 阶模态 力;
$f(t), F$ ——	激励力, 激 励力列向 量;	$q_r$ ——第 $r$ 阶模态 坐标;
$f_j(\omega), F(\omega)$ ——	激励力谱, 激励力谱列 向量;	$Q$ ——模态坐标矩 阵;
$f_j(s), F(s)$ ——	激励力之拉 氏变换, 激 励力拉氏变 换列向量;	$H = [\eta]$ ——结构阻尼矩 阵;
$\varphi_i$ ——	实模态系 数;	$G = [\xi]$ ——结构损耗因 子矩阵;
$\Phi_r$ ——	第 $r$ 阶实模 态向量;	$G_{xx}, S_{xx}$ ——响应信号之 自功率谱, 单边谱, 双 边谱;
$\Phi$ ——	系统之实模 态矩阵;	$G_{ff}, S_{ff}$ ——激励信号之 自功率谱, 单边谱, 双 边谱;
$\psi_i$ ——	复模态系 数;	$G_{xf}, S_{xf}$ ——响应与激励 之间的互功 率谱;
$\Psi_r$ ——	第 $r$ 阶复模 态向量;	$\rho$ ——自相关函 数;
$\Psi$ ——	系统之复模 态矩阵;	$\gamma^2$ ——相干函数;
$M_r$ ——	第 $r$ 阶模态 质量;	$X = \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix}$ ——状态向量;
$K_r$ ——	第 $r$ 阶模态 刚度;	$Y$ ——系统之输出 向量;
		$\delta_0^2$ ——方差;
		$L$ ——模态参与因 子矩阵;
		$\sigma_i$ ——奇异值。



# 目 录

序

前言

主要符号表

第一章 模态分析的理论基础	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 单自由度系统频响应函数分析	2
一、粘性阻尼系统	3
二、结构阻尼(滞后阻尼)系统	6
§ 1.3 单自由度系统频响应的特性曲线	7
一、频响应的幅频图	8
二、频响应的相频图	10
三、频响应的实频与虚频图	10
四、频响应的矢端轨迹图	13
五、速度及加速度频响应的特性曲线	17
§ 1.4 各种不同激励下频响应的表达式	21
一、简谐激励	21
二、周期激励	22
三、瞬态激励	23
四、随机激励	24
§ 1.5 多自由度系统的频响应函数分析	26
一、约束系统	26
二、自由系统	30
§ 1.6 多自由度系统模态分析的理论基础	34
一、无阻尼自由振动	36
二、比例阻尼系统	39
§ 1.7 多自由度系统实模态分析	40
§ 1.8 多自由度系统复模态分析	45
一、结构阻尼系统	45

二、一般粘性阻尼系统.....	48
三、复模态特性.....	53
四、复模态传递函数的表达式.....	54
参考文献.....	57
第二章 模态测试技术.....	58
§ 2.1 概述.....	58
§ 2.2 模态测试系统.....	58
一、频响函数测量系统.....	58
二、测试结构的联结与安装.....	59
§ 2.3 数字信号处理技术.....	60
一、模态测试中常用的信号分析名词术语.....	61
二、数字信号处理仪工作原理框图.....	65
三、数字信号处理工作原理.....	66
四、动态信号分析仪简介.....	81
§ 2.4 频响函数测量.....	84
一、激励信号及方法.....	84
二、传感器与激振器.....	91
三、附加质量与刚度的消除.....	100
参考文献.....	101
第三章 模态参数辨识的理论基础.....	102
§ 3.1 系统辨识与参数辨识.....	102
一、系统.....	102
二、数学模型.....	103
三、建模和系统辨识.....	105
§ 3.2 频域辨识与时域辨识.....	107
一、频域辨识.....	107
二、时域辨识.....	109
§ 3.3 参数辨识的估计方法.....	110
一、最小二乘估计原理.....	110
二、极大似然估计原理.....	115
三、贝叶斯估计原理.....	118
四、递推最小二乘估计.....	122

§ 3.4 系统阶次的识别 .....	124
一、损失函数检验法 .....	125
二、F 检验法 .....	126
三、误差白度检验法 .....	127
四、零点、极点检验法 .....	128
五、其它方法 .....	129
六、滞后时间的识别 .....	129
参考文献 .....	130
第四章 模态参数辨识的频域方法 .....	132
§ 4.1 概述 .....	132
§ 4.2 分量分析法 .....	132
一、基本公式 .....	132
二、实频图与虚频图 .....	133
三、模态参数的确定 .....	133
§ 4.3 导纳圆辨识方法 .....	136
一、固有频率 .....	138
二、模态振型 .....	139
三、模态阻尼 .....	140
四、模态刚度 .....	140
五、模态质量 .....	141
§ 4.4 正交多项式曲线拟合 .....	144
一、频响函数的有理分式多项式 .....	144
二、以正交多项式分别对分子、分母进行曲线拟合 .....	145
三、极点和留数 .....	150
四、剩余模态的影响 .....	151
五、关于总体曲线拟合 .....	151
§ 4.5 非线性优化辨识方法 .....	153
参考文献 .....	158
第五章 模态参数的时域辨识方法 .....	160
§ 5.1 概论 .....	160
§ 5.2 系统的可辨识性问题 .....	164
一、系统的状态方程描述 .....	164

# X

二、系统的可控性与可观性 .....	165
三、振动系统参数的可辨识性 .....	167
四、最小实现 .....	168
§ 5.3 Ibrahim时域法 (ITD法) .....	168
一、自由响应数据矩阵的形成 .....	169
二、特征矩阵方程的建立 .....	171
三、模态参数的确定 .....	172
四、关于测点设置的几种方案 .....	174
五、关于噪声干扰与虚假模态 .....	176
§ 5.4 随机减量时域法 .....	177
§ 5.5 最小二乘复指数法 .....	181
一、模态频率与阻尼的辨识 .....	181
二、模态振型辨识 .....	188
三、计算程序框图 .....	190
§ 5.6 时间序列分析法 .....	191
一、时序模型及其性质 .....	192
二、振动微分方程与ARMA模型的关系 .....	198
三、模态参数辨识 .....	201
参考文献 .....	207
第六章 多输入多输出系统的模态参数辨识 .....	210
§ 6.1 概述 .....	210
§ 6.2 多输入多输出频响函数估计 .....	211
一、输出噪声估计模型—— $\hat{H}_1$ 估计 .....	212
二、输入噪声估计模型—— $\hat{H}_2$ 估计 .....	222
三、输入输出噪声估计模型 .....	224
§ 6.3 频域多参考点模态参数辨识方法 .....	230
§ 6.4 时域模态参数的总体辨识方法 .....	234
一、数学模型的建立 .....	235
二、系数矩阵 $A_i$ 的估计 .....	239
三、模态参数辨识 .....	240
§ 6.5 特征系统实现算法 (ERA法) .....	242
一、系统的状态方程描述 .....	243
二、脉冲响应矩阵的建立 .....	243

三、构成Hankel矩阵 .....	243
四、脉冲响应与三重矩阵[ $A$ 、 $B$ 、 $C$ ]之间的关系 .....	244
五、特征系统实现算法 .....	245
六、模态参数辨识 .....	248
附录 .....	249
参考文献 .....	251
<b>第七章 动态载荷识别与结构动力修改 .....</b>	<b>254</b>
§ 7.1 概述 .....	254
§ 7.2 结构动态载荷辨识 .....	255
一、载荷识别的频域方法 .....	256
二、载荷识别的时域法 .....	265
§ 7.3 物理模型修改与结构参数辨识 .....	272
一、结构物理参数的修改 .....	273
二、由模态参数辨识物理参数 .....	284
§ 7.4 结构动态特征灵敏度分析 .....	285
一、特征值灵敏度 .....	288
二、特征向量灵敏度 .....	291
三、二阶特征灵敏度 .....	298
四、算例 .....	300
§ 7.5 结构动力修改 .....	305
§ 7.6 结构参数辨识的特征值反问题 .....	311
一、简单弹簧—质量系统的特征值反问题 .....	312
二、多自由度离散系统的特征值反问题 .....	316
§ 7.7 结构参数辨识中的微分方程反问题 .....	324
一、微分方程反问题的提法 .....	325
二、数值反演算法 .....	326
参考文献 .....	334
<b>第八章 动态子结构方法 .....</b>	<b>339</b>
§ 8.1 概述 .....	339
一、动态子结构方法 .....	339
二、模态综合法的基本思想 .....	340
三、子结构间的联接形式 .....	342

四、子结构方法的优点 .....	342
五、动态子结构方法的分类 .....	343
六、模态综合法的发展概况 .....	344
§ 8.2 固定界面模态综合法 .....	345
一、方法及步骤 .....	345
二、计算程序框图 .....	349
§ 8.3 在固定界面法中自由度的减缩 .....	351
一、主模态坐标的减缩 .....	351
二、界面坐标的减缩 .....	352
§ 8.4 自由界面模态综合法 .....	357
一、方法及步骤 .....	357
二、例题 .....	360
§ 8.5 改进的自由界面模态综合法 .....	361
一、MacNeal方法（一阶方法）.....	362
二、Rubin方法（二阶方法） .....	366
三、例题 .....	368
§ 8.6 加载主模态法 .....	368
§ 8.7 复模态综合法 .....	371
一、固定界面复模态综合法 .....	371
二、自由界面复模态综合法 .....	373
§ 8.8 组合结构系统分析法 .....	378
一、多自由度系统的机械阻抗与导纳 .....	378
二、机械阻抗子结构方法 .....	379
三、机械导纳子结构方法 .....	381
四、主系统和子系统组合的结构 .....	383
五、动态设计分析法 .....	386
参考文献 .....	387

第九章 模态分析在工程中的应用 .....390

§ 9.1 概述 .....	390
§ 9.2 模态分析在结构动力特性分析中的应用 .....	392
一、在航空、航天领域中的应用 .....	392
二、在汽车工业中的应用 .....	400

三、在机床中的应用 .....	413
四、BJ-3型内燃机车车体的实验模态分析 .....	419
五、某潮汐发电站贯流式水轮发电机组轴系及壳体振动试验 .....	422
六、在土木及水工结构中的应用 .....	425
§ 9.3 模态分析在故障诊断及预报中的应用 .....	437
一、可倾瓦轴承转子系统在气体激振条件下的稳定性诊断 .....	438
二、桩基工程质量检测 .....	442
§ 9.4 模态分析在声振特性控制中的应用 .....	446
一、青铜大钟的声振特性设计 .....	446
二、风机壳体结构辐射噪声的控制及降噪研究 .....	452
参考文献 .....	463

# 第一章 模态分析的理论基础

## § 1.1 引言

模态分析的理论基础是在机械阻抗与导纳的概念上发展起来的。虽然机械阻抗的概念早在 30 年代就已形成，但发展成为今天这样较为完整的理论及方法，却经历了较长的岁月。近十余年来，模态分析理论吸取了振动理论、信号分析、数据处理、数理统计及自动控制理论中的有关“营养”，结合自身内容的发展，形成了一套独特的理论，为模态分析及参数辨识技术的发展奠定了理论基础。

自动控制理论中的传递函数（或频率响应函数）概念的引入，对模态分析理论的发展起着很大的推动作用。传递函数反映系统的输入与输出之间的关系，反映系统的固有特性，是系统在频域中的一个重要特征量，亦是频域中识别模态参数的依据。因此，对传递函数的特性分析，并建立它与模态参数之间的关系，是模态分析理论中的一个重要内容。

本章将系统地叙述模态分析的基础理论。首先从较为简单的单自由度系统着手，引出机械阻抗、导纳、传递函数或频响函数的概念，然后详细讨论它们的特性，并分别对简谐、周期、瞬态及随机激励下的传递函数的各种表达式进行推导，建立传递函数与模态参数之间的关系，为频域参数辨识奠定基础。

实际的工程结构均可视为有阻尼的多自由度系统。因此，多自由度系统将是我们研究的主要对象。对多自由度系统而言，不仅使分析的复杂性增加了，而且还具有单自由度系统所没有的特性。结构参数，输入力及输出响应常用矩阵来描述，因此矩阵分析方法是我们的主要手段。

实际结构的阻尼特性是十分复杂的。可以说，到目前为止，



尚未建立一种完备而有效的阻尼模型，能确切地反映实际结构的阻尼特性。已有的各种阻尼模型都是在经验假设前提下提出来的。尽管如此，现有的阻尼模型仍然是我们分析问题的依据。本章将对粘性阻尼（包括比例阻尼与非比例阻尼）及结构阻尼（滞后阻尼）作详细叙述，并推导在这些阻尼情况下的频响函数表达式。

模态分析的经典定义是：将线性定常系统振动微分方程组中的物理坐标变换为模态坐标，使方程组解耦，成为一组以模态坐标及模态参数描述的独立方程，以便求出系统的模态参数。坐标变换的变换矩阵为模态矩阵，其每列为模态振型。由于采用模态截断的处理方法，可使方程数大为减少，从而大大节省了计算机时，减小了机器容量，降低了计算成本。这对大型复杂结构的振动分析带来很大的好处。

实际结构振动时，由于阻尼的分散性，各点的振动除了振幅不同外，振动相位亦各异。这就使系统的特征频率及特征向量成为复数，从而形成所谓“复模态”。复模态的性质与实模态不同，后者是前者的一种特例。因此复模态比实模态更具有一般性。对复模态的分析研究将是本章的又一个重要内容。

模态分析可以在频域中进行，亦可在时域中进行。时域分析的理论基础较广，其数学模型的建立（数学建模）是时域分析的理论基础。有关时域数学建模问题将在以后的章节中讨论。

模态分析的最终目标是识别出系统的模态参数，为结构系统的振动特性分析，振动故障诊断及预报以及结构动力特性的优化设计提供依据。因此模态参数辨识是模态分析理论的重要内容。有关模态参数辨识的理论及方法将在有关章节中讨论。

## § 1.2 单自由度系统频响函数分析

单自由度系统是最基本的振动系统。虽然实际结构均为多自由度系统，但对单自由度系统的分析能揭示振动系统的很多基本特性。由于它简单，因此常常作为振动分析的基础。从单自由度