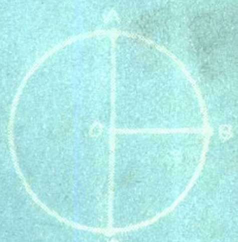
马国璞 编

力学难点辅导

LIXUE NANDIAN FUDAO



青海人民出版社

力学难点辅导

马国璞 编

青海人民出版社

力学难点辅导

马国璞 编

青海人民出版社出版
（西宁市西关大街96号）
青海省新华书店发行　青海新华印刷厂印刷
开本：787×1092毫米1/32　印张：7.25　字数：158,000
1981年7月第1版　1981年7月第1次印刷
印数：1--13,000

统一书号：13097·38　定价：0.51元

前　言

为了适应科学技术的迅猛发展，过去不少隶属于大学的物理教材，逐一“下放”中学。这类材料从全国统编课本、高考题、竞赛题、教学参考书等各方面反映出来，无疑增加了师生教与学的困难。

本书以新编教学大纲为依据，对上述难点教材，以讲座形式进行辅导。为了从学生实际程度出发，辅导以初等数学推论，各讲独立成篇，对基础理论的阐述较为深入，各讲前后相关，系统性强，所举例题典型，颇有兴趣。本书除可供中学师生作教学参考和课外阅读外，对理工科大学生也有所裨益。

由于时间匆忙，书中错误难免，敬请读者批评指正。

编　者

80,10,1

目　　录

第一讲　参照系的变换

§1　什么是参照系

自然界的一切物质都处在永恒的运动之中。运动是物体存在的形式，运动是物体固有的属性。而运动的形式又是多种多样的，其中，以机械运动为最简单和最基本。力学正是研究机械运动及其规律的学科。

一个物体相对于另一个物体的位置，或者一个物体的某些部分相对于其他部分的位置，随着时间而变化，称为机械运动。在自然界中绝对静止的物体是不存在的，因此在错综复杂的运动中，要描述物体的机械运动，总得选一些假定不动的物体作为参考，然后才能研究其他物体是如何相对于这些物体运动的。这些被假定不动的物体就是参照物，或称参照系。

§2　选择参照系的重要性

若研究对象是物体群，称之为运动系。对于一个运动系统，如果不从系统以外寻找其他物体作参照物，是根本无法判别此系统的运动状态的。例如生活在地球上的人，如果不选择地球以外的物体（譬如太阳、星球）作参照系，就无法判知地球的运动。古代曾流行“地静说”，原因就在于此。

对于同一物体的运动，如果选择的参照系不同，往往得出的结论也是不同的。例如一个正在匀速上升的汽球，站在地面上的人，以地面为参照物认为汽球“匀速上升”；坐在正匀加速上升的飞机上的人，以飞机坐椅为参照物，可认为汽球正“匀加速下降”。

对于地面上运动的物体，通常是以地面为参照物的。所以描述运动时，若未明显提出谁为参照物，通常总是以地面为参照物的。例如“汽车运动”、“房屋静止”、“太阳东升西落”，都是以地面为参照物的。

§3 参照系的变换

【例1】 一个小船在静水中航行的速度是3米/秒，河水流动的速度是2米/秒，问此船逆水行驶和顺流而下，航行速度各是多少？

解 小船在静水中航行的速度是3米/秒，显然是以水为参照物（假定水不动）而言的，写作$\vec{V}_{\text{船对水}}$

河水流动速度是2米/秒，未明确提出参照系，即认为是以地面为参照系的，写作$\vec{V}_{\text{水对地}}$

顺流而下，是“舟行水推”，其合速度是

$$3米/秒+2米/秒=5米/秒$$

逆流而上，是“舟行水阻”，其合速度是

$$3米/秒-2米/秒=1米/秒$$

而合速度又是以地面为参照的。即写作$\vec{V}_{\text{船对地}}$

$$\therefore\quad \vec{V}_{\text{船对地}} = \vec{V}_{\text{船对水}} + \vec{V}_{\text{水对地}}$$

把上述概念推广，我们便得到参照系的变换法则：

$$\vec{R}_{a对b} = \vec{R}_{a对c} + \vec{R}_{c对b}$$

解物理习题时，若能熟悉并能熟练运用这一法则，对于许多彼此作相对运动的物体，要分清它们之间的关系，无论从理解上还是求解上都是很方便的。

【例2】 一辆汽车A沿平直公路以15米/秒的速度匀速前进，另一辆汽车B，以10米/秒的速度尾随其后，求汽车A对于汽车B，汽车B对汽车A的速度各是多少？

解 已知$V_{A对地}=15$米/秒，$V_{B对地}=10$米/秒，且方向相同。

$$\therefore \quad \vec{V}_{A对B}=\vec{V}_{A对地}+\vec{V}_{地对B}$$

若以汽车A前进方向为正，则地对汽车B的相对运动速度：

$$V_{地对B}=-V_{B对地}=-10\text{米/秒}$$

$$\because \quad \vec{V}_{A对B}=\vec{V}_{A对地}+\vec{V}_{地对B}$$

$$\therefore \quad V_{A对B}=+15\text{米/秒}-10\text{米/秒}=+5\text{米/秒}$$

即汽车A相对于B（认为B不动）的速度是5米/秒，且方向与前进方向同，也就是汽车A按原方向以5米/秒的速度远离汽车B。

同理 $\because \vec{V}_{B对A}=\vec{V}_{B对地}+\vec{V}_{地对A}$

$$\therefore V_{B对A}=+10\text{米/秒}-15\text{米/秒}$$

$$=-5\text{米/秒}$$

即汽车B相对于汽车A（认为A不动）的速度是5米/秒，方向与A运动方向相反。也就是说，若以A为参照物，可认为汽车B是以5米/秒的速度向后运动。

【例3】 电车在急雨中以16米/秒的速度在行驶，雨滴竖直降落速度是8米/秒，求雨滴对电车的速度大小及方向是多少？

解 $\because \quad \vec{V}_{雨对车}=\vec{V}_{雨对地}+\vec{V}_{地对车}$

可作速度矢量合成图如图1—1。

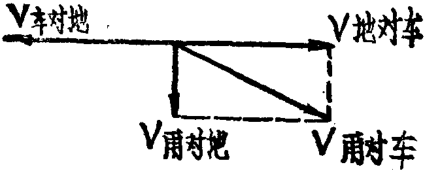


图 1--1

$$V^{2}{}_{\text{雨对车}}=\sqrt{V^{2}{}_{\text{雨对地}}+V^{2}{}_{\text{地对车}}}=\sqrt{8^{2}+16^{2}}$$
$$=8\sqrt{5}\ (\text{米/秒})$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{V_{\text{地对车}}}{V_{\text{雨对地}}}=\frac{16}{8}=2$$

$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}2=63^{\circ}26'$$

【例4】 某人骑自行车向东行进，当他的速度达4米/秒时，感到风是从正南方吹来的；当他的速度达6米/秒，感到风是从正东南方吹来，求当时风速的大小和方向。

解法一 人所感觉到的风向，是以人自身作参照系的，即$\vec{V}_{\text{风对人}}$ 而 $\vec{V}_{\text{风对人}}=\vec{V}_{\text{风对地}}+\vec{V}_{\text{地对人}}$

可作速度矢量合成图如图1—2

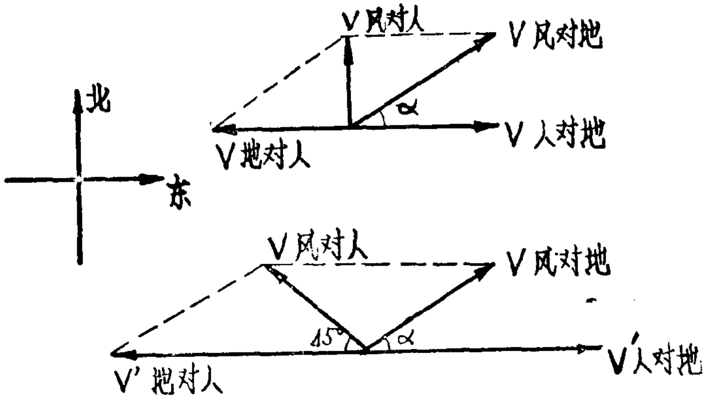


图 1—2

从图1—2中可以看出如下关系

$$V_{风对地}\cos\alpha=V_{地对人}$$

$$\frac{V_{风对地}}{\sin45^{\circ}}=\frac{V'_{地对人}}{\sin[180^{\circ}-(\alpha+45^{\circ})]}$$

把$V_{风对地}$简化为V，并代入各已知量的绝对值：

$$\begin{cases} V\cos\alpha=4 & (1)\\ \dfrac{V}{\sin45^{\circ}}=\dfrac{6}{\sin[180^{\circ}-(\alpha+45)^{\circ}]} & (2)\end{cases}$$

简化（2）式得

$$\frac{V}{\sin45^{\circ}}=\frac{6}{\sin\alpha\cos45^{\circ}+\cos\alpha\sin45^{\circ}}$$

$$\therefore\qquad V=\frac{6}{\sin\alpha+\cos\alpha}$$

$$V\sin\alpha+V\cos\alpha=6 \qquad (3)$$

将（1）式代入（3）式得 $V\sin\alpha=2$ （4）

（4）式÷（1）式得 $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2}$

$$\therefore\qquad \alpha=\operatorname{tg}^{-1}\frac{1}{2}=26^{\circ}34'$$

∴从参考直角三角形ABC中（图1—3）得

$$\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore\quad V=\frac{4}{\cos\alpha}$$

$$=2\sqrt{5}\text{（米/秒）}$$

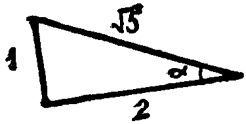


图 1—3

解法二 ∵$\vec{V}_{风对地}=\vec{V}_{风对人}+\vec{V}_{人对地}$，依题意作速度合成图（图1—4）如下

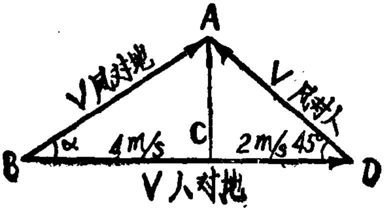


图 1—4

在直角△ACD中　　$\angle D=45°$　　$CD=2$（米/秒）

$\therefore$　$AC=2$(米/秒)

在直角△ABC中　　$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{4^2+2^2}$

$=2\sqrt{5}$（米/秒）

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

即风速（$V_{风对地}$）的大小是$2\sqrt{5}$米/秒，与正东方向的夹角α等于 $\mathrm{tg}^{-1}\frac{1}{2}=26°34'$

【例5】 以速度V_1运动的火车上的驾驶员，看见在前面距离d处有一列货车在同一轨道上沿同方向以较小速度V_2在运动时，就立即刹车而作匀减速运动，负加速度为a，问d满足什么条件时，两车不会相撞击？

有一种不确切的解法，即认为V_1车停止前，所进行的路程S只要满足$S\leq d+V_2t$即可（图1—5）

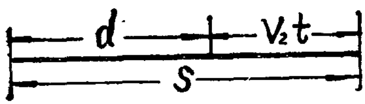


图 1—5

又知
$$\begin{cases} S=V_1t-\frac{1}{2}at^2 & (1) \\ t=\frac{V_1}{a} & (2) \end{cases}$$

将（1）、（2）式代入上述不等式

$$V_1(\frac{V_1}{a})-\frac{1}{2}a(\frac{V_1}{a})^2\leqq d+V_2(\frac{V_1}{a})$$

$$\therefore \quad d\leqslant\frac{V_1^2}{2a}-\frac{V_1V_2}{a}$$

为什么说这种解法不确切呢？因为它没有包括这种极端情况，即V_1车行进S路程后，即便与V_2车相遇，但若此刻速度已降至V_2（注意，此后V_1车马上又继续减速），仍可视作“未碰击”。

解法一 如上分析

$$\begin{cases} S\leqslant d+V_2t & (1) \\ S=V_1t-\frac{1}{2}at^2 & (2) \\ t=\frac{V_1-V_2}{a} & (3) \end{cases}$$

将（2）、（3）代入（1）

$$V_1(\frac{V_1-V_2}{a})-\frac{1}{2}a(\frac{V_1-V_2}{a})^2$$

$$\leqslant d+V_2(\frac{V_1-V_2}{a})$$

$$\therefore \quad d\geqslant\frac{(V_1-V_2)^2}{2a}$$

解法二 以V_2车为参照系，则

$$\vec{V}_{1对2}=\vec{V}_{1对地}+\vec{V}_{地对2}$$

$$\therefore \quad V_{1对2}=V_1-V_2$$

两车不相撞击的条件是

$$\frac{V^2_{1对2}}{2a} \leqq d$$

$$\therefore \quad d \geqslant \frac{(V_1 - V_2)^2}{2a}$$

【例6】如图1—6所示，一条枪口在O点的枪，瞄准在P点的靶子射击，在子弹发射的瞬间，靶子自由下落，求证当子弹的出口速率大于某一数值时，子弹总能在空中击中靶子（不计空气阻力）

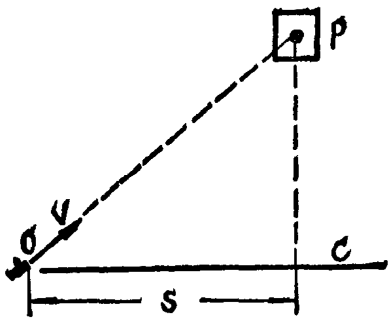


图 1—6

解 从枪口射出的子弹，可认为是沿OP方向进行匀速直线运动，又同时在竖直方向进行自由落体，而在此期间，靶也进行自由落体，

所以，在竖直方向，子弹与靶的相对位移：

$$\because \quad \vec{S}_{弹对靶} = \vec{S}_{弹对地} + \vec{S}_{地对靶}$$

$$\therefore \quad S_{弹对靶} = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

即在竖直方向，子弹与靶保持相对静止。也就是说，子弹总能在空中击中靶子的条件是：

$$\begin{cases} Vt > \sqrt{S^2+h^2} \\ \frac{1}{2}gt^2 = h \end{cases}$$

$$\therefore \quad V > \sqrt{\frac{S^2+h^2}{2h}g}$$

【例7】 以加速度a匀加速上升的升降机的顶部有一螺钉自由下落。若升降机的高度是l，求螺钉落到升降机底板上的时间。

解法一 设螺钉在升降机上行将脱离时，升降机的速度是V_0，且经过t时间螺钉与升降机底板相遇，此时间升降机底板又上升了h高（图1—7）。

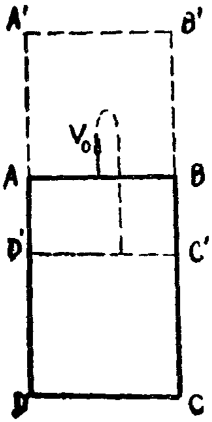


图 1—7

以地面为参照系来分析

对升降机底板而言，仍作初速度不为零的匀加速运动。若以V_0方向为正，则：

$$h = V_0t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

对于螺钉下落$l-h$，可视作是以V_0为初速度的竖直上抛运动且落至抛点以下：

$$-(l-h) = V_0t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

(1)－(2)得 $l = \frac{1}{2}(a+g)t^2$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a+g}}$$

解法二 以升降机为参照系，即假定升降机不动，螺钉相对于升降机的加速度是

$$\vec{a}_{钉对机} = \vec{a}_{钉对地} + \vec{a}_{地对机}$$

若以“钉对地”的加速度，即向下的自由落体加速度g的方向为正，显然升降机对地向上运动的加速度a为负值，于是“地对机”的加速度为正值。

$$\therefore \quad a_{钉对机} = g + a$$

$$\because \quad l = \frac{1}{2}(g+a)t^2$$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{2l}{g+a}}$$

【例8】 总质量为M的列车，沿水平直轨匀速前进，其末节拖车质量是m，于中途脱节。当司机发现时，车已行l，于是立即关闭汽门，除去牵引力，设阻力与车重量成正比，机车牵引力恒定不变，求两车完全停止后，其间相隔的距离是多少？

解法一 未甩掉拖车前，列车匀速运动

$$\therefore \quad F_{牵} - \mu Mg = 0 \qquad (1)$$

甩掉拖车m后，合外力不平衡，列车作匀加速运动，

$$\therefore \quad F_{牵} - \mu(M-m)g = (M-m)a \qquad (2)$$

联立（1）、（2）求得 $a = \dfrac{\mu mg}{M-m}$ （3）

列车以a加速行驶l后，运动速度从V_0增至V_t，且

$$V_t^2 = V_0^2 + 2al \qquad (4)$$

关闭汽门后，列车在阻力作用下作匀减速运动

$$\mu(M-m)g = (M-m)a_1$$

$$\therefore \quad a_1 = \mu g \qquad (5)$$

所以在列车停止前，列车又前进S_1

$$S_1 = \frac{V_t^2}{2a_1}$$

将（3）、（4）、（5）式代入上式：

$$S_1=\frac{V_t^2}{2a_1}=\frac{V_o^2+2al}{2\mu g}$$

$$=\frac{V_o^2}{2\mu g}+\frac{al}{\mu g}$$

$$=\frac{V_o^2}{2\mu g}+\frac{ml}{M-m} \qquad (6)$$

而在此期间，拖车也在阻力作用下作匀减速运动直至停止。若拖车前行了S_2

$$S_2=\frac{V_o^2}{2a_2}=\frac{V_o^2}{2\frac{\mu mg}{m}}=\frac{V_o^2}{2\mu g} \qquad (7)$$

综合（6）、（7）式，得火车在两部分停止后，彼此相隔的距离$\triangle S$为

$$\triangle S=l+S_1-S_2$$

$$=l+\frac{V_o^2}{2\mu g}+\frac{ml}{M-m}-\frac{V_o^2}{2\mu g}$$

$$=\frac{Ml}{M-m}$$

解法二 因列车和末节拖车的最初速度V_o，因摩擦是被同一负加速度（$a'=\mu g$）削减到零的，因此根据运动独立性原理，在这方面二者运动一样，是保持相对静止的。所以以末节拖车为参照系，可认为拖车一直未动，列车相对于拖车的最大速度（$V^2=2al$），因摩擦逐渐减少到零。所以两车的相对距离是：

$$\triangle S=l+\frac{V^2}{2a'}=l+\frac{2al}{2a'}=l+\frac{al}{a'}$$

而 $a=\frac{\mu mg}{M-m}$ $\qquad a'=\mu g$