

最新世界名著

彈性力學理論

提摩威科原著
古帝

丁觀海譯

國家科學委員會補助
國立編譯館出版
復興書局印行

最 新 世 界 名 著

彈 性 力 學 理 論

提摩盛科 (S. P. Timoshenko) 原著
古 帝 (J. N. Goodier)
丁 觀 海 譯

譯權所有人 國 立 編 譯 館
補 助 機 關 國 家 科 學 委 員 會
印 行 者 復 興 書 局

版權所有

中華民國六十二年一月初版

彈性力學理論

平裝本售價新臺幣一百三十元

原著者 提摩盛科
古 帝

譯者 丁 觀 海

譯權所有人 國立編譯館

補助機關 國家科學委員會

印行者 復興書局

臺北市懷寧街四十四號

發行人 沈 亦 珍

• 1416臺榮賢 •

本公司業奉內政部頒發內版臺業字第〇〇四一號登記證

第三版序

本書第三版修訂工作，第一版之主要觀點及計劃仍予保留——對工程師提供，以可能之簡單形式，彈性理論主要基本知識及特種問題解法之彙集，而對實際工程問題及作業具重性者。各節後多數附註參考資料指示若干論題進一步研究途徑。因此種資料現均可由應用力學評論 (Applied Mechanics Reviews) 補充，新附註之增添即以此為依據。小體字各部分仍表示首次研讀時可暫略者。

整個材料經重新審閱，全書經刪改重編及增訂並作若干小修正。

主要增訂反映自 1951 年第二版出書後出現之新發展及實際應用範圍之擴張，有關聖維南原理之末端效應及特徵解在第三及第四章予以論述。因材料科學中脫節彈性解應用之迅速發展，此等斷續位移解給予較徹底之討論，如第 4，8，9 及 12 各章所述邊緣脫節及螺旋脫節。第五章中增加波紋法緒論及示例。對應變能及變分原理論述經重寫為三維形式納入第八章內，並為第十三章熱彈性各新節提供一基礎。二維問題複位函數應用之討論根據著名之莫司希里維里方法擴大於各新節中。為謹涉及解析函數並利用前已發展之解法所採步驟與莫氏所用者略異。對橢圓孔進一步解法，對現時破損力學極關重要，予以明確之討論。第十二章中對軸對稱應力之討論業經簡化；對割離之環，視為螺旋之一圈，新增數段以較正確方法代替近似分析。因核子能裝備上廣泛之應用，第十三章熱應力經擴充容納熱彈性倒轉定理及其若干有用之結果；由孔洞及填塞導致之熱流干擾所造成之熱應力集中亦予介紹。另外，二維問題論述最後補充兩節，末節使二維熱彈性問題與第六章中複位函數及莫司希里維里方法連貫。第十四章波傳播經重新編排，著重於三維基本理論。球形空洞內爆炸壓力解為新增材

2 彈性力學理論 (全一冊)

料。附錄數值有限差分法加入數位計算計機應用之例題，以便未知數過多時採用。

此等變更有些係因過去廿年於斯坦夫大學開課經驗所得之簡化分析方法，無數學生及通信讀者提供許多有價值之建議、改正，甚至完全重建之問題及解法，著者籍此機會致最誠懇之謝意。

所有習題幾全部取自斯坦夫大學考試題。讀者由此可略知每週約三小時一學年中本書可取為教材部分。

古 帝

J. N. Goodier

第二版序

本書第一版出書後彈性理論多方面新發展及改進與其應用均反映於本版多數增訂及修正中。書內材料安排大體仍保持原版次序。對偏光彈性方法、曲線坐標二維問題及熱應力之論述，均經重寫及增訂並列為新章，所用方法及解均未見於原版。新增附錄一章，討論有限差分法及其應用，並包括鬆弛法。各章中新增材料為應變理論、重力應力、聖維南原理、轉動分量、倒轉定理、通解、平面應力解之近似性質，扭轉中心及剪力中心、凹角填角處扭轉應力集中，細長斷面（機翼）扭轉及撓曲近似解，及帶狀壓力下之圓體。

新增學生練習題於每章末至扭轉一章為止。

著者藉此機會向對本書提供許多寶貴建議之讀者表示謝意。

提摩威科 S. b. Timoshenko

古 帝 J. N. Goodier

第一版序

近年來彈性理論於工程問題業經廣泛使用。多數情況下初等材料力學方法對工程結構應力分析不能提供滿意答案，必須求助於較有力之彈性力學方法。初等理論對接近荷力及支點處梁內之局部應力不能有所說明。當物體各向尺度為同階值時，初等理論亦無法求其應力分布。輻軸及球承內部應力僅能由彈性理論算出。初等理論無法對梁及軸斷面突變處應力予以分析。吾人熟知高應力集中出現於凹角處，因此裂縫常由轉角處開始，應力反覆換向時此情況特別顯著。機械部件之損壞多由此種裂縫所致。

近年來對此等實用重要問題之解決頗有進展。當精確解無法求得時，若干近似解法亦經推出。某些情況下亦可用實驗方法求解。兩維彈性問題之偏光彈性法即為一例。目前各大學及工業界試驗室均有偏光彈性設備。偏光彈性實驗結果對各種斷面突變及凹角填充處應力集中之研究特具功效。此等結果對近代機械部件設計影響深遠，在多數情況下對可開始出現裂縫處所之消除有所改進。

用於解決彈性問題另一有效實驗為對稜體棒撓曲及扭轉應力分析之皂膜法。解已知邊界條件偏微分方程式之困難問題現可由度量適當拉力及荷力下皂膜之斜率及撓度代替之。此項實驗不但對應力分布提供一清晰概念，對應力值亦可得足為實際應用之精確數。

另外，電流類比對研究直徑變化軸填角及槽溝處扭轉應力亦饒興趣。薄板撓曲及二維彈性問題之對比亦經有效應用於若干重要工程題中。

準備此書時目標為提供工程師彈性理論簡明之基礎知識。另一目標為為彙集具實用重要性各種特殊問題解法並敘述彈性問題近似及實

驗解法。

爲注重彈性問題之實際應用，僅具理論興趣及現時對工程尚無直接應用之材料多經忽略，並偏重於特殊問題之討論。僅當詳細研究此等問題並將所得結果與初等材料力學近似解比較後，設計者始能對工程結構內應力分布得一全盤了解，並學習使用較嚴密之應力分析。

討論特殊問題時大部均用直接決定應力方法及利用以應力分量所表示之配合條件。此法對工程師較爲熟悉，因彼等通常對應力數值具有興趣。引用適當之應力函數，此法較由位移所代表之平衡方程式爲簡捷。

在若干情況下能量解法會用於解彈性問題。此時微分方程式之積分由對某積分式極小條件所代替。用瑞芝 (Ritz) 方法此變分學問題化爲求函數極小值之簡單問題，如此可獲若干實用重要問題之近似解。

爲簡化敘述，本書由二維問題之討論開始，當讀者已充分熟習解彈性問題各種方法後，方討論三維問題。書中部分材料，雖具實際重要性，而在首次究讀時可以省略者，均用小號字。當讀者已讀畢本書主要部分後，可再回至此等問題。

本書所用數學方法均係初等形式，大部均不超越工學院數學範圍。較繁複問題中必要解釋及中間計算，均詳細說明以免讀者發生困難，僅少數例中提及及最後結果而無完整之引導。

大多數有關參考資料及重要書目均列於附註中。此等文獻對欲詳細研究某些特殊問題之工程師應有幫助，同時對彈性理論近代發展亦提供一鳥瞰，對計劃進入此學術範圍之研究生當有所助益。

準備此書時著者同一名稱前書（“彈性理論”，卷一，聖彼得堡，1914），代表在俄國各工程學校彈性理論講稿，曾予廣泛採用。

著者曾獲唐納博士 (Dr. L. H. Donnell) 及古帝博士之協助，彼等

閱讀全部原稿，並提供多處修正及建議。著者亦藉此機會向馬克羅夫教授 (Prof. G. H. MacCullough)、韋伯博士 (Dr. E. E. Weibel)、索道斯基教授 (Prof. Sadowsky) 及楊先生 (Mr. D. H. Young)，表示謝意，彼等曾協助本書最後準備工作並各讀一部分初稿。溫斯楚先生 (Mr. L. S. Venstra) 製圖、威佰斯特太太 (E. D. Webster) 打字，亦謹致謝忱。

提摩威科

S. P. Timoshenko

本書所用符號釋義

x, y, z	直角坐標
r, θ	極坐標
ξ, η	正交曲線坐標；偶為直線坐標
R, ψ, θ	球面坐標
N	物體表面外向法線
l, m, n	外向法線餘弦
A	斷面面積
I_x, I_y	斷面對 x, y 軸慣性矩
I_p	斷面極慣性矩
g	重力加速度
ρ	連續分布荷力密度
q	密度
p	壓力
X, Y, Z	單位體積體力分量
$\bar{X}, \bar{Y}$	單位面積分布面力分量
M	撓矩
M_t	扭矩
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	平行 x, y, z 軸之正交應力分量
σ_n	平行於 n 正交應力分量
σ_r, σ_θ	極坐標內徑向及切正交應力
σ_ξ, σ_η	曲線坐標正交應力分量

2 彈性力學理論 (全一册)

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$	柱體坐標正交應力分量
$\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$	
τ	剪應力
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	直角坐標中剪應力分量
$\tau_{r\theta}$	極坐標內剪應力
$\tau_{\xi\eta}$	曲線坐標內剪應力
$\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{rz}$	柱體坐標剪應力分量
S	平面上總應力；表面張力
u, v, w	位移分量
ϵ	單位拉長
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	x, y , 及 z 向單位拉長
$\epsilon_r, \epsilon_\theta$	極坐標內徑向及切向單位拉長
$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$	休積膨脹
γ	剪應變
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	直角坐標剪應變分量
$\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{rz}$	柱體坐標內剪應變分量
E	拉與壓彈性模數
G	剪彈性模數
ν	柏松比
$\mu = G, \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	藍姆常數
ϕ	應力函數
$\phi(z), \psi(z), x(z)$	複變位函數；複變數 $z = x + iy$ 函數
$\bar{z}$	共軛複變數 $z = x - iy$
C	扭轉剛度
θ	單位長扭角

$F = 2G\theta$	用於扭轉問題
V	應變能
V_0	單位體積應變能
t	時間
T	某段時間；溫度
c_1, c_2	波速
α	熱膨脹數；角

彈 性 力 學 理 論

目 次

符 號	1
第一章 緒 論	1
1. 彈性	1
2. 應力	1
3. 力及應力符號	2
4. 應力分量	3
5. 應變分量	4
6. 虎克定律	6
7. 指標符號	10
習題	12
第二章 平面應力與平面應變	14
8. 平面應力	14
9. 平面應變	14
10. 點上之應力	16
11. 一點上之應變	20
12. 表面上應變之度量	22
13. 應變組馬氏圓圖之製作	23
14. 平衡微分方程式	24
15. 邊界條件	25

2 彈性力學理論 (全一冊)

16. 配合條件	26
17. 應力函數	28
習題	30

第三章 直角坐標二維問題 32

18. 多項式解	32
19. 末端效應、聖維南原理	36
20. 位移之決定	37
21. 一端荷力之懸臂梁	38
22. 梁受均勻荷力之撓曲	43
23. 其他連續荷力梁	48
24. 傅立葉級數式之二維問題解	51
25. 傅立葉級數之其他應用重力荷載	59
26. 末端效應特徵解	60
習題	62

第四章 極坐標二維問題 65

27. 極坐標之一般方程式	65
28. 軸對稱應力分布	68
29. 曲桿之純撓曲	72
30. 極坐標應變分量	76
31. 軸對稱應力之位移	78
32. 旋轉盤	80
33. 一端受力曲桿之撓曲	84
34. 邊緣脫節	89
35. 板內圓孔對應力分布之效應	91
36. 直邊界上一點之集中力	100

37. 直邊上一般荷力	107
38. 力作用於楔之一端	113
39. 撓矩作用於楔之一端	115
40. 集中力作用於梁	117
41. 圓盤內之應力	126
42. 力作用於無限平板一點上	131
43. 極坐標二維問題廣義解	137
44. 極坐標廣義解之應用	141
45. 沿各面荷力之楔	143
46. 楔形與凹口特徵解	147
習題	149
第五章 偏光彈性及波紋實驗方法	155
47. 實驗方法及對證	155
48. 偏光彈性應力度量	155
49. 圓形偏光鏡	159
50. 偏光彈性應力測定例	162
51. 主應力之測定	166
52. 三維偏光彈性	167
53. 波紋方法	169
第六章 曲線坐標之二維問題	172
54. 複變函數	172
55. 解析函數及拉普拉司方程式	174
56. 調和及複變函數之應力函數	176
57. 對應於已知應力函數之位移	179
58. 複位函數之應力及位移	181

4 彈性力學理論 (全一冊)

59. 曲線上應力和、邊界條件.....	184
60. 曲線坐標.....	186
61. 曲線坐標之應力分量.....	190
62. 橢圓坐標解均、勻應力板中橢圓孔.....	193
63. 簡拉平板內橢圓孔.....	196
64. 雙曲線邊界、凹口.....	201
65. 雙極坐標.....	203
66. 雙極坐標解.....	205
67. 由已知邊界條件決定複位函數、莫司希里維里法.....	210
68. 複位函數公式.....	213
69. 對應於孔口外圍區域內解析複位函數應力與應變之性質.....	214
70. 邊界積分定理.....	216
71. 橢圓孔映像函數 $\omega(\zeta)$ 、第二邊界積分.....	219
72. 橢圓孔、 $\psi(\zeta)$ 公式.....	221
73. 橢圓孔、特殊問題.....	222
習題.....	226

第七章 三維應力與應變分析..... 227

74. 緒論.....	227
75. 主應力.....	228
76. 應力橢圓體及應力指向面.....	230
77. 主應力之決定.....	231
78. 應力不變量.....	232
79. 最大剪應力之決定.....	232
80. 均勻變形.....	234
81. 一點上之應變.....	235

82. 主應變軸.....	239
83. 轉動.....	239
習題.....	242
第八章 一般定理	243
84. 平衡微分方程式.....	243
85. 配合條件.....	244
86. 位移之決定.....	248
87. 用位移表示平衡方程式.....	249
88. 位移之一般解.....	250
89. 重疊原理.....	251
90. 應變能.....	252
91. 邊緣脫節應變能.....	259
92. 虛功原理.....	258
93. 克氏定理.....	264
94. 最小功原理之應用——矩形板.....	268
95. 寬翼緣梁之有效寬度.....	272
習題.....	278
96. 解之唯一性.....	280
97. 倒轉定理.....	282
98. 平面應力解之近似性.....	285
習題.....	288
第九章 三維初等彈性問題	289
99. 均勻應力.....	289
100. 稜體桿因自身重量之拉長.....	290