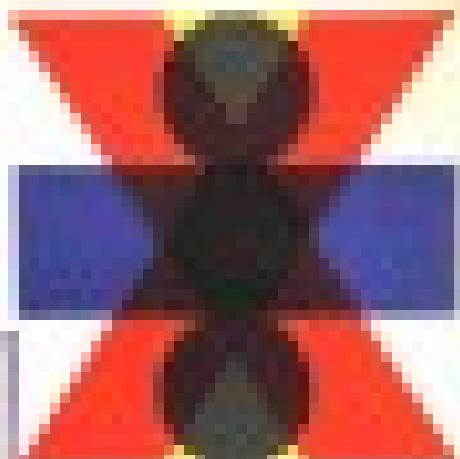


算术自习与辅导

赵宪初编

上海科学技术出版社





算术自习与辅导



算术自习与辅导

赵宪初 编

上海科学技术出版社

算术自习与辅导

赵宪初 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

由香港在上海发行所发行 无锡县人民印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.75 字数 213,000

1986年1月第1版 1986年1月第1次印刷

印数：1—19,400

书号：13119·1274 定价：1.20 元

说 明

一、这本书供具有初小程度的青少年、干部自学或复习算术之用，为他们进一步学好数学打好基础。

二、凡初小程度的读者，对整数的四则运算都已详尽地学过，所以本书对整数四则运算，只作概括性的综合叙述，对运算顺序及运算定律，则作较深入的研讨。

三、自然数的整除性部分，概念较多，容易彼此混淆，本书对这一部分的叙述较详，重点放在明确概念的基础上。学会分解整数成质因数的连乘积，是为分数的计算作好准备。

四、分数和小数，笔者认为这是一个关键性的部分，务求熟练。在分数中还增加了一个“扩分”的概念，作为约分的相反变换。把通分和约分作为相反的变换是不很恰当的。

五、在整数、分数和小数这开头两章中，基本上不用单位，这是考虑到初小程度的学生应该具备这一抽象能力。不用单位，对乘法交换律的学习则更为合适。

六、在整数、分数和小数的运算比较熟练的基础上，再在第三章引入计量单位和名数。在研究乘法的倍数意义是名数乘以不名数之后，小学里不允许互换乘数与被乘数位置的理由就比较清楚了。除法的求等分（名数除以不名数）及求倍数（名数除以同单位的名数）也就容易区别清楚。

七、在计量单位这一章中，注意了下列几点：

(1) 介绍了国务院 1984 年 2 月 27 日发布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》的基本内容。如“公分”、“公尺”等名称已废止。

(2) 亩、分与平方米之间的换算关系，在各方面用到的机

会较多，但在中学教学中大都不再涉及，本书特别说明了1亩=2000/3平方米的换算方法，在练习中反复加以使用。

(3) 本书将许多国际大城市与我国北京的时差，列出表格，并说明计算方法。这可能对读者有所帮助。

八、应用问题的地位和作用，是一个值得探讨的问题。笔者认为应用问题有两个作用：实际的应用；发展智力的应用。前者的题目一般比较简单，后者的题目一般比较复杂。对学生的要求应以实际应用题为主，因各人智力有所不同，对发展智力的应用题也不宜强求一律，应该让读者量力而行，各取所需。

九、百分数、比例的应用题，应用极广，特别是比例分配问题，不能认为比例要在几何中才加以完整研究而有所忽视，因为几何中所讲的比例往往偏重理论，对实际应用不很注意。

十、目前珠算在我国用处还比较广，本书特设一章加以阐述，使有些读者可以学以致用。

十一、本书文字叙述力求浅显易懂，即使是教学语言，也力求生动活泼，避免艰深难懂。

十二、本书练习幅度也较大，基本的较多，也略有一部分比较有点难度的，可以引人入胜。自学者对浅显问题，切勿忽视；对较难问题，可以适当选择。

十三、本书所有习题，除珠算部分外，都在书后列出答案，便于读者核对。

十四、每章后列有提要，便于回顾复习，加以巩固。

十五、每章最后还有附录，供读者扩大知识面，必要时可以参考。

编 者

目 录

| | |
|--------------------------------------|-----------|
| 第一章 整数 | 1 |
| 一、整数和整数的四种基本运算 | 1 |
| 1.1 数; 1.2 数字; 1.3 数位制; 1.4 自然数; | |
| 1.5 数“零”; 1.6 读数法; 1.7 四种基本运算; 1.8 逆 | |
| 运算关系; 1.9 乘方; 1.10 算式和等式; 1.11 五种 | |
| 运算的计算举例。 | |
| 二、运算顺序和运算定律..... | 11 |
| 1.12 运算顺序; 1.13 运算定律; 1.14 不改变运算结 | |
| 果的两个已知数的协调变化; 1.15 可以改变运算次序的 | |
| 其他性质。 | |
| 三、自然数的一些性质..... | 19 |
| 1.16 整除; 1.17 倍数和约数; 1.18 某些数的倍数的 | |
| 特征; 1.19 连续数, 连续奇数和连续偶数; 1.20 质数 | |
| 和合数; 1.21 化一个自然数为质因数的连乘积; 1.22 公 | |
| 约数、最大公约数; 1.23 两个或两个以上数的最大公约数 | |
| 的求法; 1.24 公倍数、最小公倍数; 1.25 两个或两个 | |
| 以上数的最小公倍数的求法; 1.26 互质数。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。..... | 28 |
| 第二章 分数和小数 | 37 |
| 一、分数 | 37 |
| 2.1 分数; 2.2 真分数、假分数、带分数; 2.3 假分数 | |
| 与带分数或整数的互化; 2.4 分数的基本性质; 2.5 约 | |
| 分、最简分数; 2.6 扩分; 2.7 通分; 2.8 分数的加法; | |
| 2.9 分数的减法; 2.10 分数的乘法; 2.11 倒数; | |
| 2.12 分数的除法; 2.13 分数的乘方; 2.14 繁分数; | |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.15 分数的混合运算。 | |
| 二、小数 | 66 |
| 2.16 小数和小数的数位; 2.17 小数的性质; 2.18 小数大小的比较; 2.19 小数点的移动所引起数的扩大或缩小; | |
| 2.20 小数的加减法; 2.21 小数的乘法; 2.22 小数的除法; 2.23 小数的乘方; 2.24 循环小数; 2.25 循环小数和分数互化方法; 2.26 准确数与近似数; 2.27 近似数的误差; 2.28 四舍五入法; 2.29 整数、分数与小数的混合运算。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。 | 85 |
| 第三章 常用计量单位和面积、体积的计算 | 94 |
| 一、计量单位 | 94 |
| 3.1 数和量; 3.2 名数和不名数; 3.3 计量单位; | |
| 3.4 货币; 3.5 长度; 3.6 重量; 3.7 时间; | |
| 3.8 角度; 3.9 经度与纬度; 3.10 面积; 3.11 体积。 | |
| 二、常见图形的面积和周长 | 114 |
| 3.12 单位面积; 3.13 正方形的面积和周长; 3.14 长方形的面积和周长; 3.15 平行四边形的面积; 3.16 三角形的面积和周长; 3.17 梯形的面积; 3.18 圆; 3.19 圆周率; 3.20 圆的周长和面积; 3.21 圆心角、圆心角所对的弧和扇形。 | |
| 三、常见立体的体积和表面积 | 125 |
| 3.22 单位体积; 3.23 正方体的体积和表面积; 3.24 长方体的体积和表面积; 3.25 棱柱体的体积和侧面积; 3.26 圆柱体的体积和侧面积; 3.27 圆锥的体积和侧面积; 3.28 球的体积和表面积。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。 | 134 |
| 第四章 应用问题 | 140 |
| 一、常见的几种算术应用题 | 140 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1 应用题; 4.2 逆推还原的应用题; 4.3 已知两数和差求两数的应用题; 4.4 凑成某数的几倍的应用题; 4.5 鸡兔同笼类型的问题; 4.6 最大公约数和最小公倍数的应用题; 4.7 两个数的倍数的变化应用题; 4.8 等速运动问题; 4.9 数位上的数调换位置的问题; 4.10 面积、体积问题; 4.11 解应用题的一般步骤。 | |
| 二、分数应用题的几种常见类型 | 160 |
| 4.12 求一个数的几分之几; 4.13 已知一个数的几分之几是多少, 求原数; 4.14 已知两个数, 求其中一个数是另一个数的几分之几; 4.15 工程问题; 4.16 时钟问题。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。 | 180 |
| 第五章 百分数与统计图表 | 185 |
| 一、百分数 | 185 |
| 5.1 百分数和百分数符号; 5.2 百分数与分数、小数的互化; 5.3 百分数应用题; 5.4 关于溶液浓度的应用题; 5.5 关于储蓄存款利息的应用题; 5.6 成数; 5.7 折扣; 5.8 翻番; 5.9 比较百分数大小的应用题。 | |
| 二、统计图表 | 201 |
| 5.10 统计表; 5.11 统计图。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。 | 209 |
| 第六章 比和比例 | 213 |
| 6.1 比; 6.2 比的基本性质; 6.3 比的化简; 6.4 两个同类量的比; 6.5 比的反比; 6.6 比例; 6.7 比例的基本性质; 6.8 解比例; 6.9 成正比例的量; 6.10 成正比例的量的两组对应量的比例关系; 6.11 成反比例的量; 6.12 成反比例的量的两组对应量的比例关系; 6.13 复比例; 6.14 比例分配; 6.15 连比; 6.16 把三个量的两两相比化成连比的形式。 | |
| 本章内容提要; 复习题; 附录。 | 237 |

| | | | |
|-----------------------|---------|----------------|---------|
| 第七章 珠算 | | 245 | |
| 7.1 珠算; | 7.2 算盘; | 7.3 算盘上的数值表示法; | |
| 7.4 拨珠指法; | 7.5 加法; | 7.6 減法; | 7.7 乘法; |
| 7.8 除法。 | | | |
| 本章内容提要;复习题;附录。 | | 276 | |
| 总复习题 | | 280 | |
| 答案 | | 295 | |

第一章

整 数

一、整数和整数的四种基本运算

1.1 数

一个人认识数是从数个数开始的。每个人都从很小的时候就在大人的教导下开始学习数数了。一、二、三、四……一遍又一遍地反复学习着。起先是学会从一数到十，然后又学会数到二十，再进一步又学会数到三十、四十等等。当小朋友学会拍皮球的时候，大概就可以熟练地数到一百，甚至一千了。也许没有一个人真正地去一个又一个地数到一万、十万这样大的数。但是，大家都知道，要数到一万、十万是可以的，而且还可以一直数下去，永远没有止境。这就是说，一、二、三、四……个数是无限多的。任何一个很大的数，如再添上一，又可以得到一个新的更大的数，但永远不会有最大的数。

1.2 数字

数不但要能在口头上说出来，还需要能在纸上记下来。为了说出来，我们不仅要有一、二、三、四、五、六、七、八、九这样的数，还要有十、百、千、万、亿这样的名称。但当在纸上记数时，十进制的记数法中，我们却只需要通常称为阿拉伯数字的

十个数字，那就是 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9。

1.3 数位制

怎样可以只用十个数字来表示无限多的数呢？我们采用的叫“数位制”，通常用的数位制是十进位制。一个数字在不同的“数位”上所表示的数值是不同的，例如在十进位制记数法中，一个数 7777 有四个相同的数字 7，这四个 7 在不同的数位上表示不同的数值。最右面的第一个数位叫做个位，个位上的数字 7 表示七个，它的数值是七；向左的第二个数位叫做十位，十位上的数字 7 表示七个十，它的数值是七十；第三位叫做百位，百位上的数字 7 表示七个百，它的数值是七百；第四位是千位，千位上的数字 7 表示七个千，它的数值是七千。四个 7 在四个数位上组成一个四位数，它的数值就是这四个数字所表示的数值的总和，七千七百七十七。

1.4 自然数

1、2、3、4… 凡是从 1 开始，由小到大一个一个地数下去，所得到的数叫做自然数。自然数是无限多的，最小的自然数是 1，可没有最大的自然数。

自然数又叫做正整数。只有一个数字的正整数叫做一位数，最小的一位数是 1，最大的一位数是 9。有两个数字的正整数叫做两位数，最小的两位数是 10，最大的两位数是 99。三位数、四位数……可以类推。正整数的位数越多，它的数值就越大。

从 1 起一个一个依次下去而没有止境的一列数 1、2、3、4、5、… 叫做自然数列。自然数列有第一个数 1，没有最后一个数，所以用“…”符号表示。

1.5 数“零”

在数个数时，总是从1数起的。但如果一个也没有，那么我们就说是“零”，用阿拉伯数字“0”表示。0也是一个数，也是整数，但不是正整数，所以也不是自然数。在算术里，整数包括正整数和0。

1.6 读数法

一个多位数怎样读出来，叫做读数法。根据我国的传统习惯，对读数法可总结出一些规律。

下面举一个十二位数的例子，并写出十二个数位的名称：

| 亿 级 | | | | 万 级 | | | | 个 级 | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------|---------------|---------------|---------------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 千 (亿) 位 | 百 (亿) 位 | 十 (亿) 位 | 亿 位 | 千 (万) 位 | 百 (万) 位 | 十 (万) 位 | 万 位 | 千 位 | 百 位 | 十 位 | (个) 位 |
| 1 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 7 | 8 | 3 | 9 | 0 | 4 |

读成一千零二十五亿四千六百七十八万三千九百零四。

从这个数的读法可以看出我们读数法则是分级制的，从个位起自右向左每四位是一级，第一个级是个级，第二个级是万级，第三个级是亿级。每一级中再依次自右至左用个、十、百、千等名称。这是我国传统的习惯。

读数时依照下列读法：

(1) 从左面按数级依次读出每一级中的数，几千几百几十，然后读数级的名称，最后读到第一级时，“个”字就不读了；

(2) 凡逢到数级末尾的0，不必读出；

(3) 凡逢到数级中间的 0，不管连续有几个 0，只要读出一个 0。

下面再举几个例子：

305003 读成三十万五千零三；

2040300016 读成二十亿四千零三十万零十六；

300 读成三百。

对位数比较多的数，也可以在数上从右到左每三位加一个逗号，例如 2,040,300,016，这是外国记数的习惯，与外国的读数法是一致的，但和我国四位一级的读数法是不一致的。

这里要附带说明一下一个“兆”字。我国古代用“兆”字表示的数值比“亿”大。现在我们在一般读数法中不用“兆”了。但在讲电磁波等频率时，还用“兆”字，“兆”表示百万，比亿小。

1.7 四种基本运算

四种基本运算是加法、减法、乘法和除法，习惯上称为“四则运算”。这四种运算都是从两个已知的数求出第三个数。

加法 $5+4=9$ ，这里两个已知数 5 与 4 都叫做“加数”，得出的第三个数 9 叫做它们的“和”。符号“+”叫做加号，读做“加”或者“加上”；符号“=”叫做等号，读做等于。

减法 $9-4=5$ ，这里第一个已知数 9 叫做“被减数”，第二个已知数 4 叫做“减数”，得出的第三个数 5 叫做它们的“差”。符号“-”叫做减号，读做“减”或者“减去”。

乘法 $4 \times 3=12$ ，这里第一个已知数 4 叫做“被乘数”，第二个已知数 3 叫做“乘数”，也可以把这两个已知数都叫做“乘数”或者“因数”。得出的第三个数 12 叫做它们的“积”。符号“ \times ”叫做乘号，读做“乘以”。

除法 $12 \div 3 = 4$, 这里第一个已知数 12 叫做“被除数”, 第二个已知数 3 叫做“除数”, 得出的第三个数 4 叫做它们的“商”。符号“ \div ”叫做除号, 读做“除以”; 或者将上式读做“3 除 12”, 切勿读做“12 除 3”。

在整数除以整数时, 有时候也不一定能得出整数来, 这叫做不能整除。例如 $18 \div 7$ 就不能整除, 只能先得一个 2, 余下一个 4, 得出来的 2 就叫做“不完全的商”, 余下的 4 叫做“余数”, 余数总是小于除数的。

在除法中, 数 0 是不能做除数的, 这是我们根据实际作出的规定。被除数则可以是 0, 当被除数是 0 时, 商也就是 0 了。

1.8 逆运算关系

1. 加法与减法互为逆运算

例如: $5 + 4 = 9$, 那么 $9 - 4 = 5$, $9 - 5 = 4$ 。

所以减法是已知两数的和与一个加数求另一个加数的运算。

同时, 如果 $9 - 4 = 5$, 那么 $5 + 4 = 9$ 。

这就是说, 已知两数的差与减数, 可以用加法求得被减数。

因此, 减法是加法的逆运算, 加法也是减法的逆运算。

2. 乘法与除法互为逆运算

例如: $4 \times 3 = 12$, 那么 $12 \div 3 = 4$, $12 \div 4 = 3$ 。

所以除法是已知两数的积与一个因数求另一个因数的运算。

同时, 如果 $12 \div 4 = 3$, 那么 $3 \times 4 = 12$ 。

这就是说, 已知两数的商与除数, 可以用乘法求得被除数。

因此，除法是乘法的逆运算，乘法也是除法的逆运算。

1.9 乘方

有时候，我们会碰到几个相同的数相乘的情况，如 4×4 ， $4 \times 4 \times 4$ ， $10 \times 10 \times 10 \times 10$ 。为了简便起见，我们把 4×4 写做 4^2 ，表示是两个4相乘，读做4的两次方或4的平方；把 $4 \times 4 \times 4$ 写做 4^3 ，表示三个4相乘，读做4的三次方或4的立方；把 $10 \times 10 \times 10 \times 10$ 写做 10^4 ，读做10的四次方。这样的写法叫做“乘方”。在乘方里，表示相同的因数的那个数叫做“底数”，表示相同因数个数的那个数叫做“指数”。如 4^2 中，底数是4，指数是2。指数要写在底数的右上角，字体比底数小一些。 4^2 , 4^3 , 10^4 ，叫做幂。

乘方运算的实际数字计算，我们还是采用乘法进行的，如

$$4^2 = 4 \times 4 = 16; \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64;$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000.$$

在单独的一个数4, 5, 10等，也可以当作是 4^1 , 5^1 , 10^1 ，这里底数是4、5或10，指数是1。

乘方也是由底数和指数这两个已知数求出幂这个第三个数的，所以乘方也是一种运算，是我们学到的第五种运算。

在这五种运算中，加法和减法叫做第一级运算，乘法和除法叫做第二级运算，乘方叫做第三级运算。

通常数字的运算过程，也叫做计算。

1.10 算式和等式

数和运算符号组成的要求运算的式子叫做算式，在运算过程中，表示两个算式或数相等关系的式子叫做等式。算式没有等号，等式有等号。等号两边的算式或数一定要相等。

1.11 五种运算的计算举例

例 1 计算: $3654 + 789$ 。

解: $3654 + 789 = 4443$ 。

用竖式计算: 3654

$$\begin{array}{r} + 789 \\ \hline 4443 \end{array}$$

- 说明: (1) 先抄写题目算式并写出等号;
(2) 用竖式计算, 两个加数的数位对齐;
(3) 从右到左, 相同数位上的数相加, 满十进一到前一位, 得出和;
(4) 把所得的和写在上面横式的等号后面。

例 2 计算: $5432 - 678$ 。

解: $5432 - 678 = 4754$ 。

用竖式计算: 5432

$$\begin{array}{r} - 678 \\ \hline 4754 \end{array}$$

- 说明: (1) 先抄写题目算式并写出等号;
(2) 用竖式计算, 减数与被减数的数位对齐;
(3) 从右到左, 相同数位上的数相减, 不够减的由前一位退一作十, 得出差;
(4) 把所得的差写在上面横式的等号后面。

例 3 计算: (1) 567×84 ;

(2) 1370×5600 。

解: (1) $567 \times 84 = 47628$;

(2) $1370 \times 5600 = 7672000$ 。

用竖式计算: