

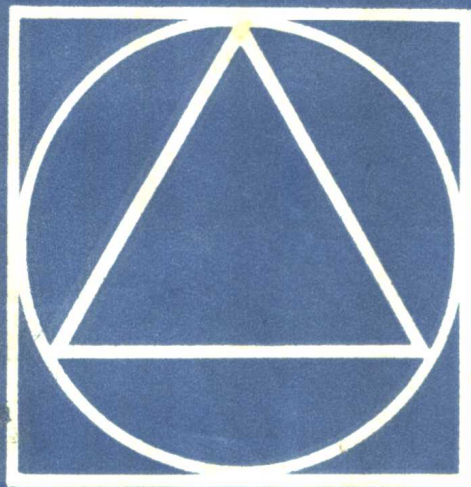
高中数学基础知识 与例题分析

下 册

GAOZHONG SHUXUE JICHU

ZHISHI YU LITI FENXI

乔家瑞 任中文 张鸿菊 蒋佩锦 陈俊辉 刘绍贞 储瑞年 编



北京师范大学出版社

基础知识与例题分析

下册

乔家瑞 任中文 张鸿菊

陈俊辉 刘绍贞 储瑞年

蒋佩锦 编

北京师范大学出版社

高中数学
基础知识与例题分析
下 册
乔家瑞等 编

*

北京师范大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
西安新华印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 10.375 字数: 220 千

1986 年 10 月第 1 版 1986 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1—50,000

统一书号: 7243·458 定价: 1.50 元

前 言

为了满足高中数学教学的需要，我们编写了这本“高中数学基础知识与例题分析”。它是本社出版的“初中数学基础知识与例题分析”的续篇。本书是根据教育部颁发的中学数学基本要求和较高要求，以及全日制统编教材而编写的，以基本要求为主，带“*”号的内容为较高要求。全书按知识系统共分二十二章，每章包括基础知识、典型例题分析和练习题三部分。基础知识力求简明扼要，系统全面，例题分析给出解题的思路、方法和技巧，练习题分为基本练习题与综合练习题，基本练习题主要是对基本知识进行训练，综合练习题可以培养读者分析问题和解决问题的能力，最后还安排了总复习题，并附有答案或提示。

本书可供高中学生在学习中使用，也可以作为毕业复习用书。本书还可以作为在职职工，自学青年的自学用书，数学教师的教学参考书。

本书由北京市部分重点中学的教师：刘绍贞（北京四中）、蒋佩锦（北京五中）、任中文（北京二十六中）、张鸿菊（北京师大附中）、陈俊辉（北京师大二附中）、储瑞年（北京师大实验中学）及北京教育学院崇文分院乔家瑞等编写，由任中文、乔家瑞审理全部原稿。

限于我们的水平，书中定有不妥之处，请读者批评指正。

编 者

1985.8.

目 录

第三部分 立体几何

第十四章	直线和平面	(1)
第十五章	多面体和旋转体	(29)

第四部分 解析几何

第十六章	直线	(51)
第十七章	圆锥曲线	(88)
第十八章	坐标变换	(128)
第十九章	参数方程 极坐标	(142)

第五部分 微积分初步

第二十章	极限和连续	(175)
第二十一章	导数和微分	(214)
第二十二章	积分	(235)

第六部分 总复习题

基本练习题	(257)
综合练习题	(273)

提示或答案

第十四章	(286)
第十五章	(287)
第十六章	(291)
第十七章	(297)
第十八章	(301)

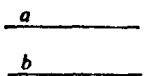
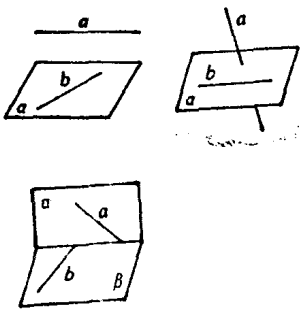
第十九章	(303)
第二十章	(306)
第二十一章	(312)
第二十二章	(316)
总复习题	(320)

第三部分 立体几何

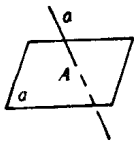
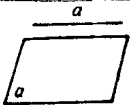
第十四章 直线和平面

一、基本位置关系

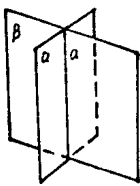
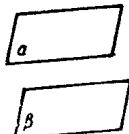
1. 直线和直线 (表一)

位 置	图 形	简 述
相 交	 a, b 相交于 A 点. 记作 $a \cap b = A$	在同一平面内, 有且只有一个公共点.
平 行	 $a // b.$	同一平面内没有公共点.
异 面	 a, b 异面	不同在任何一个平面内, 没有公共点.

2. 直线和平面 (表二)

位 置	图 形	简 述
在 内 (在上)		直线上所有点在平面内, 记作 $a \subset \alpha$.
相 交		直线与平面有且只有一个公共点, 记作 $a \cap \alpha = A$.
平 行		直线与平面没有公共点, 记作 $a // \alpha$.

3. 平面和平面 (表三)

位 置	图 形	简 述
相 交		两平面有且只有一条公共直线, 记作 $\alpha \cap \beta = a$.
平 行		两平面没有公共点, 记作 $\alpha // \beta$.

二、主要概念

1. 射影

(1) 点在平面上的射影 自一点向平面引垂线，垂足叫做这点在这平面上的射影(如图 14—1, B 点是 A 点在 α 上的射影)。

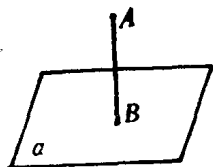


图14—1

(2) 斜线在平面上的射影 过斜线上的一点向平面引垂线，过斜足和垂足的直线叫做斜线在这个平面上的射影(如图14—2中，直线 BC 是斜线 AC 在平面 α 上的射影)，垂足和斜足间的线段叫做这点到平面的斜线段在这个平面上的射影(如图14—2中，线段 BC 是斜线段 AC 在平面 α 上的射影)。

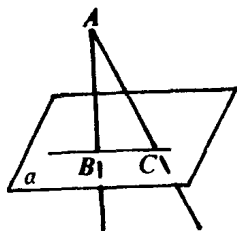


图14—2

2. 角

(1) 两条异面直线 a 、 b 所成的角 过空间任意一点，分别引直线 $a' \parallel a$, $b' \parallel b$, 把 a' 和 b' 所成锐角(或直角)，叫做异面直线 a 和 b 所成的角(如图14—3—图14—5)。

(2) 斜线和平面所成的角 平面的一条斜线和它在该平面上的射影所成的锐角，叫做这条直线和这个平面所成的角。如图 14—6 中， $\angle ACB$ 是斜线 AC 和平面 α 所成的角。

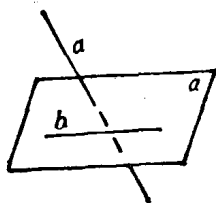


图14—3

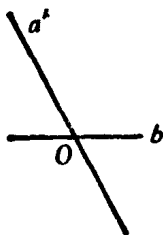


图14—4

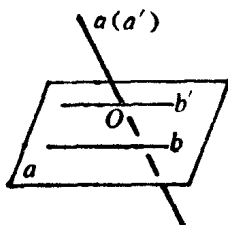


图14—5

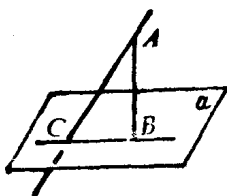


图14—6

(3) 二面角 从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做二面角。如图14—7中，二面角 $\alpha - a - \beta$ 。

二面角的平面角 以二面角棱上任意一点为端点，在两个面内分别作垂直于棱的两条射线，这两条射线所成的角叫做二面角的平面角。如图14—7中， $\angle ACB$ 是二面角 $\alpha - a - \beta$ 的平面角。二面角的度数与它的平面角度数一致。

直二面角 平面角是直角的二面角叫做直二面角。如图14—8中，直二面角 $\beta - a - \gamma$ 。

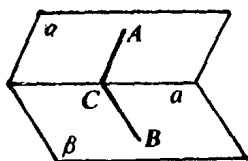


图14—7

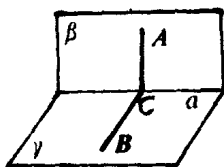
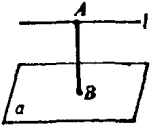
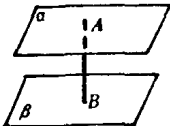
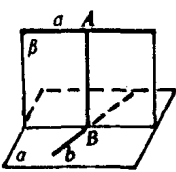


图14—8

3. 距离 (表四)

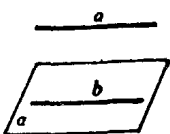
名 称	图 形	简 述
两点间的距离		连结两点间线段的长度。
点到直线的距离		从直线外一点向这条直线引垂线，这点和垂足间的距离。
点到平面的距离		从平面外一点引这平面的垂线，这点和垂足间的距离。
两平行线间的距离		一条直线上任意一点到另一条直线的距离。

续表

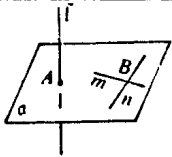
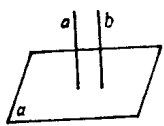
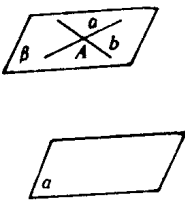
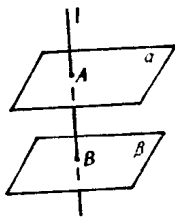
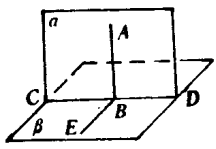
平行线面间的距离		这条直线上任意一点到平面的距离。
两平行平面间的距离		夹在两个平行平面间的公垂线段的长度。
两异面直线间的距离		公垂线在这两条异面直线间的线段的长度。

三、平行、垂直的判定和性质

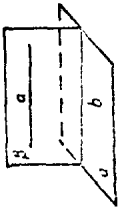
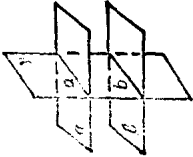
1. 判定定理 (表五)

位置	图 形	条件、结论	简 述
线面平行		$\left. \begin{array}{l} a \text{ 在 } \alpha \text{ 外,} \\ b \subset \alpha, \\ a // b. \end{array} \right\} \Rightarrow a // \alpha$	平面外的一条直线与平面内一条直线平行那么线面平行。

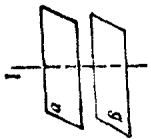
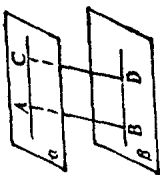
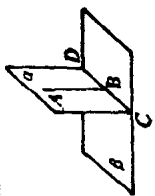
续表

线面 垂直		$\left. \begin{array}{l} m \subset \alpha, \\ n \subset \alpha, \\ m \cap n = B, \\ l \perp m \\ l \perp n \end{array} \right\} \Rightarrow l \perp \alpha.$	一条直线垂直一个平面内两条相交直线, 那么线面垂直.
线面 垂直		$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ a // b \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp \alpha.$	两条平行线中一条垂直平面, 那么另一条也垂直平面.
面面 平行		$\left. \begin{array}{l} a \subset \beta, \\ b \subset \beta, \\ a \cap b = A, \\ a // \alpha \\ b // \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \beta // \alpha.$	一个平面内两条相交直线都和另一个平面平行, 那么两平面平行.
面面 平行		$\left. \begin{array}{l} l \perp \alpha \\ l \perp \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta.$	垂直于同一条直线的两平面平行.
面面 垂直		$\left. \begin{array}{l} AB \perp \beta \text{ 于 } B \\ AB \subset \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta.$	一个平面过另一平面的一条垂线, 那么两平面垂直.

2. 性质定理 (表六)

位置	图形	条件、结论	简述
线面平行		$\left. \begin{array}{l} a // a \\ a \subset \beta \\ a \cap \beta = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b.$	由线面平行可得到线线平行。
线面垂直		$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ b \perp \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow a // b.$	同一平面的两条垂线平行。
面面平行		$\left. \begin{array}{l} \alpha // \beta \\ \gamma \cap \beta = b \\ \gamma \cap \alpha = a \end{array} \right\} \Rightarrow a // b.$	由面面平行可得到线线平行。

续表

位 置	图 形	条 件、结 论	简 述
面 平 面 平		$\left. \begin{array}{l} \alpha // \beta \\ l \perp \alpha \end{array} \right\} \implies l \perp \beta.$	直线垂直两个平行平面中的一个, 也垂直另一个.
面 平 面 平		$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ A \in \alpha, B \in \beta \\ C \in \alpha, D \in \beta \end{array} \right\} \implies AB = CD$	夹在两个平行平面间的平行线段相等.
面 垂 面 垂		$\left. \begin{array}{l} \alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = CD \\ AB \subset \alpha, AB \perp CD \end{array} \right\} \implies AB \perp \beta.$	两个平面垂直, 一个平面内垂直于交线的直线, 也垂直另一个平面.

3. 线面平行、线面垂直，面面平行、面面垂直的定义都是最基本的判定方法和最基本的性质。

线面平行 线面没有公共点。

线面垂直 直线垂直于平面上的任何一条直线。

面面平行 没有公共点。

面面垂直 两平面所成二面角为直二面角。

四、角相等定理、斜线长定理、 三垂线定理

1. 角相等定理

如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行且方向相同，那么这两个角相等。

2. 斜线长定理

从平面外一点向这个平面引垂线段和斜线段(图14—9)。

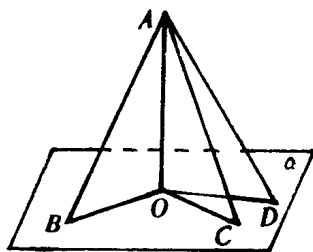


图14—9

(1) 射影等的两条斜线段等；射影较长的斜线段也较长

($OB = OC \Rightarrow AB = AC$, $OD > OC \Rightarrow AD > AC$);

(2) 等斜线段的射影等，较长斜线段的射影也较长
($AB = AC \Rightarrow OB = OC$, $AD > AC \Rightarrow OD > OC$) ;

(3) 垂线最短 ($AO < AB$, $AO < AC$, $AO < AD$) .

3. 三垂线定理及其逆定理

定理 平面内的一条直线，如果和这个平面的一条斜线的射影垂直，那么它也和这条斜线垂直(图14—10)。

$$\left. \begin{array}{l} AO \perp \alpha \text{ 于 } O, \\ AB \text{ 是 } \alpha \text{ 的斜线, 斜线足是 } B \\ l \subset \alpha, l \perp OB. \end{array} \right\} \Rightarrow l \perp AB.$$

逆定理 平面内的一条直线，如果和这个平面的一条斜线垂直，那么它也和这条斜线的射影垂直。（图14—10）

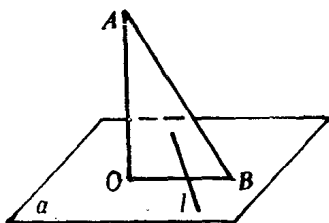


图14—10

$$\left. \begin{array}{l} AO \perp \alpha \text{ 于 } O, \\ AB \text{ 是平面 } \alpha \text{ 的斜线, 斜线足 } B \\ l \subset \alpha, l \perp AB. \end{array} \right\} \Rightarrow l \perp OB.$$

五、确定平面的条件

1. 不在同一条直线上的三点；
2. 一条直线和这条直线外一点；
3. 两条相交直线；
4. 两条平行直线；
5. 过一点有且只有一个平面和一条直线垂直；
6. 过平面外一点有且只有一个平面和已知平面平行；
7. 过两条异面直线中的一条直线有且只有一个平面平行另一个平面。