

鲁棒控制理论

Robust  
Control  
Theory

史忠科 吴方向 王蓓 阮洪宁 著

国防工业出版社

# 鲁棒控制理论

## Robust Control Theory

史忠科 吴方向 著  
王 蓓 阮洪宁

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

鲁棒控制理论/史忠科等著. —北京:国防工业出版社, 2003. 1

ISBN 7-118-03029-5

I. 鲁... II. 史... III. 鲁棒控制—控制系统理论  
IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 089242 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥隆印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 印张 8% 220 千字

2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月北京第 1 次印刷

印数: 1—2500 册 定价: 24.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

# 致 读 者

**本书由国防科技图书出版基金资助出版。**

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

**国防科技图书出版基金资助的对象是:**

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。

4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

### 国防科技图书出版基金

评审委员会

# 国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模			
主任委员	黄宁			
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允	曾铎
秘书长	崔士义			
委员	于景元	王小谟	尤子平	冯允成
(以姓名笔画排序)	刘仁	朱森元	朵英贤	宋家树
	杨星豪	吴有生	何庆芝	何国伟
	何新贵	张立同	张汝果	张均武
	张涵信	陈火旺	范学虹	柯有安
	侯正明	莫梧生	崔尔杰	

# 前 言

随着现代科学技术和生产技术的发展,人们对控制系统的性能要求越来越高,基于数学模型的传统控制理论面临着新的挑战,遇到了难以克服的矛盾。由于数学模型的近似性和不确定性,非线性对系统的效应、测量的不准确性、控制系统本身的参数变化等,人们在设计控制系统时,只能在近似和简化的基础上进行。但系统是否具有好的动态性能并对模型、初值、测量噪声等不确定因素具有稳健性?人们很难确定。鲁棒控制理论是处理以上各种不确定性问题的有力工具, $H_\infty$ 鲁棒控制理论和 $\mu$ 分析理论则是当前控制工程中最活跃的研究领域之一,近20多年来一直倍受控制研究工作者的青睐。

本书第1篇是在状态空间描述下,系统地总结了连续时间线性和非线性系统、离散时间线性和非线性系统的 $H_\infty$ 鲁棒控制理论。

由于在鲁棒性控制器设计的方法中, $\mu$ 理论有其独特的优点,体现在理论上无保守性。因此,本书第2篇对连续时间线性系统的 $\mu$ 分析理论作了系统介绍。

本书还介绍了作者近年在区间系统、时滞系统的 $H_\infty$ 鲁棒控制理论,递阶 $H_\infty$ 鲁棒控制理论, $\mu$ 控制器模型降阶设计方法等方面的研究成果。并且,重点讨论了在干扰情况下飞机起飞和着陆的鲁棒控制问题。

本书共分12章。第1章概述了鲁棒控制的有关概念;第2章介绍了基本 $H_\infty$ 优化理论;第3章介绍了离散时间系统的 $H_\infty$ 理论;第4章介绍了递阶/分散 $H_\infty$ 优化方法;第5章介绍了 $H_\infty$ 优化方法的性质及其实现问题;第6章讨论了 $H_\infty$ 优化算法在飞行

控制中的应用问题;第7章介绍了时滞系统的鲁棒控制;第8章介绍了区间系统的鲁棒控制;第9章介绍了 $\mu$ 理论的基本概念;第10章介绍了 $\mu$ 分析与 $\mu$ 综合;第11章讨论了纵向飞行控制系统 $\mu$ 综合方法;第12章介绍了 $\mu$ 控制器的平衡降阶方法。本书第1章~第6章由王蓓、张勇、史忠科编写;第7、8章由吴方向编写;第9章~第12章由阮洪宁、史忠科编写;全书由史忠科、吴方向统稿。

由于作者的水平和时间的限制,书中难免有这样那样的问题及符号错误,敬请读者给予批评指正。

作 者



# 目 录

## 第 1 篇 $H_\infty$ 控制理论

第 1 章 概述	1
1.1 引言	1
1.2 鲁棒性的基本概念	2
1.3 多变量控制系统的鲁棒性分析	7
第 2 章 $H_\infty$ 优化问题理论	16
2.1 $H_\infty$ 优化问题的描述	16
2.2 $H_\infty$ 优化算法	32
第 3 章 离散时间系统的 $H_\infty$ 理论	53
3.1 概述	53
3.2 基本理论	54
3.3 二次规划	58
3.4 $H_\infty$ 控制问题	68
第 4 章 递阶/分散 $H_\infty$ 优化方法	72
4.1 动态线性系统的递阶控制算法	72
4.2 动态线性系统的 $H_\infty$ 递阶优化算法	78
4.3 分散 $H_\infty$ 控制	81
第 5 章 $H_\infty$ 优化方法的性质及其实现	90
5.1 静态反馈与动态反馈的最小范数等价性	90
5.2 最优控制方法与 $H_\infty$ 集中优化方法的比较	94
5.3 代数 Riccati 方程的算法流程图	96
第 6 章 $H_\infty$ 优化算法在飞机着陆控制中的应用	102
6.1 飞机的运动方程	102

6.2	飞机运动方程的线性化 .....	107
6.3	飞机着陆控制的随机系统模型 .....	110
6.4	$H_\infty$ 递阶控制的仿真计算 .....	113
<b>第 7 章</b>	<b>时滞系统的鲁棒控制</b> .....	<b>119</b>
7.1	时滞系统的李亚普诺夫稳定性理论 .....	119
7.2	线性时滞系统的鲁棒控制 .....	125
7.3	非线性时滞系统的鲁棒控制 .....	135
7.4	多时滞系统鲁棒控制的有关结果 .....	144
7.5	应用 .....	151
<b>第 8 章</b>	<b>区间系统的鲁棒控制</b> .....	<b>154</b>
8.1	区间系统的描述与转换 .....	154
8.2	区间系统的鲁棒控制 .....	157
8.3	时滞区间系统的鲁棒控制 .....	167
8.4	时变区间系统的有关结果 .....	175
8.5	应用 .....	181

## 第 2 篇 $\mu$ 控制理论

<b>第 9 章</b>	<b><math>\mu</math> 理论的基本概念</b> .....	<b>187</b>
9.1	引言 .....	187
9.2	结构奇异值 .....	191
9.3	线性分式变换(LFT)与 $\mu$ .....	197
9.4	用 $\mu$ 进行鲁棒性检验 .....	201
<b>第 10 章</b>	<b><math>\mu</math> 分析与 <math>\mu</math> 综合</b> .....	<b>204</b>
10.1	引言 .....	204
10.2	$\mu$ 分析 .....	204
10.3	$\mu$ 综合与 D-K 迭代 .....	207
<b>第 11 章</b>	<b>纵向飞行控制系统 <math>\mu</math> 设计方法</b> .....	<b>212</b>
11.1	模型的建立 .....	212
11.2	控制问题的提出 .....	214
11.3	控制器的设计与分析 .....	216

11.4	$H_\infty$ 控制器与 $\mu$ 控制器的比较	226
<b>第12章</b>	<b><math>\mu</math>控制器的平衡降阶法</b>	<b>232</b>
12.1	$\mu$ 控制器工程不可实现的原因	232
12.2	控制器降阶方法的选择	234
12.3	内部平衡截断法	236
12.4	带有平衡实现降价技术的 $\mu$ 控制器设计	242
12.5	$\mu$ 方法的总结和展望	253
	<b>参考文献</b>	<b>256</b>

# Contents

## Piece1 $H_\infty$ control theory

<b>Chapter 1 Summary</b> .....	1
1.1 Introduction .....	1
1.2 Basic conception of robust .....	2
1.3 Robust analysis of multivariable control system .....	7
<b>Chapter 2 Theory on <math>H_\infty</math> Optimization</b> .....	16
2.1 Representation of $H_\infty$ optimization .....	16
2.2 $H_\infty$ optimization algorithm .....	32
<b>Chapter 3 <math>H_\infty</math> theory on discrete-time system</b> .....	53
3.1 Simple introduction .....	53
3.2 Basic theory .....	54
3.3 Quadratic programming .....	58
3.4 $H_\infty$ control problem .....	68
<b>Chapter 4 Hierarchical/decentried <math>H_\infty</math> Optimization</b> .....	72
4.1 Hierarchical control algorithm of dynamic linear system .....	72
4.2 $H_\infty$ hierarchical optimal algorithm of dynamic linear system .....	78
4.3 Decentried $H_\infty$ control .....	81
<b>Chapter 5 Property and implementation of <math>H_\infty</math> Optimization         theory</b> .....	90
5.1 Minimal norm equivalence of static feedback and dynamic feedback .....	90

5.2	Comparing optimal control method with $H_\infty$ collective optimization method .....	94
5.3	Algorithm flow diagram of algebra RICCATI equations .....	96
<b>Chapter 6</b>	<b>Application of <math>H_\infty</math> optimization theory to airplane landing control .....</b>	<b>102</b>
6.1	Airplane state-space equations .....	102
6.2	Linearization of airplane state-space equations .....	107
6.3	Stochastic system model of airplane landing control .....	110
6.4	Simulation of $H_\infty$ hierarchical control .....	113
<b>Chapter 7</b>	<b>Robust control of time-delay system .....</b>	<b>119</b>
7.1	Lyapunov stability theory of time-delay system .....	119
7.2	Robust control of linear time-delay system .....	125
7.3	Robust control of nonlinear time-delay system .....	135
7.4	Results of robust control of multi time-delay system .....	144
7.5	Applications .....	151
<b>Chapter 8</b>	<b>Robust control of interval system .....</b>	<b>154</b>
8.1	Representation and transition of interval system .....	154
8.2	Robust control of interval system .....	157
8.3	Robust control of time-delay interval system .....	167
8.4	Results of time-variant interval system .....	175
8.5	Applications .....	181
 <b>Piece2 <math>\mu</math>-control theory</b> 		
<b>Chapter 9</b>	<b>Basic conception of <math>\mu</math>-theory .....</b>	<b>187</b>
9.1	Introduction .....	187
9.2	Structured singular value .....	191
9.3	Linear fraction transform(LFT) and $\mu$ - .....	197
9.4	Robust examination of using $\mu$ - .....	201
<b>Chapter 10</b>	<b><math>\mu</math>-analysis and <math>\mu</math>-synthesis .....</b>	<b>204</b>

10.1	Introduction .....	204
10.2	$\mu$ -analysis .....	204
10.3	$\mu$ -synthesis and D-K iteration .....	207
<b>Chapter 11</b>	<b><math>\mu</math>-design in longitudinal flying control system .....</b>	<b>212</b>
11.1	Establishment of model .....	212
11.2	Extraction of control problem .....	214
11.3	Design and analysis of controller .....	216
11.4	Comparing $H_\infty$ controller with $\mu$ -controller .....	226
<b>Chapter 12</b>	<b>Balancing deflation method of <math>\mu</math>-controller .....</b>	<b>232</b>
12.1	Unrealizable reasons of $\mu$ -controller in project .....	232
12.2	Choice of controller deflation method .....	234
12.3	Interior balancing intercept method .....	236
12.4	$\mu$ -controller design with technique of balancing deflation .....	242
12.5	Generalization and prospect of $\mu$ -method .....	253
<b>References</b>	.....	<b>256</b>

# 第 1 篇 $H_{\infty}$ 控制理论

## 第 1 章 概 述

### 1.1 引 言

随着科学技术的飞速发展,对控制系统的性能要求越来越高。就拿一架飞机来说,希望在它的动态性能不明确的情况下,能保证它有良好的运动。更进一步地说,飞机通常要求在开环临界稳定点附近工作,这样就要求飞行控制系统能良好地处理所谓模型不确定性问题。而在实际飞行控制系统设计中还要考虑以下问题:

(1) 在已经建立起数学模型的飞机参数发生变化或存在结构不确定时,飞行控制系统应该具有小的灵敏度响应。

(2) 由于控制器频带比较宽,使得飞机性能受飞机结构和执行机构动态性能变化的影响比较大。

(3) 反馈控制器的设计虽然对飞行员指令会得到较理想的响应,但是对于外部干扰的响应可能会是破坏性的。

(4) 执行部件与控制元件存在制造容差,系统运行过程中也存在老化、磨损及环境和运行条件恶化等现象。

(5) 在实际工程问题中,通常对数学模型要人为地进行简化,去掉一些复杂的因素。

因此,一个合理的设计应该考虑到上述各种因素的影响,从而就会用到与控制有关的各种理论知识。比如对于系统中出现的随机噪声,利用滤波的方法处理;在系统结构参数不明确的情况下进

行系统辨识,建立系统的数学模型;为了使控制系统具有判断故障和处理故障的能力,可以进行故障诊断和容错控制;对于结构或非结构不确定性,就要考虑到鲁棒设计方法。

所谓鲁棒性是指控制对象在一定范围内变化时,它能在某种程度上保持系统的稳定性与动态性能的能力。在单变量控制系统中,系统的鲁棒性可以从系统的开环传递函数的幅频和相频特性中可靠地估计出来,例如稳定裕度的概念就可以反映系统抗模型摄动的能力。对于多变量控制系统,由于系统中有众多不同的输入输出量操纵,使幅值与相位的意义变得模糊了,因此在多变量控制系统中照搬单变量系统的结果是不行的,这样就需引入状态空间法来处理多变量情况。

## 1.2 鲁棒性的基本概念

无论是古典控制理论还是现代控制理论,在被控对象具有精确数学模型的基础上,都已形成了一整套严密而完整的理论体系。它们都是从一个系统的数学模型出发,设计出一个控制器,使该系统满足某种特定的性能指标要求,如阻尼、超调量、调节时间、跟随特性和频率响应等等。但存在的问题是,一旦设计完成,若用一个不精确的数学模型作为依据,那么所得到的控制器是否能使系统仍然保持满意的结果?换句话说,基于不精确数学模型得到的控制器可能会使系统行为不符合要求,甚至与用精确数学模型设计的行为完全不同。由此引出了如何设计一个合理的控制器,当存在不确定性因素的情况下,使系统性能仍保持良好状态。这就提出了“鲁棒性”概念。

### 1.2.1 不确定性与鲁棒性

鲁棒概念可以描述为:假定对象的数学模型属于一集合  $\mathcal{D}$ ,考察反馈系统的某些特性,如内部稳定性,给定一控制器  $K$ ,如果集合  $\mathcal{D}$  中的每一个对象都能保持这种特性成立,则称该控制器对此



特性是鲁棒的。因此谈及鲁棒性必有一个控制器、一个对象的集合和某些系统特性。

全面理解“对象的数学模型属于一集合”是正确理解“鲁棒”的基础。它的本质在于阐明对象的不确定性引起的对数学模型表达的特性。下面对不确定性及其描述进行说明。

### 1. 对象的不确定性

由于不确定性的存在,没有任何一个物理系统可以用准确的数学模型来表达。本书中对象模型的基本形式是

$$y = (P + \Delta)u + n \quad (1.1)$$

这里  $y$  是输出,  $u$  是输入,  $P$  是标称对象的传递函数, 模型的不确定性以两种形式出现:

- $n$ ——未知噪声或干扰;
- $\Delta$ ——未知对象的摄动。

假定  $n$  和  $\Delta$  各属于某一个集合, 于是每一个输入  $u$  都会产生一个输出集合, 这个集合就是由  $(P + \Delta)u + n$  构成的集合。对于一个输入能够产生一个输出集合的模型称为不确定性的。由此可见, 对象的模型是属于一个集合的。

### 2. 不确定性模型的描述形式

用集合  $\mathcal{P}$  代表对象的模型, 它可以分为结构化和非结构化两种形式。结构化集合是由于不定参数的变化形成的, 所以在以往的控制理论中, 传递函数  $P(s)$  的表达式中只有一个自变量  $s$ , 而在研究有关模型不确定性问题时, 自变量还应包括不确定参数向量  $q$ , 即  $P(s, q)$ 。

以对象模型  $\frac{1}{s^2 + as + 1}$  为例, 假定仅知常数  $a$  在某个区间  $[a_{\min}, a_{\max}]$  内, 那么这个对象属于结构化集合

$$\mathcal{P} = \left\{ \frac{1}{s^2 + as + 1} : a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \right\}$$

此例为只有一个参数时结构化集合的描述形式。当不确定参数是  $l$  维实向量时, 即当  $q = (q_1, q_2, \dots, q_l)$  或  $q \in R^l$  时, 若用分