

机 器 的 线 性 自 动 调 整 系 统 动 力 学

苏联 З.ИИ. 布洛赫著

水 利 电 力 出 版 社

机 器 的 綫 性 自 动 調 整 系 統 动 力 学

苏联 B.И. 布洛赫著

吳文藻譯 謝緒愷校訂

水 利 电 力 出 版 社

內 容 提 要

本书主要討論具有集中参数的綫性調整系統的稳定性的古典的和現代的分析法, 以及調整过程的品質的各种分析方法。

本书可作为从事于自动調整工作的技術人員和科学研究人员参考书。

З.Ш.БЛОХ

ДИНАМИКА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ МАШИН
ГОСТЕХИЗДАТ МОСКВА 1952

机器的綫性自动調整系統动力学

根据苏联国立技术理論書籍出版社1952年莫斯科版翻譯

吳文藻譯 謝緒愷校訂

*

1254 Z 91

水利电力出版社出版 (北京西郊科学路二里沟)

北京市书刊出版业營業許可証出字第105号

水利电力出版社印刷厂排印

新华书店科技发行所发行 各地新华书店經售

*

850×1168 $\frac{1}{2}$ 开本*16 $\frac{3}{4}$ 印張*424千字*定价(第10类)2.70元

1959年12月北京第1版

1959年12月北京第1次印刷(0001—3,220册)

卷 头 語

本書是1950年出版的“機器的調整”一書經過修改和作了許多補充後的再版，其中的第九、十一、十四、十五等章都是重新編著的，而第一、十二、十三和十六等章也作過重大的修改並添加了新的材料。

在現代所出版的機構和機器原理這一類的教科書中，對於機器的現代化調整理論的最重要部份並不講述。但是如果沒有充實的調整理論和機器的穩定性理論的學識，要想使自己成為熟練的設計或機械工程師，並且使自己具有最先進的科學水平，能在機器製造領域內解決自動化上的最重要問題（黨和政府所提出的一些決議），這完全是不能想像的。

在機器調整領域內工作的工程師和技術人員，對於現代化的電氣系統和電子系統的穩定性的分析法的研究和調整過程的品質的研究已取得的最新成果是很少知道的。同時，由於在現代化的機器製造技術方面出現了新的調整對象（例如自動仿模機床，流水式的自動綫和自動工廠、噴氣式發動機等等）。它們對調整系統的要求不斷地增加，而計算這些調整對象是需要全部現代化的調整理論的成果的（不管這些成果是從那一個調整領域內得到的）。

現在調整理論已在順利地向前發展，而在這些研究中，繼承了И.Л.契貝謝夫，И.А.維什涅格拉斯基、Н.Е.茹可夫斯基等所奠定的傳統的蘇聯調整理論學派是居于主導地位的。在現代的科學情況下，要把科學的全部發展方向包羅在一本書中是完全不可能的，何況還要對它作有系統的論述。有許多現代化的調整理論部分都是可以獨立成書的題材。例如斷續調整理論和調整理論的非綫性問題便是屬於這一類的。由於這些原因，上述題材就未列入本書中。在選擇本書所要論述的現代化的調整理論的材料時，特

別重視對於調整理論創始人 И. А. 維什涅格拉斯基所提出的基本方向的直接發展的工作。與此同時對於 П. Л. 契貝謝夫的研究和 А. В. 米哈伊洛夫的工作也給予了詳細的論述。

本書第一章簡要地敘述在汽輪機、水輪機、噴氣式發動機、鼓風機和其他機器製造對象的現代化自動控制系統中所採用的各種調整系統^①。講述這些系統的目的是給今後在進行調整過程的品質和穩定性分析時所作的各種理論計算提供原始材料。同樣，在第二章內簡單論述了有關繪制和分析調整對象和調整器的敏感元件的靜特性的材料。第四章到第十五章是本書的主要內容，第五章到第九章是討論具有集中參數的綫性調整系統的穩定性的經典的和現代化的分析法，第十一章到第十五章是論述上述系統的調整過程品質的各種不同的分析法。本書和前版不同的地方是在分析調整過程的品質時，除了以前論述過的研究方法外，並在第十一章和第十五章內提出了應用拉普拉斯變換法和頻率特性法。所以本書對連續作用系統的古典的和現代的綫性自動調整理論基礎作了全面的論述，不過對於調整技術和調整機械問題本書未曾討論，因為這些是特殊的問題超出了本書的範圍。

3. III. 布洛赫

① 正文下面附註的參考資料對所討論的相應的系統有更詳細的論述。

目 录

緒 論	7
第一章 机器的自动調整系統	13
§ 1. 基本概念和定义	13
§ 2. 直接調整系統	16
§ 3. 非直接調整系統	18
§ 4. 具有硬性回饋的非直接調整系統	19
§ 5. 衡行調整系統	20
§ 6. 調整系統的骨架圖	22
第二章 靜特性	39
§ 7. 机器的靜特性	39
§ 8. 調整器敏感元件的平衡条件	43
§ 9. 平衡的角速度曲綫	45
§ 10. 角速度調整器的实际敏感元件的平衡方程式	47
§ 11. 压力調整器的敏感元件的平衡方程式	55
§ 12. 不灵敏度	57
§ 13. 敏感元件的特性	59
§ 14. 数字例题	60
第三章 根据契貝謝夫法計算不平衡度小的 調整器的敏感元件	66
§ 15. 問題的提出	66
§ 16. 契貝謝夫調整器的敏感元件的平衡方程式	70
§ 17. 契貝謝夫調整器的敏感元件的参数的計算	72
第四章 調整动力學的基本方程式	76
§ 18. 运动方程式的綫性化	76
§ 19. 敏感元件的运动方程式	78
§ 20. 机器的运动方程式	89
§ 21. 伺服馬达的运动方程式	96

§ 22. 帶有衡行器的伺服馬達的运动方程式	99
§ 23. 調整系統的典型方程式	102
第五章 調整系統的穩定性的分析	108
§ 24. 一阶系統	108
§ 25. 二阶系統	108
§ 26. 三阶系統	111
§ 27. 拉烏斯-古尔維茨的一般的穩定准則	113
第六章 調整系統的参数对調整的过程的影响	120
§ 28. 調整器的参数对直接調整的过程的影响	120
§ 29. 維什涅格拉斯基圖	122
§ 30. 調整器的参数对非直接調整的过程的影响	124
第七章 米哈依洛夫穩定准則	134
§ 31. 輻角原則	134
§ 32. 米哈依洛夫穩定准則	136
§ 33. 特性曲線的繪制	138
§ 34. 穩定系統的特性曲線	142
§ 35. 不穩定的特征	152
§ 36. 穩定的調整系統的参数的選擇	154
§ 37. 結構上不穩定的回路	158
第八章 根据开环的調整回路的方程式分析穩定性	164
§ 38. 开环回路的方程式	164
§ 39. 穩定条件	170
§ 40. 开环回路中的振盪的變換	177
§ 41. 米哈依洛夫-奈卡維斯特穩定准則	180
§ 42. 輻相特性曲線的繪制	185
§ 43. 典型环节的輻相特性	187
§ 44. 單环路的輻相特性	195
§ 45. 具有微扰主扰的环节的輻相特性	197
§ 46. 根据輻相特性分析穩定性	198
第九章 根据参数划分穩定区域	207
§ 47. 根据一个参数划分穩定区域	207
§ 48. 根据两个参数划分穩定区域	212

§ 49. 根据一个环节的两个参数来确定稳定区域	217
第十章 非周期稳定准则	223
§ 50. 二阶系统	223
§ 51. 维什涅格拉斯基条件	223
§ 52. 非周期稳定的一般准则	226
§ 53. 根据环节的特性进行分析	230
§ 54. 埃依列尔准则	232
§ 55. 斯圖姆方法的应用	233
第十一章 过渡过程	236
§ 56. 拉普拉斯变换	236
§ 57. 初始条件	241
§ 58. 过渡过程的繪制	255
§ 59. 系数的循环关系式	261
§ 60. 方程式的循环关系	270
第十二章 过渡过程的品質分析	272
§ 61. 前言	272
§ 62. 最簡單的系統中的調整品質的分析	274
§ 63. 調整品質的积分准则	290
§ 64. 自动調整系統的穩定度和振盪性	301
§ 65. 根的分佈区域的确定	314
§ 66. 超調整的循环关系	319
§ 67. 估計超調整的計算公式	326
第十三章 單調性, 不变号和無超調整等准则	341
§ 68. 單調性的必要標誌	341
§ 69. 具有單調性过渡过程的最簡單系統	350
§ 70. 具有复数根的三阶系統	353
§ 71. 三阶系統的計算例題	366
§ 72. 四阶的調整系統	374
§ 73. 單調的过渡过程的存在定理	378
§ 74. 單环系統的單調性的条件	408
§ 75. 無超調整的標誌	417
§ 76. 过渡过程的不变号的標誌	418

§ 77. 一般准则和充分条件	424
§ 78. 調整品質的評價	430
§ 79. 过渡过程的时间	439
第十四章 过渡过程曲线的分佈区域的評定	443
§ 80. 过渡过程的上界和下界	443
§ 81. 有重根的特性方程式的过渡过程	445
§ 82. 过渡过程的評定	451
第十五章 分析調整品質的頻率法	457
§ 83. 过渡过程与其变换函数間的关系	457
§ 84. 閉环調整回路中的振盪的变换函数	458
§ 85. 根据頻率特性評定調整的品質	467
§ 86. 近似的評價	472
§ 87. 單調的过渡过程的調整时间	477
第十六章 为已知的調整对象決定調整器的参数	487
§ 88. 問題的提出	487
§ 89. 具有硬性回饋的系統	489
§ 90. 限制参数選擇的特殊条件	494
§ 91. 具有非硬性回饋的系統	495
§ 92. 單調条件的保証	502
§ 93. 考虑超調整選擇参数	507

緒 論

最初在工業上应用的自动調整器是直接与蒸汽机的發明有关的，蒸汽机的發明是十八世紀后半叶的偉大的技术發明。第一部蒸汽机由卓越的俄罗斯机械师 И. И. 波尔祖諾夫 (Ползунов) 在 1765 年發明后，就促使它的發明者制造一种适当的浮子式水位調整器。

第一个电气的調整器是 В. Н. 契柯勒夫 (В. Н. Чиколев) 在 1869 年發明的。这里还应指出，俄罗斯研究工作者在建立第一个由 А. П. 达維多夫 (А. П. Давыдов) 在 1877 年所設計的隨动系統方面也有其卓越的地位。

在 1784 年，瓦特在蒸汽机上采用了第一个离心式角速度調整器，这种調整器直到現在还保持着它作为一种反应角速度变化的裝置的基本特点。十九世紀的机械制造技术的发展(所用發動机的容量和速度均已增加)給調整器制造业在选择調整器的型式和选择最合适的調整系統时提出了一系列新的問題，这些問題最初純粹是靠实践来解决的，并没有应有的理論計算和理論根据。在調整問題的發展过程中，其实践超过了理論，且調整理論的發展尚在萌芽的状态，以致对于实践所提出的一系列問題，尚不能有任何滿意的回答。在实践上最初所提出的問題中，有一个是建立等週調整器(изохронный регулятор)的問題。大家都知道通常的直接动作的离心式調整器是直接作用在蒸汽机的調整機構上的，保証按照負載的大小輸送蒸汽，但不能維持恒定的轉速。

在实际上所采用的調整器系統中，縱使降低其調整过程的不均衡度，也仍不能保証机器的角速度在全部調整範圍內与所需的恒定值間有較小的偏差。何况在蒸汽机中若采用不均衡度甚小的調整器就会發生振盪和使調整过程不穩定。

在機器的直接調整系統中，要對其發生振盪和不穩定性的原因作一正確的理論解釋，只有在現代的調整理論創始人И.А. 維什涅格拉斯基的理論研究問世以後才有可能，他的研究是現代的經典著作。

如果以今天的眼光來評定И.А. 維什涅格拉斯基的著作，認為從其優點上來看，在我国的科學上有权以此而自豪的話，那俄羅斯的理論思想在其他方面的優秀的創造性成果（這些成果對調整問題的實際意義僅在今天的新技术的時代中才顯示出來）就很可惜地被完全遺忘了，甚至在現代出版的機器調整的著作中和有關的技术史的評論中都沒有提到。這裡所指的有П.Л. 契貝謝夫在1871年發表的著作“論离心式均衡器”，這也是蘇聯學者所發表的頭一部關於調整器理論的理論巨著。契貝謝夫是一位天才的數學家，他與某些數學家不同，他不迴避實踐（特別是機器製造業的實踐）所提出的實際問題。大家都知道，П.Л. 契貝謝夫在其外出的期間里，他不但接待傑出的數學家，而且他花了許多時間去視察各種工業企業，並研究這些企業所采用的技術。

契貝謝夫精通調整器製造業的實際要求，同時對等週調整器的問題作了理論的研究並很好的解決了它，這是不足為奇的。契貝謝夫有把在技術和機械製造領域內的理論探討進行到底、直到獲得實際結果為止的正確習慣，他根據自己的理論研究作出一個等週調整器的模型，可惜得很，它並沒有保留下來。應當指出，自從維什涅格拉斯基的理論著作問世以後，它已斷定無差率（等週的）調整器在蒸汽機的直接調整系統中是不穩定的，於是很自然他們就認為契貝謝夫的調整器理論的研究是沒有任何的实际意義的，他的著作也就被遺忘了。只有在我們的時代里，由於現代化技術的調整對象具有很大的正自均衡特性和間接調整系統的發展，故П.Л. 契貝謝夫的卓越成果自然又重新被人注意，他的等週調整器又被人想起了。在具有自均衡特性的機器的現代化的直接和間接調整系統中，有充足的根據可以實際采用契貝謝夫的調整器。

繼契貝謝夫的著作發表以後，在1873年又同時用俄文、德文

和法文發表了 И.А. 維什涅格拉斯基的著作“論直接動作的調整器”。可以毫不誇張地說：自從維什涅格拉斯基的著作出版以後，在和調整器製造業有關的廣闊的工程界內，它立刻被公認為奠定了現代的綫性調整理論的基本方向。維什涅格拉斯基最先研究了機器的直接調整的穩定性的工程問題，他導出了所需的方程式並提出了有實用價值的建議，因此就奠定了分析自動調整系統的穩定性的所有現代化的工程方法的基础。他的定理就是：在調整對象沒有自均衡特性的直接調整系統中，無差率調整器是不穩定的，沒有緩沖器的調整器也是不穩定的。這個定理是所有現代研究自動調整系統的結構穩定性的基础^①。維什涅格拉斯基給出了第一個非週期穩定准則，並提出了第一個曲綫圖，把調整器參數的存在區域劃分為穩定區域和不穩定區域。維什涅格拉斯基的這種概念在以後的蘇聯學者的著作^②中得到了繼續的發展。但是維什涅格拉斯基的創造活動還遠遠不止於給綫性自動調整系統的全部現代化的穩定性理論打下巩固的基础。А.А. 安德羅諾夫(А.А. Андронов)在1948年注意到一本不甚被人注意的德文版的維什涅格拉斯基著作，其中的 14 奠定了調整過程的品質分析的基础——由於現在有品質優良和快速動作的隨動系統和自動控制系統的出現，它已成為一個非常重要而又現實的問題。

因此，在這個領域內，И.А. 維什涅格拉斯基在當時已超越到實際問題的前面，他給出了直接調整系統在沖擊負載下過渡過程

① 參閱 Айзерман М. А., О некоторых структурных условиях устойчивости систем автоматического регулирования. Автоматика и Телемеханика. № 2, 1948.

② Михайлов А. В., Критерий аperiodичности авторегулируемых систем. Автоматика и телемеханика, № 1, 1941.

Мееров М. В., Критерий аperiodичности регулирования, Изв. ОТН АН СССР, № 12, 1945.

Неймарк Ю. И., Устойчивость линеаризованных систем, Изд. ЛКВИА, 1949.

的單調性的條件，這個條件對於現代化技術^①的許多調整對象也是很重要的。

A.M. 利亞普諾夫 (Ляпунов) 在運動的穩定性方面的天才研究^② 對於現代的調整理論的發展具有非常重大的意義。A.M. 利亞普諾夫在其研究中提出了一個有嚴格根據的方法，這個方法現在在綫性調整理論中被廣泛地採用。利亞普諾夫的概念和方法對發展現代非綫性調整理論的作用也是非常巨大的。由於蘇聯研究學派的工作，他的方法在非綫性調整理論中獲得廣泛地應用^③。

談到調整理論的發展問題，必需介紹一下天才的俄羅斯機械師 Н.Е. 茹可夫斯基 (Жуковский) 的名字。他於 1908—1909 年在莫斯科高等技術學校^④ 開出第一門有系統的課程：“機器的調整過程的理論”，在 Н.Е. 茹可夫斯基的講座中，除了有系統地敘述一系列新式調整器的直接調整的經典理論外，其中還介紹了考慮摩擦的非綫性調整理論。

契貝謝夫，維什涅格拉斯基，茹可夫斯基的工作結束了調整理論的發展的第一個經典階段，他們的工作是建立在機器製造基礎上，且是以機器調整技術的實際要求為出發點的。

當調整理論繼續發展時，機器製造業的實際問題（調整理論即在此基礎上發展起來的）逐漸退居到第二位，而調整理論開始其蓬

① 參閱 Андронов А. А. и Вознесенский И. Н., О работах Д. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и А. Стодоль в области теории регулирования машин. Сб. «Теория автоматического регулирования», Изд. АН СССР, 1949.

② Ляпунов А. М., Общая задача об устойчивости движения, Гостехиздат, 1950.

③ 參閱 Лурье А. И., Некоторые нелинейные задачи теории регулирования, Гостехиздат, 1951.

Баутин Н. Н., Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости, Гостехиздат, 1949.

Айзерман М. А., О сходимости процесса регулирования после больших начальных отклонений, Автоматика и телемеханика, № 2-3, 1946.

④ Жуковский Н. Е., Теория регулирования хода машин, Собрание сочинений, т. III, Гостехиздат, 1949.

勃的發展，這首先是由于在設計電氣的、電子離子的、遙控的和繼電器自動調整和自動控制的線路和系統時所發生的實際要求，這些系統應用在各種現代化的技術領域里，既為某些單獨的調整對象服務，也為複雜的工業的工藝過程服務。

現代自動調整的綫性理論基礎是蘇聯學者 А.В. 米哈伊洛夫 (Михайлов) 在 1938 年奠定的^①。他所提出的新的穩定準則是以研究自動調整系統的頻率特性為基礎的，這個準則代表一個新的概念，而此概念現在是這個領域內許多富有成效的著作的基礎。在 В.В. 索魯多夫尼可夫，М.В. 麥耶洛夫 (Мееров) 和 Я.З. 崔普金 (Цыпкин) 的著作中，頻率法得到了繼續的發展^②，特別是在研究綫性系統的調整過程的品質的評定問題時更是這樣。

在研究現代的電氣和電子的調整系統和控制系統時，А.В. 米哈伊洛夫的概念得到了廣泛地推廣和應用，但可惜得很，在研究機器製造技術的現代調整對象的許多調整系統時，它還沒有得到適當的應用。

在 А.А. 安德羅諾夫及其學生 Н.М. 克雷洛夫 (Крылов) 和 Н.Н. 博戈柳波夫 (Боголюбов)、Б.В. 布尔加可夫 (Булгаков)、А.И. 魯利耶、М.А. 艾澤爾曼，Л.С. 古利德法爾布 (Гольдфарб) 及其他等人的研究中，解決現代調整理論的非綫性問題的方法獲得了重大的發展並得到了實際的應用。Н.И. 泛茲奈先斯基研究了自守調整理論 (автономное регулирование)，這個理論現在在計算各種複雜的耦合調整系統時被廣泛地應用。在 Я.З. 崔普金的研究中，繼續調整理論和脈沖回路的研究與計算的一般方法都得到了很大的發展。在探討具有分佈參數的調整系統的研究方法中得到了一系列新的重要調整器 (見 А.А. 索科洛夫，Ю.И. 奈伊馬爾克，Я.З. 崔普金及其他的研究)。蘇聯研究學派發展了 А.М. 利亞普諾夫，И.А. 維什涅格拉斯基，Н.Е. 茹可夫斯基等的經典研究並增添了新

① Михайлов А. В. Метод гармонического анализа в теории регулирования. Автоматика и телемеханика, № 3, 1938.

② 參看本書第十五章。

的內容，他們在這方面取得了非常的成就，這就使我們的國家在研究現代的綫性和非綫性調整理論的新方法上居于第一位。

黨和政府對於機器製造的自動化問題給予了充分的注意。在1946—1950年的恢復和發展蘇聯國民經濟的五年計劃中，規定大力發展機器製造領域的自動化。特別是規定廣泛地採用自動化電力拖動，推廣自動綫，自動化機組，自動機及其他新的技術。在第十九次黨代表大會關於發展蘇聯第五個五年計劃的指示草案中也規定大力發展冶金、采礦、輕工業、食品及其他各部門工業的自動化和機械化。同時對於生產工藝過程的自動控制所用的儀表亦規定大力地擴大生產。

在現在，生產活塞式汽車發動機的自動化工厂是全部生產工藝過程完全自動化的一个卓越的例子，建立這個工厂的創始人獲得了斯大林獎金。

這種能够使生產工藝過程完全自動化的自動化工厂是一種新的技術，是共產主義社會的技術。毫無疑問，自動化的工厂、機器和機床代表一種技術基礎，它能够消滅體力勞動和智力勞動間的重大差別。在解決這個重要的問題時，蘇聯自動調整理論學派的理論成就并不居于次要的地位。

第一章 机器的自动调整系统

§ 1. 基本概念和定义 在开始研究机器的调整问题时，最好在机器底主軸的角速调整中取一些实际的例子来阐明。我們現在来詳細地討論一下机器在外力作用下的运动，这些力就是：發动力 (движущие силы)，有用阻力 (силы полезных сопротивлений)，結構阻力 (силы вредных сопротивлений) 和重力 (силы тяжести)。

發动力是帶动机器运动的力，它在一定時間內所作的功是正的。在發动力的作用下，机器的主导环节將力图以正的加速度而运动着。

有用阻力是这样的一种阻力：机器是用来克服这个阻力而做功的。

結構阻力包括摩擦力、介質阻力和机器的各环节在相对运动中所产生的其他类似的力。

有用阻力和結構阻力在一定的時間內所作的功是負的。至于重力所作的功是：当环节的重心下降时它是正的，而当它的重心上昇时則是負的。

如果机器的所有环节，在每經一定的时间后，它們都同时回到某种原有的位置，那末这种运动就称为周期性运动。显然的，在这一段時間內，重力移动所作的功是等于零的，并且在这种情况下，动能的方程式应为：

$$\sum_{1}^n \frac{m_k v_{2k}^2}{2} - \sum_{1}^n \frac{m_k v_{1k}^2}{2} = A_d - A_{pc} - A_{ac},$$

其中 A_d 是發动力所作的功， A_{pc} 是有用阻力所作的功， A_{ac} 是結構阻力所作的功。式中的总和符号表示將質量为 m_k 的所有各点的动能都加起来，其速度在所考虑的一段時間內从 v_{1k} 变化

到 v_2 。

令

$$E_2 = \sum_1^n \frac{m_i v_{2i}^2}{2}, \quad E_1 = \sum_1^n \frac{m_i v_{1i}^2}{2}, \quad A_{\pi c} + A_{\sigma c} = A_c,$$

則机器运动的基本方程式便可写为

$$E_2 - E_1 = A_{\pi} - A_{\sigma} = \Delta A, \quad (1-1)$$

其中 ΔA ——剩余的功。

如果 $A_{\pi} > A_{\sigma}$ ，那么就 $E_2 > E_1$ ；由于剩余的功是正的，所以机器的动能便开始增加。机器上各点的速度也跟它一起开始增加。机器的这种运动形式叫做加速或起动。当主导环节的各点的速度达到了某一平均值时（这个平均值是由机器所完成的技术生产过程所决定的），机器的加速就应当停止。如果 $A_{\pi} < A_{\sigma}$ ，则 $E_2 < E_1$ ；于是机器各环节的速度将减少，一直到它停止下来为止。如 $A_{\pi} \equiv A_{\sigma}$ ，亦即 $E_2 \equiv E_1$ ，于是机器各环节的速度便保持不变；机器的这种运动情况叫做平衡的稳定运动。設每經過一定的、近似相等的一段时间（相当于机器的所有环节都回到其原有位置的时间）后 A_{π} 就等于 A_{σ} ，那么在經過这同一段时间必 $E_2 = E_1$ ，并且机器的所有各点的速度也都將具有其原有的不变的数值。机器的这种运动情况，叫做周期性的稳定运动。机器的各环节返回到原有的位置且具有原有的速度所需之时间称为它的稳定运动的周期。对于多数的机器来说，运动的周期是用主軸每轉一周所需的时间来計算的。当机器作稳定运动时就其运动的一个周期說，根据 (1-1) 式得：

$$E_2 - E_1 = A_{\pi} - A_{\sigma} = \Delta A = 0. \quad (1-2)$$

在机器稳定运动的周期内，机器主軸的角速度可能会摆动（即不能保持定值）的，这种摆动可用飞輪来限制，他的質量系根据主軸旋轉时所允許的不均衡度来选择的。但是任何有限的飞輪質量，在負載發生变化时，都不能保証机器的稳定运动；在那个运动周期内 $A_{\pi} - A_{\sigma} = \Delta A \neq 0$ ，所以机器的运动不是稳定的。假設由