

经典教材辅导用书



新编工程电磁场题解

《工程电磁场导论》(冯慈璋 马西奎 主编) 学习指导
思考题、习题选解 补充题解答

张文灿 陈崇源 编



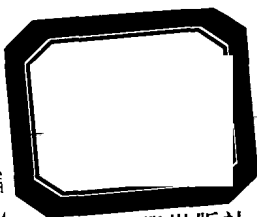
华中科技大学出版社

新编工程电磁场题解

张文灿 陈崇源

华中科技大学出版社

图1



新编

张 文 灿 陈 崇 源

武汉:华中科技大学出版社, 2003年5月

ISBN 7-5609-2917-6

I. 新...

II. ①张... ②陈...

III. 电磁场-高等学校-题解

IV. O441.4-44

新编工程电磁场题解

张文灿 陈崇源

责任编辑:郑兆昭

封面设计:潘 群

责任校对:蔡晓萌

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华中科技大学出版社照排室

印 刷:华中科技大学出版社沔阳印刷厂

开本:850×1168 1/32

印张:14.875

字数:360 000

版次:2003年5月第1版

印次:2003年5月第1次印刷

印数:1—5 000

ISBN 7-5609-2917-6/O·278

定价:18.00元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书是与高等教育出版社出版的面向 21 世纪课程教材《工程电磁场导论》相配套使用的辅助教学用书。本书对《工程电磁场导论》中的每节后的习题,每章后的总习题以及思考题,无一遗漏地作了较为详细的解答。考虑到通信专业的需要,在每章后边增加了一些波的补充题。

本书的出版,对使用《工程电磁场导论》以及其他同类教材的教师和学生都将起辅导参考的作用。本书可作为电类各专业和自动化类各专业以及电大、夜大、函授类大学生学习电磁场理论的参考用书。

前 言

电磁场理论是电类专业的一门重要的技术基础课,但又是一门难教难学难用的课程,为了使学生能理论联系实际,学以致用,我们编写了这本辅助教学用书。

本书对《工程电磁场导论》教材中的每一节后的习题和每一章后的总习题以及思考题都全面地给出了较详细的解答。在编写过程中,我们参阅了不少参考资料(其中也包括西安交通大学的参考资料),花费了不少精力,对每道题目都力求精心分析,对教材中个别疏漏之处,也作了更正。我们知道,很多习题特别是思考题,往往有不同的解答方法,基本上,我们只给出了一种方法,学习者可举一反三,尝试用不同的方法解题,借以提高自己解决问题和分析问题的能力。每章后的补充题有一定难度,仅供学习者参考。

本书的编写分工为:第一、二、三、七章由陈崇源编写;第四、五、六、八章和各章补充题由张文灿编写。张文灿统稿并校订全书。

由于时间仓促,再加上我们水平和能力有限,虽然作了一定努力,但缺点甚至错误恐仍难以避免。切望广大读者能给予批评和指正。

编 者

2003年2月

目 录

第一章 静电场	(1)
一、基本内容	(1)
二、习题及思考题解答	(11)
习题(1-1)	(11)
习题(1-2)	(13)
习题(1-3)	(15)
习题(1-4)	(16)
习题(1-5)	(19)
习题(1-6)	(24)
习题(1-7)	(28)
习题(1-8)	(32)
习题(1-9)	(35)
思考题	(41)
总习题	(56)
三、补充题	(79)
第二章 恒定电场	(88)
一、基本内容	(88)
二、习题及思考题解答	(92)
习题(2-1)	(92)
习题(2-3)	(93)
习题(2-4)	(94)
习题(2-5)	(96)
思考题	(97)

总习题	(100)
三、补充题	(112)
第三章 恒定磁场	(119)
一、基本内容	(119)
二、习题及思考题解答	(130)
习题(3-1)	(130)
习题(3-2)	(135)
习题(3-3)	(136)
习题(3-4)	(138)
习题(3-5)	(140)
习题(3-6)	(142)
习题(3-7)	(143)
习题(3-8)	(145)
习题(3-9)	(147)
思考题	(149)
总习题	(155)
三、补充题	(178)
第四章 时变电磁场	(186)
一、基本内容	(186)
二、习题及思考题解答	(192)
习题(4-1)	(192)
习题(4-2)	(193)
习题(4-3)	(196)
习题(4-4)	(197)
习题(4-5)	(198)
习题(4-6)	(200)
思考题	(201)
总习题	(219)

三、补充题	(234)
第五章 准静态电磁场	(242)
一、基本内容	(242)
二、习题及思考题解答	(246)
习题(5-1)	(246)
习题(5-2)	(248)
习题(5-3)	(250)
习题(5-4)	(255)
习题(5-5)	(256)
习题(5-6)	(259)
习题(5-7)	(261)
思考题	(265)
总习题	(271)
三、补充题	(289)
第六章 平面电磁波的传播	(298)
一、基本内容	(298)
二、习题及思考题解答	(304)
习题(6-1)	(304)
习题(6-2)	(305)
习题(6-3)	(308)
习题(6-4)	(311)
习题(6-5)	(312)
习题(6-6)	(316)
思考题	(319)
总习题	(328)
三、补充题	(359)
第七章 均匀传输线中的导行电磁波	(371)
一、基本内容	(371)
二、习题及思考题解答	(378)

习题(7-1)	(378)
习题(7-2)	(380)
习题(7-3)	(383)
习题(7-4)	(385)
习题(7-5)	(387)
习题(7-6)	(389)
思考题	(392)
总习题	(403)
三、补充题	(425)
第八章 波导与谐振腔	(436)
一、基本内容	(436)
二、习题及思考题解答	(441)
习题(8-1)	(441)
习题(8-2)	(442)
习题(8-3)	(444)
习题(8-4)	(445)
思考题	(446)
总习题	(448)
三、补充题	(457)

第一章 静 电 场

一、基本内容

1. 真空中的库仑定律

库仑定律是表述静电场客观规律的一个实验定律:

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e_{21}}{R^2}, \quad F_{21} = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e_{12}}{R^2}$$

式中 R 为点电荷 q_1 与 q_2 之间的距离。 F_{12} 是点电荷 q_2 对点电荷 q_1 的作用力, e_{21} 是由点电荷 q_2 指向点电荷 q_1 的单位矢量; F_{21} 是点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力, e_{12} 是由点电荷 q_1 指向点电荷 q_2 的单位矢量。力的单位是 N(牛)。 ϵ_0 为真空中的介电常数, 其值为 $10^{-9}/(36\pi) \approx 8.85 \times 10^{-12}$, 单位是 F/m(法/米)。电荷 q 的单位是 C(库)。

2. 真空中点电荷的电场强度

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

式中 r 为“源点”至“场点”的距离。 e_r 为“源点”指向“场点”的单位矢量, 电场强度 E 的单位是 V/m(伏/米)。

3. 真空中电场强度的叠加原理

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k^2} e_{R_k}, \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(r)}{R^2} e_R dV$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(r)}{R^2} e_R dS, \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau(r)}{R^2} e_R dl$$

式中 $\rho(r)$ 、 $\sigma(r)$ 、 $\tau(r)$ 分别为电荷体密度、电荷面密度、电荷线密度, 单位分别为 C/m^3 (库/米³)、 C/m^2 (库/米²)、 C/m (库/米); R_k

及 R 分别为点电荷或微分元电荷的“源点”至“场点”的距离; e_R 为“源点”指向“场点”的单位矢量。

4. 电位及电位梯度

$$\varphi = \int_P^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi$$

电位是描述电荷在静电场中移动时, 电场力做功的物理量。由于在静电场中, 电场力移动正电荷做功与移动的路径无关, 而只与移动电荷的起点和终点的位置有关, 因此可引出电位 φ 这个物理量, 而电场强度 $\mathbf{E}$ 为电位 φ 的负梯度。电位 φ 的单位是 V(伏), P 为静电场中的某一点, ∞ 为参考点。对于有限电荷所建立的静电场, 一般选取 ∞ 为参考点。

对于不同的坐标系, 梯度的数学式如下

$$\text{直角坐标} \quad \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}e_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}e_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}e_z$$

$$\text{圆柱坐标} \quad \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\rho}e_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}e_\phi + \frac{\partial\varphi}{\partial z}e_z$$

$$\text{圆球坐标} \quad \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial r}e_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}e_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}e_\phi$$

5. 真空中电偶极子的电位及电场强度

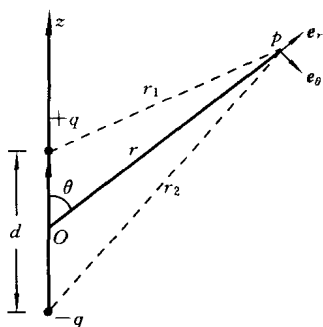


图 1-1 电偶极子

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_r}{r^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} (2\cos\theta e_r + \sin\theta e_\theta)$$

式中 $\mathbf{p} = qd\mathbf{e}_d$, $\mathbf{e}_d$ 为负电荷指向正电荷的单位矢量; r 为“场点” P 至电偶极子的“源点” O 的距离, “源点” O 为正、负电荷连线的中点, 并作为圆球坐标的坐标原点; $\mathbf{e}_r$ 为“源点” O 至“场点” P 的单位矢量; θ 为 $\mathbf{e}_r$ 与 $\mathbf{e}_d$ 的夹角; $\mathbf{e}_\theta$ 为圆球坐标中 θ 坐标的单位矢量(见图 1-1)。

6. 真空中电位的叠加原理

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(r)}{R} dV$$
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(r)}{R} dS, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau(r)}{R} dl$$

7. 电力线方程

直角坐标 $\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$

圆柱坐标 $\frac{d\rho}{E_\rho} = \frac{\rho d\phi}{E_\phi} = \frac{dz}{E_z}$

圆球坐标 $\frac{dr}{E_r} = \frac{r d\theta}{E_\theta} = \frac{r \sin\theta d\phi}{E_\phi}$

8. 等位面方程

直角坐标 $\varphi(x, y, z) = C$

圆柱坐标 $\varphi(\rho, \phi, z) = C$

圆球坐标 $\varphi(r, \theta, \phi) = C$

9. 静电场中的导体及电介质

在静电场中,金属导体是良导体,导体内的电场强度 $E=0$,整个金属导体为等位体,导体表面是等位面,在导体表面处的 E 线(电力线)与导体表面垂直,若金属导体带电,则电荷只能分布于其表面。

电介质在静电场中受到外加电场的作用时要产生极化,电介质分子中的正、负电荷将会有微小的移动,从而形成电偶极子。电介质在静电场中的极化可用极化强度矢量 P 来描述,实验表明,极化强度矢量 P 与电场强度 E 成正比, $P = x\epsilon_0 E$ 。需要说明的是,这里的电场强度 E 是外加电场与电介质被极化后的电偶极子所产生的电场共同合成的电场强度。

运用场论分析可知,极化电荷体密度 ρ_p 及极化电荷面密度 σ_p 分别为

$$\rho_p = -\nabla \cdot P, \quad \sigma_p = P \cdot e_n$$

式中 n 为介质面的外法线方向。这样,考虑电介质的极化时,可引入新的物理量——电位移 D 。

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0(1 + x)E = \epsilon E, \quad \epsilon = (1 + x)\epsilon_0 = \epsilon_r \epsilon_0$$

式中 ϵ 称为电介质的介电常数; $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ 是无量纲的常数,称为相对介电常数。介电常数 ϵ 的量纲是 F/m 。这样,电介质对静电场的影响或者说是作用,可以用电介质的介电常数 ϵ 来表述。

前面关于真空中的静电场的基本定律和公式在电介质中仍然适用,只须将真空的介电常数 ϵ_0 换为相应电介质的介电常数 ϵ 就可以了,事实上在真空及在电介质中,静电场的基本规律和公式是一致的。

10. 静电场的基本定律

$$\text{高斯定律} \quad \oint_S D \cdot dS = \int_V \rho dV, \quad \nabla \cdot D = \rho$$

$$\text{能量守恒定律} \quad \oint_l E \cdot dl = 0, \quad \nabla \times E = 0$$

媒质性能方程:在电介质中 $D = \epsilon E$;在金属导体中 $E = 0$ 。

高斯定律与库仑定律是等价的。事实上高斯定律可以由库仑定律推导出来,因此也称它为高斯定理,这个定律或定理体现了静电场中的电荷不灭,即物质不灭这一普遍真理。

能量守恒定律在静电场中体现为 E 沿闭合路径积分为零,或 E 的旋度为零,这个定律的正确性并不依赖于库仑定律,可以直接用能量守恒的观点推导出来。

正是由于静电场的这两个特性,所以人们又常称静电场为有源无旋场,即静电场是有电荷的源头的,而静电场的电场强度 E 的旋度为零。

媒质性能方程取决于各媒质本质的属性,大多数电介质的介电常数 ϵ 在一定的电场强度下为常数,若电介质中的电场强度超过其极限电场强度,则电介质将被击穿而遭到损坏。

在媒质性能方程中 D 称为电通[量]密度,也称电位移,单位是 C/m^2 (库/米²)。

11. 静电场分界面上的衔接条件及折射定律

若分界面处没有自由面电荷, 则

$$E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2, \quad D_1 \cos \alpha_1 = D_2 \cos \alpha_2$$

即

$$E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2, \quad \epsilon_1 E_1 \cos \alpha_1 = \epsilon_2 E_2 \cos \alpha_2$$

$$\tan \alpha_1 / \tan \alpha_2 = \epsilon_1 / \epsilon_2$$

如图 1-2 所示。

若分界面处存在有自由电荷面密度 σ , 则

$$E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2$$

$$\epsilon_2 E_2 \cos \alpha_2 - \epsilon_1 E_1 \cos \alpha_1 = \sigma$$

若分界面一侧是电介质, 另一侧是金属导体, 例如, 2 侧是电介质, 1 侧是金属导体, 分界面是等位面, $E_1 = 0, D_2 = \sigma$, 即 $E_2 = \sigma / \epsilon_2$ 。

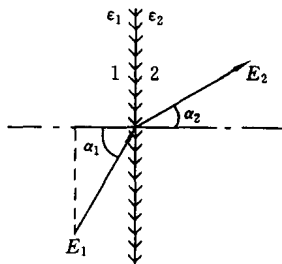


图 1-2 电介质分界面
两侧的电场

12. 静电场的泊松方程和拉普拉斯方程及边值问题

在有电荷分布的区域为泊松方程 $\nabla^2 \varphi = \rho$

在无电荷分布的区域为拉普拉斯方程 $\nabla^2 \varphi = 0$

$$\text{直角坐标系} \quad \nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

$$\text{圆柱坐标系} \quad \nabla^2 \varphi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

$$\text{圆球坐标系} \quad \nabla^2 \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2}$$

第一类边值问题, 即给定场域边界面 S 上各点的电位值 $\varphi|_S = f_1(S)$ 。

第二类边值问题, 即给定场域边界面 S 上各点的电位法向导

数值 $\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_S = f_2(S)$ 。

第三类边值问题,即给定场域边界面 S 上各点电位和电位法向导数的线性组合值 $(\varphi + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial n}) \Big|_S = f_3(S)$ 。

13. 静电场的唯一性定理

在静电场中凡满足电位微分方程和给定边界的解 φ , 是给定静电场的唯一解。

唯一性定理对于求解静电场具有十分重要的意义。一般来说, 静电场问题应通过求解满足边界条件的电位微分方程的解来求解, 但是根据解的唯一性定理, 对于某些特定状况的静电场可以用其他方法, 例如, 用镜像法、电轴法等来求解。只要求得的解满足电位的微分方程和所给定的边界条件就可以了。

14. 镜像法

(1) 平面镜像法

两接地导体平板互成 α 角, $\alpha = \pi/n$, 只要 n 为正整数, 就可以

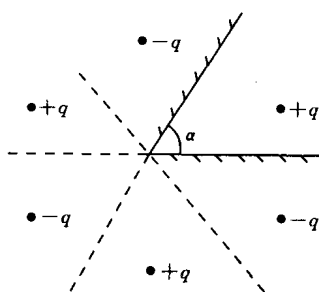


图 1-3 平面镜像

用镜像法求得介质区域中的电场。如图 1-3 所示, 点电荷 q 置于两接地导体平板之间, 两平板形成的二面角 $\alpha = \pi/3 (n=3)$, 则在该二面角的空间内的静电场, 可归结为由六个点电荷所产生的静电场。若 $\alpha = \pi (n=1)$, 即点电荷 q 置于平板上方, 则成为点电荷 q 和 $-q$ 所产生的静电场。

图 1-4(a) 所示的电介质分界面, 对于 ϵ_1 及 ϵ_2 的场域的静电场, 可分别用图 1-4(b) 及图 1-4(c) 所示的静电场来进行计算。

(2) 球面镜像法

半径为 a 的接地导体球附近 d 处放一点电荷 q , 则镜像电荷 q' 及其所在位置 b (图 1-5) 分别为

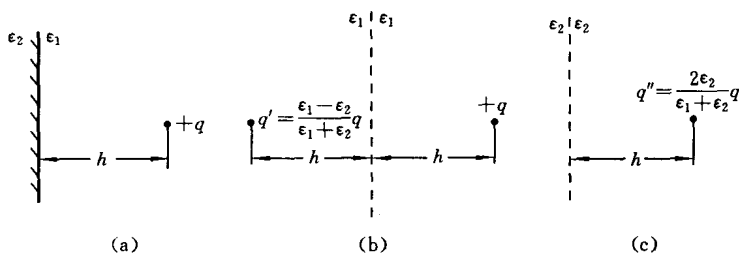


图 1-4 电介质分界面的镜像

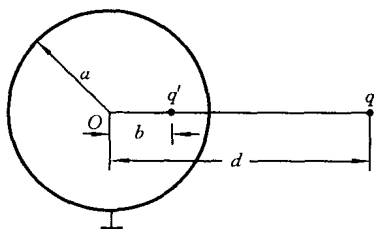


图 1-5 球面镜像法

$$q' = -aq/d, \quad b = a^2/d$$

若导体不接地, 则应在球心处再放置 $-q'$ 电荷, 球外的静电场相当于这三个点电荷共同产生的电场。

15. 电轴法(柱面镜像法)

两长直平行带电圆柱导体间的静电场, 可以设想将两圆柱导体撤去, 用线电荷密度分别为 $+\tau$ 和 $-\tau$ 的两根长直平行的细导线代替圆柱导体所产生的静电场如图 1-6 所示。图中

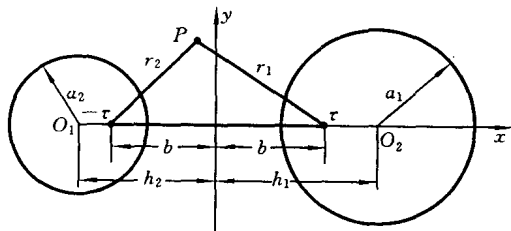


图 1-6 电轴法(柱面镜像法)

$$d = h_1 + h_2$$

$$h_1 = (d^2 + a_1^2 - a_2^2)/(2d), \quad h_2 = (d^2 + a_2^2 - a_1^2)/(2d)$$

$$b = \sqrt{h_1^2 - a_1^2} = \sqrt{h_2^2 - a_2^2}, \quad \varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

16. 分离变量法

(1) 二维直角坐标中拉普拉斯方程的分离变量法

设电位分布只是 x 和 y 的函数, 沿 z 方向没有变化(平行平面场), 则拉普拉斯方程的解为

$$\varphi(x, y) = (A_0x + B_0)(C_0y + D_0) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} K_n x + B_n \operatorname{sh} K_n x) \cdot (C_n \cos K_n y + D_n \sin K_n y)$$

或

$$\varphi(x, y) = (A_0x + B_0)(C_0y + D_0) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos K_n x + B_n \sin K_n x) (C_n \operatorname{ch} K_n y + D_n \operatorname{sh} K_n y)$$

究竟选用哪一个式子及式中各常数的确定, 要由所给定问题的边界条件而定。

(2) 二维圆柱坐标中拉普拉斯方程的分离变量法

设电位分布只是 ρ 和 β 的函数, 沿 z 方向没有变化(平行平面场), 则拉普拉斯方程的解为

$$\varphi(\rho, \beta) = (A_0 \ln \rho + B_0)(C_0 \beta + D_0) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \rho^n + B_n \rho^{-n}) (C_n \cos n\beta + D_n \sin n\beta)$$

式中各常数由具体问题给定的边界条件确定。

17. 有限差分法

(1) 二维拉普拉斯方程的差分格式

如图 1-7、图 1-8 所示。

域内: $4\varphi_{0,0} = \varphi_{0,1} + \varphi_{0,-1} + \varphi_{1,0} + \varphi_{-1,0}$

$$\text{边界上: } \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \varphi_{0,0} = \frac{\varphi_{1,0}}{q(1+q)} + \frac{\varphi_{0,1}}{p(1+p)} + \frac{\varphi_{-1,0}}{q(1+q)}$$