

化工机械工程 手册

余国琮 主编

上卷



化学工业出版社

化工机械工程手册

上 卷

余国琮 主编

化学工业出版社
·北京·

(京)新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

化工机械工程手册. 上卷/余国琮主编. —北京: 化学工业出版社, 2002.12
ISBN 7-5025-4092-X

I. 化… II. 余… III. 化工机械-机械工程-技术手册 IV. TQ05-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 069919 号

化工机械工程手册

上 卷

余国琮 主编

责任编辑: 郭长生 张红兵 周国庆 李玉晖

责任校对: 陈 静

封面设计: 蒋艳君

*

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话: (010) 64982530

<http://www.cip.con.cn>

*

新华书店北京发行所经销

北京市燕山印刷厂印刷

三河市前程装订厂装订

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 94¼ 字数 3234 千字

2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-4092-X/TQ·1611

定 价: 186.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

《化工机械工程手册》编辑委员会

名誉主任	成思危	原化工部副部长	教授级高级工程师
顾问	璩定一	华东理工大学	教授
	时 钧	南京工业大学	教授 中国科学院院士
	汪家鼎	清华大学	教授 中国科学院院士
主任委员	余国琮	天津大学	教授 中国科学院院士
委 员	(以汉语拼音为序)		
	陈匡民	四川大学	教授
	戴树和	南京工业大学	教授
	邓 忠	原化工部化工机械研究院	教授级高级工程师
	樊丽秋	北京化工大学	教授
	俸培宗	化学工业出版社	社长 编审
	何升韬	原机械工业部行业发展司	教授级高级工程师
	贺匡国	大连理工大学	教授
	洪德晓	全国化工设备设计中心站	教授级高级工程师
	刘振东	原化工部生产协调司	教授级高级工程师
	路德扬	原中国化学工程总公司	高级工程师
	聂清德	天津大学	教授
	潘家楨	华东理工大学	教授
	钱颂文	华南理工大学	教授
	石 流	原化工部技术监督司	教授级高级工程师
	时铭显	中国石油大学	教授 中国工程院院士
	寿尔康	原中国化工装备总公司	教授级高级工程师
	孙腾良	原中国化工装备总公司	高级工程师
	汪希莹	浙江大学	教授
	王志文	华东理工大学	教授
	徐静安	上海化工研究院	院长 教授级高级工程师
	郁永章	西安交通大学	教授
	袁 纽	原化工部建设协调司	教授级高级工程师
	朱企新	天津大学	教授

化工机械工程手册

主 编

余国琮

主 稿 人 员

(以汉语拼音为序)

各部分主稿

戴树和 贺匡国 聂清德 潘家楨 汪希萱 朱企新

各篇主稿

曹桂馨 陈匡民 蒋静坪 蒋年禧 李宽宏 刘 丰
麦本熙 钱颂文 时铭显 寿尔康 童水光 汪大犖
王学松 王治方 王志文 吴德钧 徐静安 杨志才
郁永章 张光裕 赵忠祥 郑茂鼎 左 禹

审 稿 人 员

(以汉语拼音为序)

陈丙晨 陈匡民 陈之航 戴干策 戴树和 傅秦生
高正中 韩学铨 何升韬 贺匡国 洪德晓 黄 洁
姜培正 焦书科 李培宁 林孔元 林瑞泰 刘志刚
聂清德 潘永康 潘永密 沈曾民 石教英 时铭显
孙之郭 汪希萱 王静康 王世昌 王喜忠 王正欧
王志文 武冠英 熊有伦 徐静安 许定宇 薛问亚
于福家 余国琮 郁永章 袁 伟 赵宗艾 郑家龙
朱利民 左 禹

编写人员

(以汉语拼音为序)

蔡 娥	蔡纪宁	蔡仁良	曹桂馨	陈伯根	陈国桓
陈杭飞	陈加印	陈匡民	陈隆道	陈希铨	陈显瑞
陈玄德	崔巍山	戴季煌	戴树和	丁信伟	董宗玉
范德顺	方长青	方善如	丰镇平	冯立成	冯连勋
冯 霄	付建平	干爱华	顾芳珍	顾兆林	郭有仪
胡金榜	胡志伟	华永利	黄 思	黄文龙	黄雪坤
黄 钟	江 楠	蒋静坪	蒋年禧	黄金德	金 涛
金志强	康 勇	劳家仁	劳添长	黎廷新	李峻宇
李宽宏	李 明	李能宫	李勤凌	李尚仁	李斯特
李鑫纲	李 云	廖万彬	林建鸿	林渭勋	林友仰
林玉珍	刘 斌	刘 丰	刘芙蓉	刘小光	刘永忠
刘佑义	龙 红	芦秀海	马小明	马玉录	麦本熙
毛 羽	聂清德	潘家楨	齐连陞	钱惠林	钱颂文
任永祥	聂桑芝	邵国兴	沈 红	沈庆根	时铭显
史惠祥	史铁林	寿尔康	宋德秋	孙士乾	孙晓明
唐梦奇	陶志良	童水光	万平玉	汪大鞏	汪华林
汪希萱	王光耀	王普勋	王宽福	王淑兰	王秀云
王学松	王印培	王正东	王治方	王志文	魏 刚
吴德钧	吴小林	吴旨玉	夏祥华	夏兴祥	熊蓉春
徐效德	许劲晖	许鸣珂	许跃敏	轩建平	薛建设
闫康平	严大凡	杨卫民	杨友煦	杨志才	叶楚宝
尹谢平	应道宴	虞 军	郁永章	张伯良	张光裕
张 红	张劲军	张康达	张早校	赵宪忠	赵忠祥
赵宗艾	郑津洋	郑茂鼎	郑水英	郑卫京	朱企新
朱天霞	褚良银	宗润宽	邹伯敏	左 禹	

序

“化工机械”这一名词在我国是“化工设备与机器”的惯用简化代词，国外多称为“化学过程装备”(chemical process equipment)。故“化工机械”实质上是指包括化工设备与机器的“化工装备”。

“化工机械工程”(也可称为“化工装备工程”),属于工程学科,它的对象是化工及化工类型生产过程中的装备,学科内容主要是化工装备的工程总体设计、制造技术以及运行控制管理等。

化工机械工程和化学工程两个学科领域是相互依存与密切相关的。化学工程是将原料或化学半成品经过化学过程(包括生化过程)或物理过程以改变其组成、结构与性质而成为有用产品。而化工机械工程则是使化学工程通向实现生产产品的桥梁。随着近代科学与工程技术的发展,化学工程与化工机械工程已不仅只为化学工业服务,它们已渗透到诸如环境、生物、资源、能源、材料、信息等高新技术与新兴工业,已成为这些新科技以及现代化的石油、冶金、轻工、医药、食品等工业不可缺少的技术与装备。为了广义的表达化学工程及化工机械工程在各类生产过程中的适用性与广泛性,国内外亦有分别改称为过程工程(process engineering)及过程装备工程(process equipment engineering),但其学科内容实质仍如上所述。

1996年化学工业出版社出版的《化学工程手册》(第二版)序言中曾提及该手册“重点在于化工过程的基本理论及其应用,有关化工设备与机器的设计计算,化工出版社正在酝酿另外编写一部专用手册”,即当时已考虑到编写《化工机械工程手册》作为互相补充的姊妹手册。这一想法在征求意见时,得到化工机械学术界、工业界和高等学校“化工设备与机器”专业广大教师的热烈回应与积极支持,并希望本手册能全面涵盖本学科从基础到应用的全部内容,因此从1997年起开始本手册的筹备与编写工作。1998年教育部将“化工设备与机器”专业改为“过程装备与控制工程”,本手册随之亦作相应调整,加强了控制技术部分的内容,以便与专业教学配合,同时亦符合发展方向。

化工机械工程是建立在多学科交叉与多种技术集成的基础上。化工设备与机器(以下简称化工装备)的工程设计是以化工工艺的计算结果为依据。在工程设计中涉及到的强度计算、结构设计、流体输送与热力过程等方面,需要有固体力学、流体力学、工程热力学以及传热、传质的基础。由于化工装备所处理的都是化学物质,有时且在高压、高真空、高温、低温以及有强腐蚀介质等苛刻工况条件下进行操作,在选择材料时需要有充分的材料学知识。在具体进行各类化工装备的整体与部件结构设计时,还需要了解其操作原理,以沟通与协调工艺计算与工程设计的衔接,即还需具有化学工程中单元操作与反应工程的基本知识。化工装备的工程设计还包括运行中的检测仪表及自动控制技术,也需要有这方面足够的基础。在化工装备的制造中,有时要用到一些特殊的专门制造技术,如热套式、绕带式及多层包扎式的高压容器,有防腐蚀衬里或非金属的换热器、塔器、反应器、泵以及压缩机等。化工机械工程还包括在生产过程中化工装备的运行与控制管理。

基于上述考虑,本手册由六个部分组成:第一部分是化工机械工程理论基础,包括固体力

学和机器动力学、流体力学、工程热力学和传热、传质基础；第二部分是化工机械工程材料，包括金属、非金属材料、腐蚀及其防护技术；第三部分是压力容器和管道；包括容器及其附件的强度计算与结构设计，以及管道设计；第四部分是过程机器和设备，包括各类化工机器和设备的整体和部件的结构设计与相应计算，以及环保、生化新兴工业中的化工装备；第五部分是化工机械制造安装和管理，包括制造、安装、维修、故障诊断和失效分析等。第六部分是控制工程和计算机应用，包括电工电子基础、控制工程和计算机应用。每一部分中又分若干篇，每篇又分若干章。由于本手册篇幅较大，分上、中、下三卷出版。

本手册的每一部分均请有关专家负责组稿与审定。各部分的负责人分别为：第一部分南京工业大学戴树和教授，第二部分华东理工大学潘家祯教授，第三部分大连理工大学贺匡国教授，第四部分天津大学聂清德教授和朱企新教授，第五、六部分浙江大学汪希萱教授。化学工业出版社郭长生和张红兵两位编审为本手册的责任编辑，在编辑本手册过程中做了大量的工作。

本手册的各篇、章均请高等学校、科研院所和产业部门专家撰写，总数达百余名；先后组织审稿会达六次之多，并随时调整框架，修改内容，以保证质量，力求能反映化工机械工程的学科体系。因此本手册是一部集体创作，也可以说是多年来我国在化工机械工程这一学科领域的教学、科研、设计和运行经验的结晶，体现了当代我国化工机械工程学科的水平。

随着新科技与新兴工业以及化学工程的发展，对化工机械工程将会不断提出新的要求，如特大型高参数装备、微型装备、大功率的高转速装备、多个过程合一的装备，装备的智能控制，以及从实验室结果直接模拟放大到生产装置而不需要经过中间试验等。因此化工机械工程要依靠相邻学科不断的加强本身的工程科学基础及新技术的研究以及其实际应用，促进化工装备的创新，使本学科继续向前发展。

《化工机械工程手册》在国内外均属首次编写，缺乏参考。故其框架内容可能仍有不妥之处，尚请有关专家、读者予以批评指正。

最后，作为主编，我对为编写本手册做出贡献的所有专家们表示衷心的感谢和敬意。

中国科学院院士 天津大学教授

余国琮

2002年10月

内 容 提 要

《化工机械工程手册》被新闻出版总署列为“九五”国家重点图书。由中国科学院院士余国琮教授主编，百余名化工机械专家参与编审工作，分上、中、下三卷出版。

《手册》按照化工机械工程学科体系和相关工程知识，设置内容框架。上卷为化工机械的理论基础，包括固体力学、机器动力学、流体力学、工程热力学等力学基础，传热、传质过程原理，以及结构材料，压力容器和管道等技术基础。中卷为化工过程机器和设备，包括泵、压缩机、工业汽轮机、换热设备、加热炉、精馏和吸收塔、萃取设备、干燥设备、结晶设备、膜器件、机械分离设备、粉碎机械、团聚造粒和分级设备、固体物料储仓和输送机械、搅拌和混合设备、反应器、制冷、低温设备和热泵、工业废物处理设备等。下卷为化工机械的工业务实和相关工程内容，包括化工机械制造安装和管理、控制工程和计算机应用等。

结构材料部分，从化工环境条件角度，叙述材料的变质、损坏、改进和防护方法以及选用，并总结了化工机械材料在工业实践中的应用经验。压力容器和管道部分，主要根据最新国家规范和工业实践，介绍筒形、球形和卧式容器的结构、应力分析计算和设计，以及管道及其组成件的布置和计算。化工过程机器和设备部分，重点阐述化工机器、设备的结构类型和零部件，以及设计计算等。化工机械制造安装和管理部分，叙述化工机械的制造、维修和安装技术特点和要点，并介绍现代设备可靠性分析、状态诊断和安全评定技术。控制工程和计算机应用部分，叙述过程控制的原理和计算机硬件、软件和语言知识，以及控制技术在化工机械运转连续化、自动化中的应用，以及计算机辅助设计、计算机辅助分析在化工机械设计、运转和控制中的应用。

《手册》采集了化工机械领域的全部专业知识，反映了化工机械科研、设计和运转的实践经验，立足学科，面向工程实际；取材力求反映近年来化工机械的新技术、新材料和新动向；在内容和编排上考虑了与姊妹篇《化学工程手册》的衔接和一致。

《手册》的读者对象为相当于大学和大学毕业水平的化工机械工作人员，兼适合于教学、科研、设计、生产和管理人员应用。

总 篇 目

(各篇目录详见该篇文前页)

上 卷

第 1 部分 理论基础

- | | |
|----------------|-------------|
| 第 1 篇 固体力学 | 第 4 篇 工程热力学 |
| 第 2 篇 振动和机器动力学 | 第 5 篇 传热和传质 |
| 第 3 篇 流体力学 | |

第 2 部分 化工机械材料

- | | |
|---------------------------|------------------|
| 第 6 篇 化工机械材料的性能特点 | 第 9 篇 化工机械用其他材料 |
| 第 7 篇 化工机械用金属材料 | 第 10 篇 化工机械防腐蚀技术 |
| 第 8 篇 化工机械用非金属材料 and 复合材料 | |

第 3 部分 压力容器和管道

- | | |
|-------------|----------------|
| 第 11 篇 压力容器 | 第 12 篇 管道及其组成件 |
|-------------|----------------|

中 卷

第 4 部分 化工过程机器和设备

- | | |
|------------------|--------------------|
| 第 13 篇 泵、真空泵 | 第 22 篇 机械分离设备 |
| 第 14 篇 压缩机和工业汽轮机 | 第 23 篇 粉碎机械 |
| 第 15 篇 换热设备 | 第 24 篇 团聚造粒和分级设备 |
| 第 16 篇 加热炉 | 第 25 篇 固体物料储仓和输送机械 |
| 第 17 篇 精馏和吸收塔 | 第 26 篇 搅拌和混合设备 |
| 第 18 篇 萃取设备 | 第 27 篇 反应器 |
| 第 19 篇 结晶设备 | 第 28 篇 制冷、低温设备和热泵 |
| 第 20 篇 干燥设备 | 第 29 篇 工业废物处理设备 |
| 第 21 篇 膜器件 | |

下 卷

第 5 部分 化工机械制造安装和管理

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 第 30 篇 化工机械制造和安装 | 第 33 篇 化工机械维修技术 |
| 第 31 篇 质量控制和检验 | 第 34 篇 可靠性分析 |
| 第 32 篇 状态监测和故障诊断技术 | 第 35 篇 失效分析和缺陷安全评定 |

第 6 部分 控制工程和计算机应用

- | | |
|----------------|--------------|
| 第 36 篇 电工、电子技术 | 第 38 篇 计算机应用 |
| 第 37 篇 控制工程 | |

索引

第1篇 固体力学

主稿 戴树和 南京工业大学 教授
编写 钱惠林 南京工业大学 教授
 黄文龙 南京工业大学 教授
审稿 贺匡国 大连理工大学 教授
 李培宁 华东理工大学 教授

第1章 弹性力学基础

1 空间问题	1-4
1.1 空间问题中的未知函数	1-4
1.2 空间问题的基本方程	1-4
1.2.1 空间问题的平衡方程	1-4
1.2.2 空间问题的几何方程	1-5
1.2.3 空间问题的物理方程	1-5
1.3 一点的应力状态	1-6
1.3.1 斜截面上的应力	1-6
1.3.2 主应力和应力张量不变量	1-6
1.4 一点的应变状态	1-7
1.4.1 斜方向的应变	1-7
1.4.2 主应变和应变张量不变量	1-7
1.5 空间问题的解法	1-8
1.6 空间轴对称问题	1-9
1.6.1 空间轴对称问题的平衡方程	1-9
1.6.2 空间轴对称问题的几何方程	1-9
1.6.3 空间轴对称问题的物理方程	1-10
1.6.4 按应力法求解空间轴对称问题	1-10
1.7 空间球对称问题	1-11
1.7.1 空间球对称问题的基本方程	1-11
1.7.2 按位移求解球对称问题	1-11
2 平面应力和平面应变问题	1-12
2.1 平面问题的基本方程	1-12
2.1.1 平面问题的平衡方程	1-12
2.1.2 平面问题的几何方程	1-13
2.1.3 平面问题的物理方程	1-13
2.1.4 平面问题的边界条件	1-13
2.2 平面问题的求解方法	1-13
2.2.1 按位移求解平面问题	1-13
2.2.2 按应力求解平面问题	1-13
2.3 平面轴对称问题解法举例	1-14
2.3.1 按应力法求解受均布内、外压力的厚壁圆筒	1-14
2.3.2 按位移法求解厚壁圆筒的热应力	1-15
2.4 用曲线坐标解平面问题	1-17
2.4.1 复变函数	1-17
2.4.2 用复变函数表示的应力函数	1-17
2.4.3 用复变函数表示的应力分量和位移分量	1-17
2.4.4 用复变函数表示的边界条件	1-18
2.4.5 曲线坐标中的应力分量和位移分量	1-18
2.4.6 用曲线坐标求解无限大板的椭圆开孔问题	1-19
3 薄板的弯曲问题	1-20
3.1 矩形薄板弯曲问题的基本方程	1-21
3.2 矩形薄板弯曲问题的边界条件	1-22
3.3 简支矩形板的纳维埃(Navier)解	1-23
3.4 矩形薄板的李维(M. Levy)解法	1-24
3.5 矩形薄板挠度和弯矩的简化计算	1-24
3.6 圆形薄板弯曲问题的基本方程	1-26
3.7 圆形薄板弯曲问题的边界条件	1-26
3.8 圆形薄板轴对称弯曲问题	1-26
3.8.1 基本方程	1-26
3.8.2 方程的通解	1-26
3.9 圆形薄板轴对称弯曲问题的解法	

举例	1-27
3.10 圆环形薄板轴对称弯曲问题的解 法举例	1-30
3.11 用叠加法求解环板的变形及应力	1-30
3.12 弹性地基上的圆薄板轴对称弯曲 问题	1-30
4 旋转薄壳的轴对称问题	1-33
4.1 旋转薄壳轴对称问题的基本方程	1-33
4.1.1 内力和应力的关系	1-33
4.1.2 平衡方程	1-34
4.1.3 几何方程	1-34
4.1.4 物理方程	1-36
4.2 旋转薄壳轴对称问题的无矩理论	1-36
4.2.1 计算举例	1-37
4.2.2 薄膜理论的适用条件	1-38
4.3 旋转薄壳轴对称问题的有矩理论	1-38
4.3.1 基本方程的综合	1-39
4.3.2 适用于边缘的近似解	1-39
4.3.3 边缘载荷 P_0 、 M_0 作用下圆柱壳的 弯曲解	1-41
4.3.4 边缘载荷 P_0 、 M_0 作用下球壳的弯 曲解	1-41
4.3.5 边缘载荷 P_0 、 M_0 作用下圆锥壳的 弯曲解	1-44
4.4 边缘力和边缘弯矩的计算	1-47
参考文献	1-47

第 2 章 塑性力学基础

1 塑性力学的任务和基本假设	1-47
1.1 材料的塑性性质	1-47
1.2 塑性力学的任务	1-48
1.3 塑性力学的基本假设	1-48
2 应力状态和应变状态	1-48
2.1 应力球张量和应力偏张量	1-48
2.2 应力偏量不变量	1-49
2.3 主剪应力、八面体上的应力和应力 强度	1-49
2.4 应变球张量和应变偏张量	1-50
2.5 应变率、应变增量、应变增量强度	1-50
3 屈服条件和屈服面	1-51
3.1 特雷斯卡 (Tresca) 屈服条件	1-51
3.2 米赛斯 (Mises) 屈服条件	1-52
4 加载条件、加载和卸载准则	1-52
4.1 加载条件	1-52
4.2 加载准则和卸载准则	1-53
5 塑性状态下的应力-应变关系	1-54
5.1 弹塑性小变形理论	1-54

5.1.1 简单加载定理	1-54
5.1.2 卸载定理	1-55
5.2 增量理论	1-55
5.2.1 刚塑性增量理论	1-55
5.2.2 弹塑性增量理论	1-55
5.2.3 塑性势理论	1-56
6 理想弹塑性厚壁圆筒的弹塑性分析	1-56
6.1 塑性区内的应力	1-57
6.2 弹性区的应力	1-57
7 弹塑性强化材料的受内压厚壁圆筒	1-59
8 结构的极限分析	1-59
8.1 静力可能的应力场和机动可能的位 移场	1-60
8.2 塑性极限定理	1-60
8.2.1 虚功原理、虚功率原理	1-60
8.2.2 最大塑性功原理	1-60
8.2.3 下限定理	1-61
8.2.4 上限定理	1-61
8.3 上下限定理的应用实例	1-61
9 理想弹塑性结构的安定性定理	1-62
9.1 实例	1-62
9.2 压力容器安定状态的应力许用值 上限	1-63
参考文献	1-63

第 3 章 断裂力学基础

1 线弹性断裂力学	1-63
1.1 裂纹尖端附近的应力场和位移场	1-63
1.1.1 裂纹的基本类型	1-63
1.1.2 裂纹尖端附近的应力场和位移场	1-64
1.1.3 用极坐标表示的裂纹尖端附近的应 力场	1-65
1.2 应力强度因子解	1-65
1.2.1 穿透裂纹板件的应力强度因子	1-65
1.2.2 三维裂纹问题的应力强度因子	1-69
1.2.3 应力强度因子的叠加方法	1-69
1.3 裂纹尖端塑性区及其对应力强度因子 K_I 的修正	1-72
1.3.1 塑性区形状和大小	1-73
1.3.2 应力强度因子 K_I 的塑性修正	1-74
1.4 能量释放率断裂理论	1-75
1.4.1 Griffith 脆断理论	1-75
1.4.2 Irwin-Orowan 理论	1-76
1.4.3 能量释放率 G	1-76
1.4.4 能量释放率与应力强度因子的关系	1-77
1.5 断裂判据	1-77
1.6 复合型裂纹的脆性断裂判据	1-77

1.6.1	复合型裂纹的脆性断裂理论与判据	1-77	3.2.1	标准试样	1-96
1.6.2	复合型裂纹的脆性断裂工程判据	1-79	3.2.2	试验设备和试验方法	1-97
2	弹塑性断裂力学	1-80	3.2.3	试验结果处理	1-97
2.1	裂纹张开位移 (COD)	1-80	3.3	临界J积分(J_{Ic})的测试	1-98
2.1.1	小范围屈服条件下的 COD	1-80	3.3.1	标准试样	1-98
2.1.2	D-B模型(带状屈服模型)的 COD	1-80	3.3.2	试验方法	1-99
2.1.3	全面屈服条件下的 COD	1-81	3.3.3	试验结果处理	1-99
2.2	J积分	1-82	4	疲劳裂纹扩展	1-101
2.2.1	J积分回路定义及其守恒性	1-82	4.1	疲劳裂纹扩展特性	1-101
2.2.2	J积分形变功率定义	1-83	4.2	疲劳裂纹扩展速率	1-102
2.3	线弹性状态下J积分和 K_{Ic} , G_I 的关系	1-83	4.3	疲劳裂纹扩展速率的影响因素	1-103
2.4	J积分和裂纹尖端应力应变场的关系(HRR理论)	1-83	4.3.1	平均应力的影响	1-103
2.5	J积分和 COD的关系	1-84	4.3.2	加载频率的影响	1-103
2.5.1	小范围屈服条件下J积分和 COD的关系	1-84	4.3.3	过载峰的影响	1-103
2.5.2	D-B模型条件下J积分和 COD的关系	1-84	4.3.4	其他影响因素	1-104
2.5.3	按HRR奇异场解导出的J积分和 COD的关系	1-85	4.4	裂纹体疲劳寿命估算	1-104
2.6	弹塑性启裂准则(J积分准则)	1-85	4.4.1	积分算法	1-104
2.7	J积分主导条件	1-86	4.4.2	逐个循环算法	1-105
2.8	J积分计算	1-86	4.5	疲劳裂纹扩展速率测定	1-106
2.8.1	弯曲试样J积分表达式	1-86	4.5.1	测试方法和原理	1-106
2.8.2	弹塑性J积分估算方法	1-87	4.5.2	试样尺寸与 ΔK_I 表达式	1-106
2.9	J控制裂纹扩展的条件与稳定性	1-91	4.5.3	测试数据处理	1-106
2.9.1	J控制裂纹扩展的条件	1-91	5	应力腐蚀开裂和腐蚀疲劳	1-107
2.9.2	J控制裂纹扩展的稳定性	1-92	5.1	应力腐蚀开裂	1-108
3	断裂韧度测试原理和方法	1-92	5.1.1	应力腐蚀开裂过程与 K_{Isc}	1-108
3.1	平面应变断裂韧度 K_{Ic} 的测试	1-92	5.1.2	应力腐蚀裂纹扩展速率与断裂时间	1-108
3.1.1	标准试样	1-93	5.1.3	K_{Isc} 和 da/dt 的测试	1-109
3.1.2	试验装置和试验方法	1-94	5.2	腐蚀疲劳	1-110
3.1.3	试验结果处理	1-95	5.2.1	腐蚀疲劳裂纹扩展类型	1-110
3.2	裂纹尖端临界张开位移 δ_c 的测试	1-95	5.2.2	腐蚀疲劳裂纹扩展速率的近似计算	1-111
			5.2.3	腐蚀疲劳裂纹扩展速率的影响因素	1-112
			参考文献	1-112	

第 1 章 弹性力学基础

弹性力学是固体力学的一个分枝,是分析板、壳、实体结构在弹性阶段的应力、应变和位移,校核其是否具有所需的强度和刚度的理论。对杆状构件作较精确分析也须应用弹性力学理论^①。

在现代压力容器和化工机器的设计中,弹性理论常被用来分析容器和机器部件的应力和应变,以判断这些应力或应变是否会造成容器和机器部件的失效(破坏)。

在弹性力学中,为使方程的求解成为可能,通常假设物体是均匀、连续和各向同性的理想弹性体,并假定物体的位移和应变是微小的^②。

1 空间问题

工程实际上遇到的弹性体都是空间物体。作用其上的外力一般也都是空间力系。因此,弹性力学问题均属空间问题或称三维问题。只有在特殊的情况下才可将空间问题简化为平面问题(详见第 2 节)。

本节将在直角坐标系 x, y, z (x_1, x_2, x_3) 中,讨论空间问题中的未知函数,基本方程的建立及其解法。

1.1 空间问题中的未知函数

弹性力学的空间问题中,共有以下 15 个未知函数。

① 三个位移分量 沿 x, y, z 方向依次为 u, v, w 。假设用 u_1, u_2, u_3 表示 u, v, w , 则可简写为 $u_i (i=1, 2, 3)$

② 六个应变分量 即正应变 $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$ 和剪应变 $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}, \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy}, \epsilon_{zx} = \epsilon_{xz}$ 。假设用 $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \epsilon_{12}, \epsilon_{23}, \epsilon_{31}$ 依次表示 $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$, 则可简写为

$$\epsilon_{ij} (i, j=1, 2, 3)$$

③ 六个应力分量 即正应力 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ 和剪应力 $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \sigma_{yz} = \sigma_{zy}, \sigma_{zx} = \sigma_{xz}$ 。或简写为 $\sigma_{ij} (i, j=1, 2, 3)$

实际工程问题中,根据实际需要,通常只需求得上述未知函数中的一部分。但从理论角度看,只有求得上述 15 个函数,问题才算获得彻底解决。

1.2 空间问题的基本方程

1.2.1 空间问题的平衡方程

图 1.1-1 表示在物体内任一点 P 截出的一个微

小平行六面体。因为应力分量是坐标的函数,因此,作用在这六面体的两对面上的应力分量具有微小的差量。根据平衡条件,可得到空间问题的平衡方程。

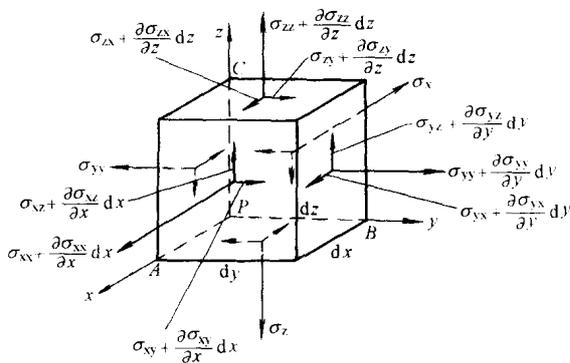


图 1.1-1 微元的平衡

例如由 $\sum F_x = 0$, 得

$$\left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \right) dy dz - \sigma_{xx} dy dz + \left(\sigma_{yx} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} dy \right) dz dx - \sigma_{yx} dz dx + \left(\sigma_{zx} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \sigma_{zx} dx dy + \bar{F}_x dx dy dz = 0$$

同理,由 $\sum F_y = 0$ 和 $\sum F_z = 0$ 可以列出另两个平衡方程。简化以后,即得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + \bar{F}_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \bar{F}_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \bar{F}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-1)$$

若将 x, y, z 分别用 x_1, x_2, x_3 表示,或简记为 $x_i (i=1, 2, 3)$ 。将 $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \dots$ 分别用 $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \dots$ 表示,则上式可简记为

$$\sigma_{ijj} + \bar{F}_i = 0 \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (1.1-2)$$

式中, σ_{ijj} 表示 σ_{ij} 对 x_j 的偏导数,亦即 $\sigma_{ijj} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$, $i, j=1, 2, 3$ 。这里采用了求和约定,即凡在同一项中重复的下标,即表示该下标从 1~3 求和,而把

① 较详细的说明可参见[1]第 1~3 页。

② 如欲进一步了解这些假定是否合理和必要,可查阅[1]第 8~10 页。

\sum_1^3 略去。 \bar{F}_x 、 \bar{F}_y 、 \bar{F}_z 依次表示单位体积力在 x 、 y 、 z 坐标轴上的投影。

式(1.1-2)中所用的符号称为张量符号(用张量符号书写方程可以节省篇幅,在许多弹性力学书籍和有关论文中已有使用)。为便于用计算机进行数值计算,弹性力学方程也被写成矩阵形式。

在空间问题的三个平衡方程式(1.1-1)中共有六个独立的未知函数 σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$)。因此,必须研究问题的几何方程(应变与位移之间的关系)和物理方程(应力与应变之间的关系)才能解决问题。

1.2.2 空间问题的几何方程

物体中各点的相对位移引起了应变。在小位移变形条件下,应变与位移的关系式可以通过图 1.1-1 中 PA 、 PB 、 PC 三个微小线段的长度和相互间直角的变化导出。

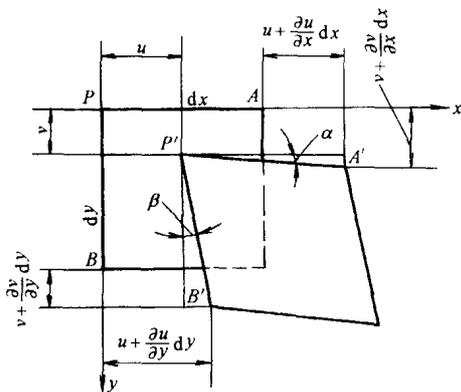


图 1.1-2 微元的变形

以 PA 、 PB 两线段为例(见图 1.1-2)。设 P 点沿 x 方向的位移分量为 u , 则 A 点沿 x 方向的位移分量应为 $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$, 由此, 线段 PA 的正应变为

$$\epsilon_{xx} = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

同理, 线段 PB 的正应变为

$$\epsilon_{yy} = \frac{\left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy\right) - v}{dy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

PA 和 PB 之间的直角变化, 即剪应变为

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \alpha + \beta = \frac{\left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) - v}{dx}$$

$$+ \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy\right) - u}{dy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

利用同样的方法, 可以求得 ϵ_{zz} , $\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy}$, $\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz}$ 。于是, 空间问题的几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \epsilon_{zx} = \epsilon_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-3)$$

采用张量符号, 则上式可简写为

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1-4)$$

式中, u_{ij} 为 u_i 对 x_j 的偏导数, u_{ji} 为 u_j 对 x_i 的偏导数。

1.2.3 空间问题的物理方程

对于各向同性的线弹性体, 应变与应力之间的关系可由虎克定律导出如下。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ \epsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})] \\ \epsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-5)$$

若将式(1.1-5)作如下改写

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \right\}$$

则式(1.1-5)可简写为

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{E} \{ (1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij} \} \quad (1.1-6)$$

式中, δ_{ij} 为 Kroneker 符号, 其定义为

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 \quad (i=j) \\ \delta_{ij} &= 0 \quad (i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (1.1-7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{kk} &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \end{aligned} \quad (1.1-8)$$

E 为弹性模量; G 为剪切弹性模量; ν 为泊桑比。三者之间有如下关系。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.1-9)$$

式(1.1-5)是物理方程的一种形式, 即用应力表示应变的表达式。经过改写, 还可得出物理方程的另一种形式, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_{xx} + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_{yy} + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx}) \right] \\ \sigma_{zz} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_{zz} + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \right] \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \epsilon_{xy} \\ \sigma_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \epsilon_{yz} \\ \sigma_{zx} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \epsilon_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-10)$$

或简写为

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} \quad (1.1-11)$$

式中 $\epsilon_{kk} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1.1-12)$$

λ 和 G 称为拉梅 (G. Lamé) 常数。

1.3 一点的应力状态

如果已知一点的六个应力分量 σ_{ij} , 即可求得过该点的任一斜截面上的应力。这表明, 一个点的应力状态完全由该点的六个应力分量 σ_{ij} 所决定。

应力分量的总体称为应力张量, 并可用矩阵形式写成为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (a)$$

因为 $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, \dots , 故应力张量是一个二阶对称张量。采用张量符号, 则应力张量可表示为

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1.1-13)$$

1.3.1 斜截面上的应力

设过 P 点作一任意斜截面, 其外法线为 N (见图 1.1-3), N 的方向余弦为 n_1, n_2, n_3 , 则该斜截面上的应力在三个坐标轴方向的分量 p_1, p_2, p_3 与应力张量 σ_{ij} 之间的关系可通过该截面与三坐标平面围成的四面体 $PABC$ 的平衡条件求得

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 \\ p_2 &= \sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2 + \sigma_{23}n_3 \\ p_3 &= \sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 + \sigma_{33}n_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-14)$$

或简写为

$$p_i = \sigma_{ij}n_j \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (1.1-15)$$

设斜截面上的正应力为 σ_N , 由投影可得

$$\begin{aligned} \sigma_N &= p_1n_1 + p_2n_2 + p_3n_3 \\ &= \sigma_{11}n_1^2 + \sigma_{22}n_2^2 + \sigma_{33}n_3^2 \\ &\quad + 2\sigma_{12}n_1n_2 + 2\sigma_{23}n_2n_3 + 2\sigma_{31}n_3n_1 \end{aligned} \quad (1.1-16)$$

或简写为

$$\sigma_N = \sigma_{ij}n_i n_j \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (1.1-17)$$

而沿该斜截面的剪应力为

$$\tau_N = \sqrt{p_i^2 - \sigma_N^2} \quad (1.1-18)$$

如果该截面是物体的边界面, 则 p_i 即为面力分量 \bar{p}_i , 于是由式(1.1-15)得到弹性体的应力边界条件为

$$\bar{p}_i = \sigma_{ij}n_j \quad (1.1-19)$$

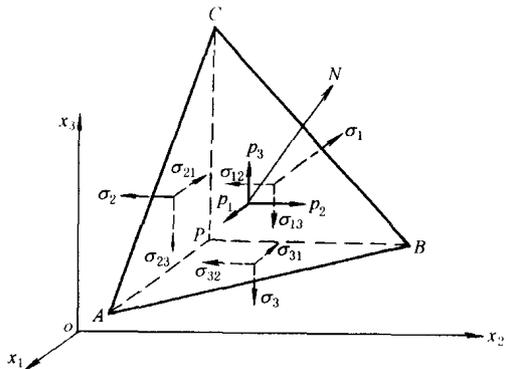


图 1.1-3 斜截面上的应力

1.3.2 主应力和应力张量不变量

若经过任一点的某一斜截面上的剪应力等于零, 则该斜截面上的正应力称为该点的主应力, 该斜截面称为该点的主平面, 而该斜截面的法线方向称为该点的主方向。

图 1.1-3 中斜截面的法线方向 N 就是主方向, 则 $\tau_N = 0$, 此时斜截面上的应力就是正应力 σ_N 。 $p_1,$

p_2 、 p_3 是正应力 σ_N 的分量, 即

$$p_1 = \sigma_N n_1, \quad p_2 = \sigma_N n_2, \quad p_3 = \sigma_N n_3 \quad (1.1-20)$$

将式(1.1-20)代入式(1.1-14)等号左边得

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{11} - \sigma_N)n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 &= 0 \\ \sigma_{21}n_1 + (\sigma_{22} - \sigma_N)n_2 + \sigma_{23}n_3 &= 0 \\ \sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 + (\sigma_{33} - \sigma_N)n_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-21)$$

采用张量符号, 上式可简写为

$$(\sigma_{ij} - \sigma_N \delta_{ij})n_j = 0 \quad (1.1-22)$$

由几何关系可知, 法线 N 的三个方向余弦存在如下关系, 即

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \quad (1.1-23)$$

式(1.1-21)是 n_1 、 n_2 、 n_3 的齐次线性代数方程组。为求出 n_1 、 n_2 、 n_3 不全等于零的解, 则此方程组的系数行列式必须为零, 即

$$\begin{vmatrix} (\sigma_{11} - \sigma_N) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & (\sigma_{22} - \sigma_N) & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & (\sigma_{33} - \sigma_N) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.1-24)$$

将行列式展开, 得

$$\sigma_N^3 - I_1 \sigma_N^2 - I_2 \sigma_N - I_3 = 0 \quad (1.1-25)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ I_2 &= -\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{33}\sigma_{11} + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-26)$$

可以证明, 式(1.1-25)有三个实根, 即三个主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 。根据方程的理论, 可将式(1.1-25)写成

$$(\sigma_N - \sigma_1)(\sigma_N - \sigma_2)(\sigma_N - \sigma_3) = 0 \quad (1.1-27)$$

展开上式, 并将其与式(1.1-25)比较, 可知

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \\ I_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-28)$$

因为主应力的数值与所选坐标轴的方向无关, 故 I_1 、 I_2 、 I_3 的数值也与坐标方向无关, I_1 、 I_2 、 I_3 称为应力张量 σ_{ij} 的三个不变量。

1.4 一点的应变状态

如果已知一点的六个应变分量 ϵ_{ij} , 即可求得过该点任一线段的正应变和过该点的任意二线段间的夹角的变化。这说明, 一个点的六个应变分量完全决定该点的应变状态。

应变分量的总体称为应变张量, 并可用矩阵形式写成为

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \frac{1}{2}\epsilon_{xy} & \frac{1}{2}\epsilon_{xz} \\ \frac{1}{2}\epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \frac{1}{2}\epsilon_{yz} \\ \frac{1}{2}\epsilon_{zx} & \frac{1}{2}\epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (a)$$

此处剪应变分量前的系数 $\frac{1}{2}$ 是工程力学中的习惯写法。

1.4.1 斜方向的应变

利用坐标变换法可计算 N 方向的应变。取新坐标轴 x' 、 y' 、 z' , 并使 x' 与 N 方向重合。此时, 新坐标系在旧坐标系 x 、 y 、 z 中具有方向余弦: $n_1 = \cos(x, x')$, $n_2 = \cos(y, x')$, $n_3 = \cos(z, x')$ 。其中 $n_1 = \frac{\partial x}{\partial x'}$, $n_2 = \frac{\partial y}{\partial x'}$, $n_3 = \frac{\partial z}{\partial x'}$ 。

设 u' 、 v' 、 w' 表示新坐标系中的位移。它们和旧坐标系中的位移 u 、 v 、 w 有以下关系, 即

$$u' = un_1 + vn_2 + wn_3 \quad (1.1-29)$$

在新坐标系中, 沿 x' 轴的正应变为 $\epsilon_{x'x'}$, 亦即 ϵ_N , 故

$$\begin{aligned} \epsilon_N = \frac{\partial u'}{\partial x'} &= \frac{\partial u'}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial x'} \\ &= \frac{\partial u'}{\partial x} n_1 + \frac{\partial u'}{\partial y} n_2 + \frac{\partial u'}{\partial z} n_3 \end{aligned} \quad (1.1-30)$$

将式(1.1-29)代入式(1.1-30), 并考虑到 $\epsilon_{xx} = \epsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}$, \dots , $\epsilon_{xy} = \epsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$, \dots , 即得

$$\begin{aligned} \epsilon_N = \epsilon_{11}n_1^2 + \epsilon_{22}n_2^2 + \epsilon_{33}n_3^2 + \epsilon_{12}n_1n_2 \\ + \epsilon_{23}n_2n_3 + \epsilon_{31}n_3n_1 \end{aligned} \quad (1.1-31)$$

对照式(1.1-31)和式(1.1-16)可见该两式是相似的。在式(1.1-31)中代替正应力 σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{33} 的是正应变 ϵ_{11} 、 ϵ_{22} 、 ϵ_{33} 。代替剪应力 σ_{23} 、 σ_{31} 、 σ_{12} 的是一半剪应变, 即 $\frac{1}{2}\epsilon_{23}$ 、 $\frac{1}{2}\epsilon_{31}$ 、 $\frac{1}{2}\epsilon_{12}$ 。所以在应变张量式(a)中有系数 $\frac{1}{2}$ 。

1.4.2 主应变和应变张量不变量

可以证明, 在物体内的任一点, 一定存在三个互相垂直的主应变方向。对于各向同性体来说主应力方向和主应变方向是一致的。沿这三个主应变方向的正应变称为主应变。三个主应变方向构成的三个直角在变形之后保持直角, 即剪应变为零。三个主应变中最大的一个 ϵ_1 就是该点的最大正应变; 三个主应变中最小的一个 ϵ_3 就是该点的最小正应变。三个主应变 ϵ_1 、 ϵ_2 、 ϵ_3 是三次方程式(1.1-32)中 ϵ 的三个实根。三次方程式(1.1-32)为