国家教委硕士研究生入学考试大纲理想配套用书

经济数学（含MBA）

1998年硕士研究生入学考试

数学大纲辅导教材及全真模拟试卷（下册·经济类）

主编：中国人民大学　龚培恩

1998

中国人民公安大学出版社

国家教委硕士研究生入学考试大纲理想配套用书

1998 年研究生入学考试

数学大纲辅导教材及全真模拟试卷

（下册、经济类（含 MBA））

主编：中国人民大学　龚培恩

中国人民公安大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

1998年硕士研究生数学入学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷/龚培恩主编.-北京:中国人民公安大学出版社,1997.5
ISBN 7-81059-012-X

Ⅰ.19… Ⅱ.龚… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第10633号

1997年研究生入学考试
数学大纲辅导教材及全真模拟试卷 (经济类(含MBA))

主　　编:中国人民大学　龚培恩
责任编辑:熊允发
封面设计:视线意典

出版发行:中国人民公安大学出版社出版发行
(北京西城区木樨地南里、邮编:100038)
新华书店北京发行所经销
印　　刷:河北省涿州市印刷厂

版　　次:1997年6月第二版
印　　次:1997年6月第一次印刷
印　　张:22.625
开　　本:787×1092毫米　1/16
字　　数:550千字
印　　数:0001—8000册

书　　号:ISBN 7-81059-012-X/G·007
总 定 价:56.00元(其中上册28.00元,下册28.00元)

本书导读

从1997年起硕士研究生数学考试大纲修订幅度较大，作了新规范，主要体现以下几点：

1. 原数学一和数学二合并为一份试卷，称为数学一，原（工学类）数学三更名为数学二，原（经济学类）数学四、数学五分别更名为数学三和数学四。
2. 新的数学一，对于原数学一的考生概率论部分由选考变为必考，增加了数理统计初步，不再选考复变函数，对于选用原数学二试卷的考生，增加了概率论与数理统计初步的内容。
3. 新的数学二除继续考查原数学三的高等数学外还增加了线性代数初步的内容。
4. 新的数学三和数学四考试科目没有变化。新的数学三微积分中常微分方程部分增加考查一阶差分方程的内容。新的数学四概率论部分增加考查二维随机变量的有关内容。

由于以上调整，过去的考研数学复习用书的内容与形式均已陈旧，且内容混杂，不利于考生针对自己所考内容省时、省力地复习。此书则完全按照最新考试大纲要求分册编写。分为工学类与经济类（含MBA）上、下两册，条理清楚，内容充实且紧扣大纲，辅导与训练相结合，是硕士研究生入学考试大纲的理想配套用书，考生应根据自己所考内容分类选择使用。愿此书帮助考生攻克数学难关，夺取数学高分！

祝考生们取得优异成绩！

中国人民大学　龚培恩

一九九七年五月

关于“硕士研究生入学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷”系列丛书的修订说明

近年来，研究生入学考试日趋激烈，一年一度春节前夕的全国硕士研究生入学考试已几乎成为众多有志青年高考过后的又一次人生大考。但是，考研不同于高考，历届硕士研究生考试成功的经验表明，考研的成败，不象高考那样完全取决平时大学成绩的优劣或起点的高低，而取决于三大致胜法宝：①避免盲目报考；②拥有全面、高水平的复习资料；③早准备，不仅要注意专业课的复习更要重点突破公共课。

国家教委为每年硕士研究生入学考试公共课制订了各科考试大纲。此大纲概括性地列出了考试说明(含考试性质、学科范围、评价目标及考试形式与试卷结构)、考查要点、基本题型及其主要考查功能示例。既是大纲，只能是各种内容的纲要，对考生复习仅是指导规范作用，因此，考试大纲辅导组的老师们为硕士研究生入学考试大纲编写了各科大纲理想配套辅导用书——**各科硕士研究生入学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷**。大纲辅导组的编者们均为高校教学第一线且有研究生入学考试出题、评卷及编著经验的教师，他们当中许多人多年从事首都硕士研究生入学考试的考前辅导班的授课，如《英语考试大纲辅导教材及全真模拟试卷》的第一版、第二版是北京化工大学外语部主任、北京市高校大学英语研究会常务理事朱泰祺教授审订的；《政治理论课考试大纲辅导教材》的第一版、第二版是中国人民大学何伟教授主编的；为 1997 年研考新出的《西医综合考试大纲辅导教材及全真模拟试卷》也受到广大医学类考生的欢迎，出版社的书几乎供不应求。

应参加 1998 年的硕士研究生入学考试的考生要求，“大纲辅导教材及全真模拟试卷”系列再次被认真修订再版，它是国家教委、北京大学、清华大学、中国人民大学、北京师范大学及北京医科大学等单位对国家教委统一命题的公共课真正有专门研究的专家、年青有为的青年老师共同创造的结晶，该系列书不假威于某些挂名的权威主编或著名的出版社，只以最新**《考试大纲》**作为唯一的最高权威，注重复习的针对性、实用性和高效性。98 版**硕士研究生入学考试大纲辅导教材及全真模试卷**系列，将以更高的质量为考生提供指导，是国家教委各科硕士研究生入学考试大纲的理想配套用书。

由于编者的水平有限，书中定有疏忽与错误之处，请读者不吝指正，来函请寄 100086　北京市邮政 9613 信箱　电话：(010)62623825

《硕士研究生入学考试政治理论课大纲辅导教材及全真模拟试卷》
《硕士研究生入学考试英语大纲辅导教材及全真模拟试卷》
《硕士研究生入学考试西医综合大纲辅导教材及全真模拟试卷》
《硕士研究生入学考试数学大纲辅导教材及全真模拟试卷》(工科分册、经济分册)

编写与审订委员会

一九九七年于北京

关于经济类（含MBA）数学考试大纲的说明

经济类硕士研究生入学考试的考生用的数学卷种是数学三及数学四，现将大纲所要求的此两类卷种的适用专业，考试科目及考试内容与试卷结构作如下说明：(MBA 的数学考试由“全国工商管理硕士教育指导委员会”组织命题，但所涉及的深度相当于数学三及数学四)

数学三

一、适用的招生专业（按二级学科分类）

国民经济计划与管理（含经济系统分析）、工业经济、工业企业管理（含企业财务管理）、统计学、数量经济学和技术经济学、运输经济（附邮电经济）、经济地理、投资经济、信息经济以及对数学要求较高的人口经济学，保险学专业。

二、考试内容

1. 微积分、

(1) 函数的极限与连续；(2) 一元函数微分学；(3) 一元函数积分学；(4) 大数定律和中心极限定理；(5) 无穷级数；(6) 常微分方程与差分方程。

2. 线性代数

(1) 行列式；(2) 矩阵；(3) 向量；(4) 线性方程组；(5) 矩阵的特征值和特征向量；(6) 二次型。

3. 概率论与数理统计

(1) 随机事件和概率；(2) 随机变量及其概率分布；(3) 随机变量的数字特征；(4) 大数定律和中心极限定理；(5) 数理统计初步；(6) 参数估计；(7) 假设检验。

三、试卷结构

微积分约占50%；线性代数约占25%；概率论与数理统计约25%。

数学四

一、适用的招生专业

农业经济、劳动经济学、商业经济、商业企业管理、运输经济、物资经济、劳动经济、财政学、货币银行学、会计学（含审计学）、国际贸易、国际金融、世界经济、经济学说史、政治经济学、西方经济学、外国经济史、外国经济思想史、消费经济、商品学、旅游经济、城市经济、国防经济以及对数学要求较低的人口经济学、保险学专业，(注：具体考哪一卷种，考生须按报考单位的简章要求。)

二、考试内容

1. 微积分、函数、极限、连续、一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微积分学

2. 线性代数

（1）行列式　（2）矩阵　（3）向量　（4）线性方程组　（5）矩阵的特征值和特征向量

3. 概率论

（1）随机事件和概率　（2）随机变量及其概率分布　（3）随机变量的数字特征　（4）中心极限定理

三、试卷结构

微积分约占50％　线性代数约占25％　概率论约占25％。

目　　录

第一篇　高等数学

第一章　函数、极限与连续 ……………………………………… (1)

考试大纲要求 ……………………………………… (1)

第一节　函数 ……………………………………… (1)

一、复习要点 ……………………………………… (1)

二、典型例题及分析 ……………………………………… (3)

第二节　极限 ……………………………………… (9)

一、复习要点 ……………………………………… (9)

二、典型例题及分析 ……………………………………… (11)

第三节　连续 ……………………………………… (17)

一、复习要点 ……………………………………… (17)

二、典型例题及分析 ……………………………………… (18)

本章重点练习及答案 ……………………………………… (20)

第二章　导数和微分 ……………………………………… (24)

一、考试大纲要求 ……………………………………… (24)

二、复习要点 ……………………………………… (24)

三、典型例题及分析 ……………………………………… (26)

四、重点练习 ……………………………………… (31)

五、重点练习答案与提示 ……………………………………… (32)

第三章　微分中值定理及微分学的应用 ……………………………………… (34)

考试大纲要求 ……………………………………… (34)

第一节　微分中值定理 ……………………………………… (34)

一、复习要点 ……………………………………… (34)

二、典型例题及分析 ……………………………………… (34)

第二节　导数的应用 ……………………………………… (38)

一、复习要点 ……………………………………… (38)

二、典型例题与分析 ……………………………………… (40)

第三节　一元微分学在经济学中的应用 ……………………………………… (45)

一、复习要点 ……………………………………… (45)

二、典型例题与分析 ……………………………………… (48)

本章重点练习及答案 ……………………………………… (50)

第四章　不定积分 ……………………………………… (54)

一、考试大纲要求…………………………………………………………………（54）
二、复习要点……………………………………………………………………（54）
三、典型例题与分析……………………………………………………………（55）
四、重点练习……………………………………………………………………（59）
五、重点练习答案与提示………………………………………………………（61）
第五章　定积分………………………………………………………………（63）
一、考试大纲要求…………………………………………………………………（63）
二、复习要点……………………………………………………………………（63）
三、典型例题及分析……………………………………………………………（65）
四、一元积分学在经济学上的应用……………………………………………（76）
五、重点练习……………………………………………………………………（79）
六、重点练习答案与提示………………………………………………………（80）
第六章　广义积分与定积分的应用…………………………………………（82）
一、考试大纲要求…………………………………………………………………（82）
二、复习要点……………………………………………………………………（82）
三、典型例题及分析……………………………………………………………（84）
四、重点练习……………………………………………………………………（87）
五、重点练习答案与提示………………………………………………………（88）
第七章　多元函数微积分学…………………………………………………（89）
考试大纲的要求…………………………………………………………………（89）
第一节　二元函数的基本概念…………………………………………………（89）
一、复习要点……………………………………………………………………（89）
二、典型例题及分析……………………………………………………………（92）
第二节　多元函数微分法………………………………………………………（94）
一、复习要点……………………………………………………………………（94）
二、典型例题及分析……………………………………………………………（95）
第三节　多元函数的极值………………………………………………………（101）
一、复习要点……………………………………………………………………（101）
二、典型例题及分析……………………………………………………………（102）
第四节　二重积分………………………………………………………………（107）
一、复习要点……………………………………………………………………（107）
二、典型例题及分析……………………………………………………………（110）
本章重点练习及答案……………………………………………………………（117）
第八章　常微分方程和差分方程……………………………………………（123）
考试大纲要求……………………………………………………………………（123）
第一节　常微分方程……………………………………………………………（123）

一、复习要点 …… (123)
二、典型例题及分析 …… (124)
第二节 差分方程 …… (131)
一、复习要点 …… (131)
二、典型例题及分析 …… (135)
本章重点练习及答案 …… (138)
第九章 无穷级数 …… (142)
考试大纲要求 …… (142)
第一节 常数项级数 …… (142)
一、复习要点 …… (142)
二、典型例题及分析 …… (144)
第二节 幂级数 …… (149)
一、复习要点 …… (149)
二、典型例题及分析 …… (152)
本章重点练习及答案 …… (157)

第二篇 线性代数

第一章 行列式 …… (160)
一、考试大纲要求 …… (160)
二、复习要点 …… (160)
三、典型例题及分析 …… (161)
四、重点练习 …… (169)
五、重点练习参考答案 …… (171)
第二章 矩阵 …… (175)
一、考试大纲要求 …… (175)
二、复习要点及典型例题分析 …… (175)
三、重点练习 …… (189)
四、重点练习参考答案 …… (191)
第三章 向量 …… (194)
一、考试大纲要求 …… (194)
二、复习要点及典型例题分析 …… (194)
三、重点练习 …… (201)
四、重点练习参考答案 …… (203)
第四章 线性方程组 …… (205)
一、考试大纲要求 …… (205)
二、复习要点 …… (205)

三、典型例题及分析 …………………………………………………… (207)
四、重点练习 …………………………………………………………… (216)
五、重点练习参考答案 ………………………………………………… (218)
第五章 矩阵的特征值和特征向量 ……………………………………… (221)
一、考试大纲要求 ……………………………………………………… (221)
二、复习要点 …………………………………………………………… (221)
三、典型例题及分析 …………………………………………………… (222)
四、重点练习 …………………………………………………………… (230)
五、重点练习参考答案 ………………………………………………… (231)
第六章 二次型 ………………………………………………………… (234)
一、考试大纲要求 ……………………………………………………… (234)
二、复习要点 …………………………………………………………… (234)
三、典型例题及分析 …………………………………………………… (236)
四、重点练习 …………………………………………………………… (242)
五、重点练习参考答案 ………………………………………………… (243)

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件及其概率 …………………………………………… (246)
一、考试大纲要求 ……………………………………………………… (246)
二、复习要点 …………………………………………………………… (246)
三、典型例题及分析 …………………………………………………… (249)
四、重点练习 …………………………………………………………… (258)
五、参考答案 …………………………………………………………… (260)
第二章 随机变量及其概率分布 ……………………………………… (261)
考试大纲要求 …………………………………………………………… (261)
第一节 一维随机变量及其分布 ……………………………………… (261)
一、复习要点 …………………………………………………………… (261)
二、典型例题及分析 …………………………………………………… (265)
第二节 二维随机变量及其分布 ……………………………………… (271)
一、复习要点 …………………………………………………………… (271)
二、典型例题及分析 …………………………………………………… (275)
本章重点练习及答案 …………………………………………………… (284)
第三章 随机变量的数字特征 ………………………………………… (288)
一、考试大纲要求 ……………………………………………………… (288)
二、复习要点 …………………………………………………………… (288)
三、典型例题及分析 …………………………………………………… (290)

四、重点练习 …………………………………………………………………… (300)
五、重点练习参考答案 …………………………………………………………… (302)
第四章　大数定律和中心极限定理 ……………………………………………… (304)
一、考试大纲要求 ………………………………………………………………… (304)
二、复习要点 ……………………………………………………………………… (304)
三、典型例题及分析 ……………………………………………………………… (305)
四、重点练习 ……………………………………………………………………… (308)
五、重点练习参考答案 …………………………………………………………… (308)
第五章　数理统计初步 ………………………………………………………… (309)
一、考试大纲要求 ………………………………………………………………… (309)
二、复习要点 ……………………………………………………………………… (309)
三、典型例题及分析 ……………………………………………………………… (314)
四、重点练习 ……………………………………………………………………… (319)
五、重点练习参考答案 …………………………………………………………… (321)

第四篇　1998 **研考经济类（含 MBA）数学模拟试卷及答案** ………………… (322)

附录　1997 **全国攻读硕士学位研究生入学考试经济类数学试卷（数学三、数学四）（含参考答案及评分标准）** ……………………………………………… (335)

第一篇　高等数学

第一章　函数、极限与连续

考试大纲要求

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　反函数、复合函数和隐函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数　简单应用问题的函数关系的建立和函数的左、右极限　无穷小　无穷大　无穷小的比较　极限四则运算　极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则　两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e$$

函数连续的概念　函数间断点的类型　初等函数的连续性　闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理)

第一节　函　　数

一　复习要点

1　定义

设有两个变量 x、y，如果对于 x 的变域 D 中的每一值，按照一定的法则，变量 y 有一个确定的值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记为

$$y=f(x)$$

函数概念的两个要素：

(1)定义域$\triangleq$自变量 x 的变化范围，记为 D_f(若函数是解析式子表示的，则使运算有意义的实自变量值的集合即为定义域)。

(2)对应关系$\triangleq$给定 x 值，求 y 值的方法。

注：当且仅当给定的两个函数，其定义域和对应关系完全相同时，才表示同一函数，否则就是两个不同的函数。

2　函数的基本性质

①函数的有界性

定义　设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义((a,b) 可以是函数 $f(x)$ 的整个定义域，也可以是定义域的一部分)。如果存在一个正数 M，对于所有的 $x\in(a,b)$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是有界的。如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是无界的。

②函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 X 上有定义，如果对于 $\forall\ x_1,x_2\in X$，不妨设 $x_1<x_2$，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称 $f(x)$ 在 X 上是单调增加的（或单调减少的）；若恒有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$），则称 $f(x)$ 在 X 上是单调不减的（或单调不增的）.

③函数的周期性

定义　对于函数 $y=f(x)$，如果存在正的常数 a，使得 $f(x)=f(x+a)$ 恒成立，则称该函数为周期函数。满足这个等式的最小正数 a，称为函数的周期。

④函数的奇偶性

定义　给定函数 $y=f(x)$

(1)如果对所有的 $x\in D_f$，有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数。

(2)如果对所有的 $x\in D_f$，有 $(f-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数。

对于偶函数，因 $f(-x)=f(x)$，所以，点 $P(x,f(x))$ 如果在图形上，则与它对称于 y 轴的点 $P'(-x,f(x))$ 也在图形上，因此偶函数的图形对称于 y 轴。

对于奇函数，因 $f(-x)=-f(x)$，所以点 $Q(x,f(x))$ 如果在图形上，则与它对称于原点的点 $Q'(-x,-f(x))$ 也在图形上，因此奇函数的图形对称于原点。

3.　基本初等函数及其性质

(1)初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和复合所构成的一切函数，统称为初等函数。

(2)基本初等函数及其性质

①常数函数：$f(x)=C$　（C 为常数）。

②指数函数：$f(x)=a^x$　$(a>0,a\neq1)$，当 $a=e$ 时　$f(x)=e^x$，运算性质有 $a^{x_1}a^{x_2}=a^{x_1+x_2}$，$a^{x_1}/a^{x_2}=a^{x_1-x_2}$，$(a^x)^b=a^{bx}$.

③对数函数：$f(x)=\log_a x(a>0,a\neq1)$，当 $a=e$ 时有　$f(x)=lnx$（与 e^x 互为反函数）运算性质有　$\log_a(x\cdot y)=\log_a x+\log_a y$，$\log_a(x/y)=\log_a x-\log_a y$，$\log_a x^y=y\log_a x$，$\log_a x=\log_b x/\log_b a$.

④幂函数：$f(x)=x^a$（a 为常数）.

⑤三角函数：

i)正弦函数：$y=\sin x$，$\sin(-x)=-\sin x$，$\sin(x+2\pi)=\sin x$

ii)余弦函数：$y=cosx$，$cos(-x)=cox$，$cos(x+2\pi)=cosx$.

iii)正切函数：$y=tgx$，$tg(-x)=-tgx$，$tg(x+\pi)=tgx$.

iv)余切函数：$y=ctgx$，$ctg(-x)=-ctgx$，$ctg(x+\pi)=ctgx$.

$$tg(\frac{\pi}{2}-x)=ctgx,ctg(\frac{\pi}{2}-x)=tgx.$$

v)正割函数：$y=\sec x$，$\sec(-x)=\sec x$，$\sec(x+2\pi)=\sec x$.

vi)余割函数：$y=\csc x$，$\csc(-x)=-\csc x$，$\csc(x+2\pi)=\csc x$.

常用的三角函数公式：

$\sin^2x+\cos^2x=1$，$sec^2x=tg^2x+1$，$csc^2x=1+ctg^2x$，$\sin2x=2\sin x\cos x$，$\cos2x=\cos^2x-\sin^2x=2\cos^2x-1=1-2\sin^2x$，$\sin^2x=\dfrac{1-\cos2x}{2}$，$\cos^2x=\dfrac{1+\cos2x}{2}$，$2\sin x\cos y=\sin(x+y)+\sin(x-y)$.

⑥反三角函数

i)反正弦函数：$y=\arcsin x$　$(|x|\leqslant1,|f(x)|\leqslant\frac{\pi}{2})$

ii)反余弦函数：$y=\arccos x$　$(|x|\leqslant1,0\leqslant f(x)\leqslant\pi)$

iii)反正切函数：$y=\mathrm{arctg}x \quad (x\in R, |f(x)|\leqslant\frac{\pi}{2})$

iv)反余切函数：$y=\mathrm{arcctg}x \quad (x\in R, 0<f(x)<\pi)$

4. 分段函数

如果一个函数在其定义域内，对应于不同的区间段有着不同的表达形式，则该函数称为分段函数。

常见的分段函数：

1)符号函数 $y=sgnx=\begin{cases} 1 & ，当 x>0 \\ 0 & ，当 x=0 \\ -1 & ，当 x<0 \end{cases}$

2)y 是 x 的最大整数部分，记为 $y=[x]$

3)狄利克莱(Dirichlet)函数

$$y=f(x)=\begin{cases}1, \text{当 } x \text{ 为有理数时}\\ 0, \text{当 } x \text{ 为无理数时}\end{cases}$$

注意：一般讲，分段函数不是初等函数。

5. 复合函数、反函数、隐函数

①反函数

定义 设 $y=f(x)$ 是定义在 D_f 上的一个函数，值域为 $Z(f)$。如果对每一个 $y\in Z(f)$ 有一个确定的且满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D_f$ 与之对应，其对应规则记作 f^{-1}，这个定义在 $Z(f)$ 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 称为 $y=f(x)$ 的反函数，或称它们互为反函数。

函数 $y=f(x)$，x 为自变量，y 为因变量，定义域为 D_f，值域为 $Z(f)$。

函数 $x=f^{-1)}(y)$，y 为自变量，x 为因变量，定义域为 $Z(f)$，值域为 D_f。

②复合函数

复合函数：如果函数 $y=f(u)$，且 $u=\varphi(x)$，函数 $f(u)$ 的定义域与函数 $\varphi(x)$ 的值域交集非空，则称 $f[\varphi(x)]$ 为 x 的复合函数。

③隐函数

隐函数：以方程 $F(x,y)=0$ 形式表示的函数称作隐函数，其中 y 是 x 的函数。

注意：①$y=f(x)$ 的图象与其反函数 $x=\varphi(y)$ 的图象重合；$y=f(x)$ 的图象与其反函数 $y^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称。

②只有一一对应的函数才有反函数。

二、典型例题及分析

1. 求函数的表达式。

函数的表示法只与定义域及对应关系有关，而与用什么字母没有关系。即：$f(x)=f(t)=f(u)=f(y)$

例 1.1 设 $f(x)$ 满足方程：$af(x)+bf(\frac{x}{x-1})=e^x$，其中 $|a|\neq|b|$，求 $f(x)$

解： 令 $\frac{x}{x-1}=t$，得 $x=\frac{t}{t-1}$，于是将原方程化为：

$$af(\frac{t}{t-1})+bf(t)=e^{\frac{t}{t-1}}$$

$$即\quad af(\frac{x}{x-1})+bf(x)=e^{\frac{x}{x-1}}$$

联立方程组$\begin{cases} af(x)+bf(\frac{x}{x-1})=e^x \\ af(\frac{x}{x-1})+bf(x)=e^{\frac{x}{x-1}} \end{cases}$ 解得：$f(x)=\dfrac{ae^x-be^{\frac{x}{x-1}}}{a^2-b^2}$

2. 求函数的定义域

求复杂函数的定义域，就是求简单函数的定义域所构成的不等式的解集。

下面是一些简单函数定义域

$y=\frac{1}{x}$	$D_f:x\neq 0$	$x\in(-\infty,0)\cup(O,+\infty)$
$y=\sqrt[2n]{x}$	$D_f:x\geqslant 0$,	$X\in[0,+\infty)$
$y=log_a x$	$D_f:x>0$	$x\in(0,+\infty)$
$y=\sin x$ 或 $\cos x$	$D_f:x\in R$	$X\in(-\infty,+\infty)$
$y=\mathrm{tg}x$	$D_f:x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$	$(k\in Z)$
$y=\mathrm{ctg}x$	$D_f:x\neq k\pi+\pi$	$(k\in Z)$

例 1.2 求下列函数的定义域

(1)$y=\log_{(x-3)}25-x^2$

(2)$y=\arcsin(\frac{3x-1}{5})+\frac{\sqrt{3x-x^2}}{lg(4x-1)}$

(3)已知 $f(x)=\begin{cases} 1 & 1\leqslant x\leqslant 3 \\ -1 & -1\leqslant x\leqslant 0 \end{cases}$ 求 $f(2x)$，$f(x+3)$，$f(2x+3)$的定义域。

解：

(1)$y=\log_{(x-3)}25-x^2$

$$\begin{cases} 25-x^2>0 \\ x-3>0 \\ x-3\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5<x<5 \\ x>3 \\ x\neq 4 \end{cases} \Rightarrow 3<x<4 \text{ 及 } 4<x<5$$

$\therefore y=log_{(x-3)}25-x^2$的定义域为 $x\in(3,4)\cup(4,5)$

(2)$y=arcsin(\frac{3x-1}{5})+\frac{\sqrt{3x-x^2}}{lg(4x-1)}$

$$\begin{cases} -1\leqslant\frac{3x-1}{5}\leqslant 1 \\ 3x-x^2\geqslant 0 \\ 4x-1>0 \\ 4x-1\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2 \\ 0\leqslant x\leqslant 3 \\ X>\frac{1}{4} \\ x\neq\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}<x<\frac{1}{2} \quad \text{及} \frac{1}{2}<x\leqslant 2$$

$\therefore y=\arcsin(\frac{3x-1}{5})+\frac{\sqrt{3x-x^2}}{1g(4x-1)}$的定义域为 $x\in(\frac{1}{4},\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},2]$。

$(3) f(x)=\begin{cases}1 & 1\leqslant x\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant x\leqslant 0\end{cases}$

令 $t=2x$， $y=x+3$ $Z=2x+3$

$$f(t)=\begin{cases}+1 & 1\leqslant t\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant t\leqslant 0\end{cases}\Rightarrow f(2x)=\begin{cases}+1 & 1\leqslant 2x\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant 2x\leqslant 0\end{cases}$$

$\therefore x\in[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]\cup[-\frac{1}{2},0]$

$$f(y)=\begin{cases}1 & 1\leqslant y\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant y\leqslant 0\end{cases}\Rightarrow f(x+3)=\begin{cases}1 & 1\leqslant x+3\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant x+3\leqslant 0\end{cases}$$

$\therefore x\in[-4,-3]\cup[-2,0]$

$$f(Z)=\begin{cases}1 & 1\leqslant Z\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant Z\leqslant 0\end{cases}\Rightarrow f(2x+3)=\begin{cases}1 & 1\leqslant 2x+3\leqslant 3\\ -1 & -1\leqslant 2x+3\leqslant 0\end{cases}$$

$\therefore x\in[-2,-\frac{3}{2}]\cup[-1,0]$

$\therefore f(2x)$的定义域为 $x\in[-\frac{1}{2},0]\cup[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$

$f(x+3)$的定义域为 $x\in[-4,-3]\cup[-2,0]$

$f(2x+3)$的定义域为 $x\in[-2,-\frac{3}{2}]\cup[-1,0]$

3. **函数的奇偶性**

奇偶函数的运算性质：

1)奇函数的代数和仍为奇函数；偶函数的代数和仍为偶函数；

2)偶数个奇(或偶)函数之积为偶函数；奇数个奇函数的积为奇函数；

3)一奇一偶的乘积为奇函数。

常见的偶函数：$|x|$，$\cos x$，x^{2n}，(n 为正整数)，$e^{|x|}$，e^{x^2}，……；奇函数：$\sin x$，$tg x$，$\frac{1}{x}$，x^{2n+1}，$\arcsin x$，$\mathrm{arc}tg x$，…。

判别给定函数的奇偶性，主要是根据奇偶性的定义，有时也用其运算性质。

注意：①$f(x)+f(-x)=0$ 是判别 $f(x)$为奇函数的有效方法。

②函数的奇偶性是相对于对称区间而言的，若定义域关于原点不对称，则该函数就不是奇或偶函数。

例 1.3 判别下列函数的奇偶性

(1) $y=F(x)(\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2})$ 其中 $a>0,\neq 1$，$F(x)$为奇函数

(2) $y=\int_0^x f(t)dt$， 其中 $f(x)$为奇函数

解：(1)令 $g(x)=\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2}$，则 $g(x)+g(-x)=\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2}+\frac{a^x}{1-a^x}+\frac{1}{2}=0$

$\therefore g(x)$为奇函数

$\therefore y=F(x)(\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2})$为偶函数

(2)令 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$