

高等学校交流讲义

理 論 力 学

天津大学理論力学教研室

李 驪 主 編

高等教育出版社

理 論 力 学

天津大学理論力学教研室

李 驥 主 編

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

上海大華印刷廠印刷 新華書店總經售

開本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印張 815/16 字數 209,000

一九五六年九月上海第一版

一九五六年九月上海第一次印刷

印數 1—6,500

定價(8) 洋 1.00

統一書號 13040.104

〔內部發行〕

高等学校交流讲义說明

高等学校交流讲义,是各校比較成熟的自編讲义,主要在供教学参考,以提高講課、实验和实习的質量。它的出版過程,是各校向高等教育部推荐編寫得較好的讲义,交有关出版社出版,新華書店內部發行的。交流讲义的內容,因限於編者的水平和出版社的編輯力量,可能还存在某些缺点或錯誤。为了進一步提高讲义的質量,从而遴选其中比較优秀的作为試用教科書或教学参考書出版,欢迎使用讲义的学校和讀者多多提出补充修正的意見(按讲义內讀者意見表填寫),直接寄給出版社,以备修訂时参考。

中華人民共和國高等教育部

本講義是天津大學理論力學教研室根據中華人民共和國高等教育部批准的 90 學時類型的理論力學教學大綱編寫而成的。適用於化工、地質、測量等專業，並可作為專修科及中等技術學校工程力學的教學參考資料。

參加本講義編寫工作的，為天津大學理論力學教研室教材編寫小組李驪、周垣、虞潤祿、胡林藝等四位同志。講義全部底稿由李驪同志執筆，由周垣同志校閱。

目 錄

序	7
緒論	9

靜 力 學

第一章 靜力學的基本概念及公理	19
§ 1-1. 剛体的概念	19
§ 1-2. 力的概念	20
§ 1-3. 靜力學基本定義及公理	21
§ 1-4. 約束及約束反作用力	24
第二章 平面匯交力系	27
§ 2-1. 平面匯交力系合成的幾何法	27
§ 2-2. 力的分解	29
§ 2-3. 兩匯交力的合力的分析求法	30
§ 2-4. 力在軸上的投影	31
§ 2-5. 平面匯交力系合成的分析法	34
§ 2-6. 平面匯交力系的平衡	36
第三章 平面平行力系	42
§ 3-1. 同向及反向兩平行力的合成	42
§ 3-2. 將已知力分解為與它平行的兩分力	44
§ 3-3. 力對點的矩 代里薩定理	45
§ 3-4. 諸平行力的合成 平面平行力系的平衡條件	48
第四章 力偶系	53
§ 4-1. 力偶矩	53
§ 4-2. 力偶的互等 力偶矩被視為向量	53
§ 4-3. 力偶的合成	59
§ 4-4. 力偶系的平衡條件	65
第五章 平面力系	67
§ 5-1. 平面力系向已知點的簡化	67

§ 5-2. 平面力系的合力 代里選定理	70
§ 5-3. 平面力系簡化為一力偶時的情況	71
§ 5-4. 平面力系的平衡條件	71
§ 5-5. 平面力系平衡問題舉例	72
§ 5-6. 平面力系平衡條件的另幾種形式	73
§ 5-7. 靜不定問題的概念	79
§ 5-8. 物系的平衡	79
第六章 滑動摩擦	83
§ 6-1. 靜滑動摩擦	83
§ 6-2. 有摩擦力存在的物體平衡問題的計算	86
§ 6-3. 動滑動摩擦	91
第七章 圖解靜力學基本知識	93
§ 7-1. 同平面內諸力的合成 平面力系平衡的圖解條件	93
§ 7-2. 平面力系平衡問題圖解法舉例	97
第八章 桁架	101
§ 8-1. 桁架的概念 有關桁架計算的幾個問題	101
§ 8-2. 節點截割法	103
§ 8-3. 克林索納-馬克斯韋法	106
§ 8-4. 李特爾法	110
第九章 空間力系	115
§ 9-1. 一力沿空間坐標軸的分解	115
§ 9-2. 空間匯交力系的合成	116
§ 9-3. 空間匯交力系的平衡條件	117
§ 9-4. 力對於軸的矩	120
§ 9-5. 力對於坐標軸的矩的公式	122
§ 9-6. 力對於點的矩被看作向量	124
§ 9-7. 力對於已知點的矩與對於通過此點的軸的矩的關係	126
§ 9-8. 空間力偶合成的分析法	127
§ 9-9. 空間力系向已知點的簡化及其簡化結果的討論 空間力系的平衡條件	128
§ 9-10. 空間平行力系的平衡條件	135
第十章 重心	137
§ 10-1. 空間平行力系的中心	137
§ 10-2. 空間平行力系中心位置的分析求法	138
§ 10-3. 重心 重心坐標的普遍公式	140

§ 10-4. 对称面与对称轴	143
§ 10-5. 几种簡單圖形与物体的重心	143
§ 10-6. 复什形状的物体和圖形的重心的求法	147

运 动 学

第十一章 点的平面曲綫运动	151
§ 11-1. 導言	151
§ 11-2. 点的平面曲綫运动的決定法	153
§ 11-3. 用自然法決定点的平面曲綫运动时点的速度与加速度的求法	154
§ 11-4. 用坐标法決定点的平面曲綫运动时点的速度与加速度的求法	163
§ 11-5. 点的直綫运动	169
第十二章 刚体运动的基本种類——刚体的平动与繞定軸的轉动	171
§ 12-1. 導言	171
§ 12-2. 刚体的平动	171
§ 12-3. 刚体繞固定軸的轉动	173
§ 12-4. 刚体的等速轉动及等变速轉动	176
§ 12-5. 轉动刚体内各点的速度及加速度	179
第十三章 点的复合运动	185
§ 13-1. 点的复合运动的定义 相对运动、牽連运动与绝对运动	185
§ 13-2. 点的速度合成定理	186
§ 13-3. 当牽連运动为平动时点的加速度合成定理	180
第十四章 刚体的平面平行运动	194
§ 14-1. 刚体平面平行运动的基本概念与定义	194
§ 14-2. 刚体平面平行运动的运动方程式	195
§ 14-3. 將刚体的平面平行运动分解为平动与轉动	195
§ 14-4. 圖形上各点速度的求法 瞬时轉动中心	197
§ 14-5. 平面圖形內各点的加速度	202

动 力 学

第十五章 动力学的基本定律	205
§ 15-1. 導論	205
§ 15-2. 动力学的基本概念与定律	206
第十六章 質点的运动微分方程式	211
§ 16-1. 質点的运动微分方程式	211

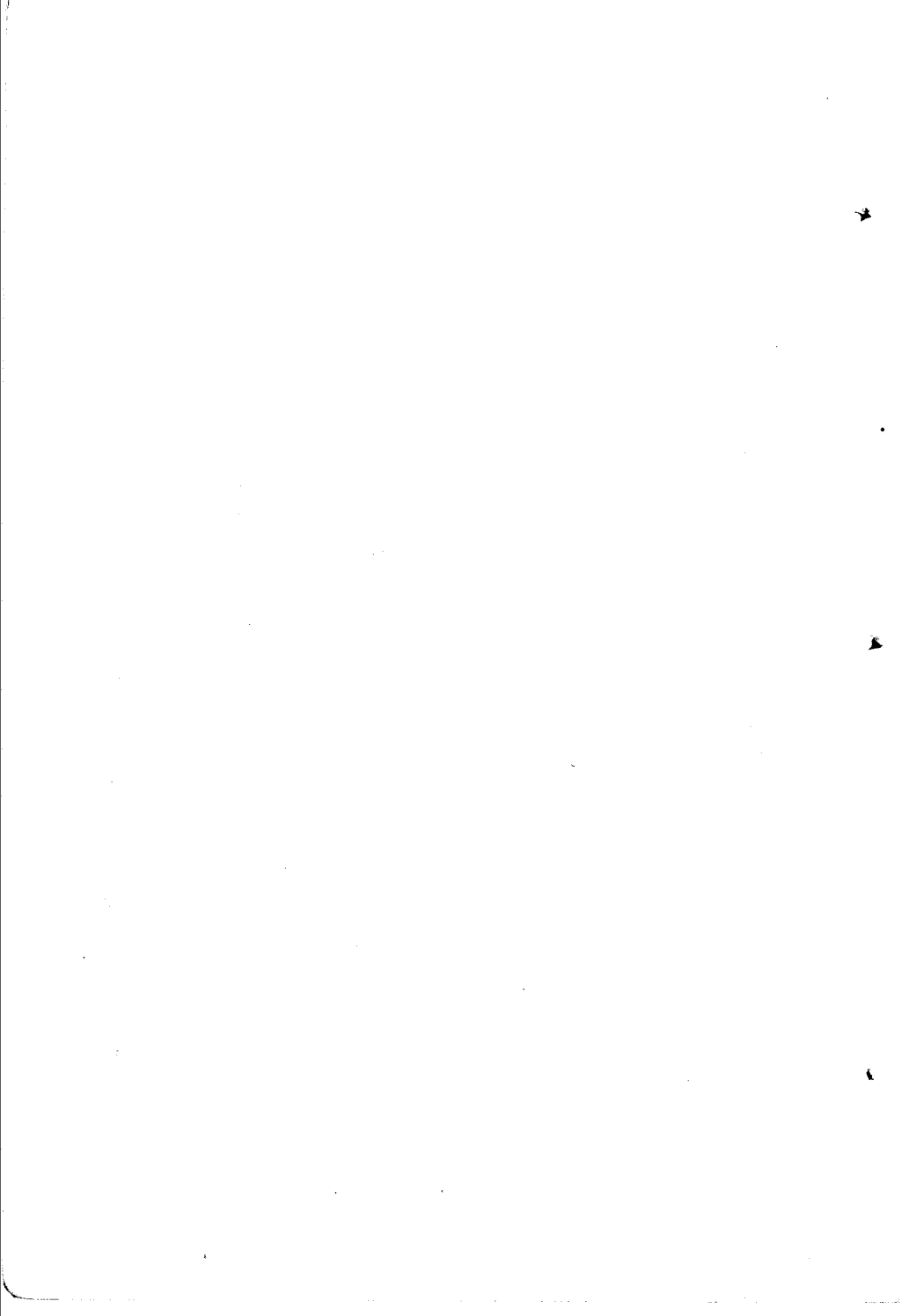
§ 16-2. 質点动力学的兩大基本問題·····	212
第十七章 質点系的运动微分方程式·····	218
§ 17-1. 質点系 質点系的內力与外力·····	218
§ 17-2. 質点系的运动微分方程式·····	219
第十八章 动量与冲量·····	223
§ 18-1. 質点的动量·····	223
§ 18-2. 質点系的动量·····	223
§ 18-3. 力的冲量·····	224
§ 18-4. 質点的动量定理·····	226
§ 18-5. 質点系的动量定理·····	230
§ 18-6. 質点系的动量在某一定軸上守恆的条件·····	233
§ 18-7. 質点系的质量中心的概念·····	234
§ 18-8. 質点系的质量中心运动定理·····	237
第十九章 动量矩定理·····	244
§ 19-1. 动量矩·····	244
§ 19-2. 質点的动量矩定理·····	246
§ 19-3. 質点系的动量矩定理·····	247
§ 19-4. 剛体繞定軸轉动的微分方程式·····	251
第二十章 轉动慣量·····	255
§ 20-1. 轉动慣量的普遍公式·····	255
§ 20-2. 轉动慣量計算举例·····	256
§ 20-3. 平行軸定理·····	259
第二十一章 相对於質心的动量矩定理 剛体平面平行运 动的微分方程式·····	262
§ 21-1. 相对於質心的动量矩定理·····	262
§ 21-2. 剛体平面平行运动的微分方程式·····	265
§ 21-3. 剛体平动的条件及其运动微分方程式·····	268
第二十二章 功与动能·····	270
§ 22-1. 功·····	270
§ 22-2. 功率·····	276
§ 22-3. 动能·····	277
§ 22-4. 質点的动能定理·····	279
§ 22-5. 質点系的动能定理·····	280

序

这次交流的这本讲义，是我们根据中华人民共和国高等教育部批准的 90 学时类型的理论力学教学大纲编写而成的。本来，在前年十月，高等教育部曾以我们编写的一分同类的讲义，交商务印书馆胶印出版，以备各校交流。据事后了解，有不少学校曾采用该讲义为教材，有的作为教学上的参考。但是，今天看来，上次所交流的讲义，不仅在内容上有很多缺点，而且，由于当时 90 学时类型理论力学教学大纲还没有颁布，所以在体系方面也与今天的教学大纲有很多地方不符。去年春季，当我校化工系同学再度使用该讲义时，我们曾根据教学大纲的体系与要求，以及其他学校在使用时所提出的意见，又将该讲义重新编写了一次。去年夏天，当我们得知高等教育部决定将该讲义以铅印本向各校交流时，我们又根据本校实际使用的结果，再将该讲义作了进一步的修改与补充。虽然，这本讲义，由它开始编写到现在，先后曾修改达十遍之多，而且，比起前年所交流的那本讲义，我们自认为目前这本讲义在各方面都改进了不少，但是，距离“成熟”二字，恐怕还差得很远。此外，由于我们的业务水平及教学经验所限，所以，我们虽然在主观上也尽力想把这本讲义编得更好一些，但实际上，这里面的不妥之处恐怕还是难免的。因此，我们衷心地期望各学校的兄弟教研室在使用或参考这本讲义时，能够将所发现的缺点，以及改进的意见，来信告诉我们，以便在各方同志的关怀与帮助之下，使这本讲义能逐步地完善起来，以致最后能成为一本可用的正式教材。

編 者

1956 年 5 月



緒 論

按照辯證唯物主義者的觀點，在我們的世界存在着而且也僅僅存在着運動的物質。這些物質依據着它們自己固有的規律而運動着，不能為人們的意志所轉移。但是，另一方面，這些物質運動的規律却是完全可以被人們所認識的。正因為如此，研究物質的這些運動規律，對我們來講，就具有十分重要的意義。因為，通過這些規律的研究，不僅可以使我們更深刻、更正確地認識世界，而且，更重要地，還在於使我們能掌握和利用這些規律，使它為人類謀取福利。

所有的科學（不論是社會科學或是自然科學），都是以研究和揭示物質的運動規律為其任務的。但是，物質的運動是極其多樣與複雜的。例如，物體在空間的位移、熱、電磁現象、化學變化以及我們的感覺與思維等，都是物質的運動。這些運動不僅形式上極不相同，而且本質上也有很大區別；並且，這種區別越大，則研究它們的方法也就差別越大。因而，每一門具體的科學，只能就某一種運動或該運動中的某一領域進行研究，而不可能牽涉到更多的運動。

那麼，在理論力學這門科學里，我們的研究對象又是什麼呢？答案是：理論力學是研究關於物體的機械運動的普遍規律的科學。所謂機械運動，乃是指這樣一種運動，即物體在空間的位移；換句話說，在時間的變化過程中物體相互間的位置發生了變化。由於物體的平衡是機械運動的一種特殊情況，所以在理論力學中也包括了对物體平衡的研究。但要注意，在宇宙中沒有絕對的平衡，

“一切平衡只是相对的与暫時的”(恩格斯:“自然辯証法”)。

虽然,按照运动的形式(不是按照运动所包含的内容)來講,机械运动是最簡單的一种运动形式,但是,它却是最常見而且是很重要的的一种运动形式。例如,在自然界中,星球的運轉、水的流动等都是机械运动。至於在工程中,各种机器的运动,則几乎全都是机械运动。既然,如上所述,机械运动無論是在自然界或是在工程中都会隨時隨地遇到,因而,不难理解,理論力学对現代自然科学和現代工程技術該起着何等重要的作用。

研究理論力学的目的,一方面,可以使我們能夠对發生在我們周圍世界的許多現象加以解釋;但是,更重要的,是要我們能掌握物体机械运动的規律,以解决在工程上所遇到的有关的問題。特别是在今天,我們祖國正在以世界歷史上空前的速度,向着社会主义工業化邁進,因此,她就要求一切工程技術也都以巨大的速度,向前不断推進与革新。在这种情况下,工程技術向力学所提出的需要解决的复雜問題也就越來越多。因此,作为一个建設社会主义的工程師,對於理論力学的知識就來得更加需要。可以這樣講,在今天,如果沒有牢固的与足夠的理論力学的知識,他是不可能成为一个在祖國偉大社会主义建設中發揮巨大作用的优秀的工程師的。

依照所研究對象的不同,每門科学所研究的方法也都是不相同的。那么,理論力学的研究方法又是如何的呢?

首先,像任何其他自然科学一样,在力学中,研究的出發点是对客觀事物的觀察、實驗和實踐。但是,在觀察任何現象时,我們不可能一下子就能掌握这現象的各方面,因此,必須在被觀察的現象中,把对力学現象起主要作用的某些性質与起次要作用或不起作用的某些性質加以區別,並且,在初步近似的研究中,为了使問題得以簡化,我們常把那些对力学現象起次要作用或不起作用的

某些性質撇開，而只考慮那些起主要作用的某些性質。這樣，就使我們得到某些簡化的模型，並拿這些模型，作為我們在建立近似理論中的實際研究對象。例如，從任何物體中撇開它改變本身形狀的性質，就得到剛體這一簡化模型。同樣，質點、理想液體等也是我們根據上述原則而簡化了的模型。在問題經過簡化而初步解決之後，就必須進一步去接近實際情況。這時，我們就要考慮那些在初步近似研究中所沒有估計進去的實際物體的性質。這種從簡單到複雜的研究方法，在理論力學中是被廣泛地應用着的。

上面所說的這一從實際物體加以抽象化的方法，在理論力學的研究中是非常重要的。因為，我們所觀察與研究的各種不同對象或現象所具有的各種性質中，有些是固有的但却是局部的、偶然的與個別的性質，只有把這些性質加以剔除後，我們才有可能建立普遍的規律，並從而更深入地了解現象的本質。

正是應用了上述抽象化的方法，我們就可以把歷代人類由直接觀察或在生產活動中所得到的無數經驗，加以概括與綜合，而歸納為一些最基本的公理或定律。這些公理或定律，反映了物體機械運動的一些最根本的規律，並作為今後一切推論的基礎和前提。由這些公理或定律出發，再根據嚴密的數學的推導和計算，就可以得出某些理論性的推論和結果，應用這些理論性的推論和結果，就可以使我們更方便和直接地來研究和處理實際上所遇到的一些問題。在這裡，數學演繹法之所以被廣泛地應用並且起着很重要的作用，是因為在這門科學里所討論的主要是數量上的關係。最後，還需要着重指出的是，上述那些理論性的推論與結果的是否正確，還必須依靠實踐來檢驗。

力學的發生與發展，正如同其他科學一樣，是與生產密切相聯系的。正如恩格斯所指出：“科學之有賴於生產，更甚於生產之有賴於科學”。而整個的力學發展史，完全証實了他的意見。

下面，我們就來大致地說明一下力學的發展簡史。

首先，力學在我國是產生得很早的。根據有關文獻的記載，遠在周代，我們的祖先已會製造車。至於船的使用，在我國也是極早的。到了春秋戰國時代，出了兩位偉大的科學家。其一是墨翟（公元前468—376），在他所著的“墨經”中，就已經表現出他對力的概念與杠桿的原理有了初步認識。例如他說“力，形之所以奮也”。用現在的話說，就是“力是使物體運動的原因”。當然，這個關於力的定義還是不夠完整與精確的，但是，墨子能從運動的方面來認識力，就要比他同時代的西洋的科學家單純從靜力學方面來認識力要前進了一步。另一位是公輸般，他那時已會製造木鳶、云梯、攻城機械以及改造戰船等。

還應該提到的，是到戰國秦昭王、惠王（公元前三百年左右）時，曾出了偉大的水利家李冰父子。他們為了克服四川岷江的水旱天災，領導人民修成了直到現在還為中外水利專家所敬佩的“都江堰”，並且科學地總結出“深淘灘、低作堰”六個字，作為以後歲修的守則。

秦漢以後，力學與機械學有了更進一步的發展。漢朝時，有個大科學家和發明家張衡，他創造了天文儀器“渾天儀”和測量地震的儀器“候風地動儀”。此外，與生產有關的器械，如獨輪車、滑車及輪軸，在漢代也有很大發展。

我國人把轉動變為往復運動也早於西方。據記載，漢代已曾用木排（用水帶動風箱）以冶鐵。這是我們祖先為了提高勞動生產率的一個創造，同時也可以看出當時冶鍊業的發達。

魏晉以後，機械學有了很大的發展。例如，三國時魏人馬鈞造“指南車”。此車上裝有齒輪傳動系統，利用差動齒輪的原理，使車子不論如何行走，而車上木人的手卻永遠指向南方。此外，表現我國人民高度智慧與創造天才的，是此時“記里鼓車”的發明。此車

上裝有齒輪機械，車每行一里，車上木人即击鼓一鎗。

至於中國在建築上特別是木結構方面，是有着極其光輝的成就的。各地現存的古代建築以及北京雄偉的故宮與天壇，就是這方面最有力與最充分的証據。此外，在橋樑建築方面，我們祖先也很早就發明了砌拱橋的方法。這不僅發揮了石料的抗压能力使之堅固耐久，同時外形也極其美麗。例如，我國現存最大的單孔石拱橋，即河北趙縣的安濟橋，跨度三十七公尺多，根據趙縣縣誌所載，為隋朝偉大工程師李春所建造，距今已有一千三百多年了。像這樣的建築形式，在歐洲到二十世紀才出現。

由上面很簡略的介紹中，已可看出我們祖國的人民，不僅是勤勞勇敢的，而且是非常智慧並富有發明創造的天才的。但是，由於中國長期被封建主義所統治，生產力很不發達，生產技術也極其落后，加以歷代帝王為了麻醉和統治人民，採取了尊重儒術而輕視技藝的政策，這就使得中國的科學技術的發展受到極大的阻礙，人民的天才受到極大的壓抑。但是，在今天，在偉大的中國共產黨和毛澤東主席的英明領導與親切關懷下，在我們全體勤勞與智慧的人民의 艱苦努力下，我們確信，我國的科學技術一定會在一個不很長的時期內，趕上其他先進的國家的。

至於力學在西洋的發展也是很早的。在古代埃及的金字塔等巨大建築中，人們需要搬運和提升很大的重物。因而在那時，人們已會利用杠桿、滑車和斜面。但是，由純粹的經驗以及簡單的機械的應用，直到力學理論的建立，人類還需要經歷一段比較長的路程。根據文獻的記載，最先提出杠桿平衡的，也許就是希臘的著名哲學家阿里斯多德（公元前 385—322），但是他沒有對這一問題作出科學的回答；而這一問題直到阿基米德（公元前 287—212）才正確地用普遍形式來解決的。此外，阿基米德還解決了力學的其他許多問題，並創立了重心的學說。理論力學，主要是靜力學，所以能成

為一門嚴密的科學，可以認為是由阿基米德所奠基的。

從此以後一直到十五世紀，在這一段很長的時期里，歐洲被封建主義以及宗教神權所統治，整個社會的生產力處於停滯的狀態。因而力學，正像其他自然科學一樣，在此期間也幾乎處於完全停頓的狀態。

從十五世紀後半葉起，歐洲的商業資本開始發達，手工業與航海等也有了發展。社會生產力的發展，就向一切科學提出許多亟待解決的問題，在此情況下，力學以及其他科學，也就開始有了空前的發展。

在這時的許多偉大的學者與科學家中，我們首先應提到的是意大利著名藝術家、物理學家及工程師達納多·達·芬奇（1452—1519）。在力學範圍內，他曾研究了斜面上物體的運動與滑動摩擦，在實驗的基礎上，他首先得出了滑動摩擦力與滑動物體接觸面的大小無關的這一結論。此外，他在研究作用於滑輪上力的平衡時，導出了力學中力矩的概念。後來這概念由法國科學家伐里囊（1654—1722）加以普遍化，得出了著名的以這位科學家命名的伐里囊定理。此外，荷蘭物理學家斯蒂芬（1548—1620）由研究物體在斜面上的平衡，得出了力之合成與分解的法則，即力的平行四邊形法則。

達·達·芬奇以後不久，波蘭大科學家哥白尼（1473—1543）創立了太陽中心說，推翻了托勒密的地球中心說，引起了科學界對宇宙觀的大革命。根據哥白尼的發現以及當時天文學家的無數次觀測，開普勒（1571—1630）得出了著名的行星運行三大定律。此三大定律後來又成為牛頓發現萬有引力的基礎。

偉大的意大利學者伽利略（1564—1642）的工作，开辟了力學發展史上的新時代。與那些脫離實際者的見解相反，伽利略認識到實驗對於力學的必要性，並在他自己的科學研究中貫徹了這一

点,因而他也就獲得了極其偉大的成就。他首先在变速直綫运动中引入速度与加速度的概念。此外,他以实验为基础,建立了真空中落体的精确的規律,即在真空中,一切物体在同一地点落下时,其加速度相等,而与落体的重量無關。这样,就推翻了从亞利士多德时代起在科学界中一直被坚持着的只是憑主观想像的不正确的观点:在两个物体中,重的要比輕的下落得快。除此之外,伽利略还建立了动力学的基本定律之一——慣性定律,並首先發現与水平面成某一角度的拋射物体在真空中运动的軌跡为一拋物綫。理論力学的重要部分——动力学,可以說是由伽利略所奠基的。

繼承伽利略在动力学方面的研究的是荷蘭物理学家惠更斯(1629—1695)。他創立了擺的理論,这对時間的測量上有着头等重要的意义。此外,他还在动力学中引用了离心力的概念。

伽利略所奠基的动力学,由英國偉大的科学家伊薩克·牛頓(1643—1727)完成。牛頓在其名著“自然哲学的数学原理”一書中,建立了几乎已成为定型的古典力学的基本定律。从这些定律出發,他給动力学作了有系統的敘述,使它成为建立在实验与观察的結果以及这些結果的数学分析之上的嚴密的科学。

自从萊伯尼茲和牛頓發明了微積分之后,在十八世紀,理論力学出現了輝煌的成就。偉大的数学家、俄國科学院院士遼納多·歐勒(1707—1783)創立了解决动力学問題的新的分析方法。法國科学家達朗伯(1717—1783)提出了一个解决动力学問題的新的普遍原理,即達朗伯原理。法國科学家拉格朗日(1736—1813)創立了虛位移原理。此外,还有許多科学家,如法國出色的科学家拉普拉斯以及德國偉大的数学家高斯,在力学的分析法的發展上,都有着極其巨大的貢獻。

到了十九世紀,由於技術的飛速發展,適合实用需要的“工程力学”开始發展了。到了二十世紀,由於航空的發達以及工業建設