邮电高等函授教材

高等数学 下册

吴留芳 编

YOU DIAN GAO DENG

HAN SHOU SHI YONG

YOU DIAN GAO DENG HAN SHOU

YOU DIAN GAO DENG

HAN SHOU

JIAO CAI

GAOHAN

邮电高等函授教材

高 等 数 学

下 册

吴留芳 编

人民邮电出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学　　下册/吴留芳编．—北京：人民邮电出版社，1995.8

邮电高等函授教材

ISBN 7-115-05671-4

Ⅰ．高…　Ⅱ．吴…　Ⅲ．高等数学-高等教育：函授教育-教材Ⅳ．013

内 容 提 要

本书是邮电高等函授教材。分上、下两册出版。

下册内容包括：空间解析几何与矢量代数、多元函数微分法、二重积分与曲线积分、无穷级数，书末附有习题答案。

全书结构严谨，说理浅显，叙述详细，例题较多，便于自学。适用于邮电高等函授教学，也可作为工程技术人员的自学用书或参考书。

邮电高等函授教材

高 等 数 学

下册

吴留芳　编

*

人民邮电出版社出版发行

北京朝阳门内南竹杆胡同 111 号

北京顺义兴华印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

*

开本：850×1168　1/32　　1995 年 8 月　第一版

印张：10.5　　1995 年　8　月北京第1次印刷

字数：279　千字　　印数：1－7000　册

ISBN 7-115-05671-4/G・328

定价：14.00 元

目　录

第八章　空间解析几何　矢量代数

在平面解析几何中，通过坐标法，把平面上的点与一对有序实数、平面上的图形与方程对应起来，从而用代数方法来研究平面几何问题。与此相仿，空间解析几何也是通过坐标法，把空间的点与三个有序实数、空间图形与方程对应起来，从而达到用代数方法来研究空间的几何问题的目的。

在这一章里，首先建立空间直角坐标系，然后介绍矢量及其运算，并以矢量为工具讨论空间的平面和直线，最后简要介绍几种常见的二次曲面及空间曲线。

基本要求：

（1）理解空间直角坐标系。

（2）理解矢量的概念。

（3）熟悉单位矢量及矢量的坐标表达式。掌握用矢量的坐标表达式进行矢量的运算（和、差、数乘、数量积、矢量积）。会求两个矢量的夹角。掌握两个矢量平行与垂直的条件。

（4）了解平面方程（点法式、一般式），直线方程（一般式、标准式、参数式），会根据已知条件求平面或直线方程。

（5）了解空间曲面方程的概念。知道常用的二次曲面方程及其图形。知道以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程及其图形。

（6）知道空间曲线的参数方程，会求简单空间曲线在坐标平面上的投影。

第一节　空间直角坐标系

一、空间点的直角坐标

过空间一定点 o，作三条互相垂直的数轴 ox、oy、oz，它们都以 o 为原点，并且有相同的长度单位。这三条数轴分别叫做 x 轴（横轴）、y 轴（纵轴）、z 轴（竖轴），统称为坐标轴。一般地，将 x 轴和 y 轴放在水平面内，而 z 轴则放在铅垂线上；它们的正方向要符合右手规则，即用右手握住 z 轴，当右手四指从正向 x 轴以 $\frac{\pi}{2}$ 的角度转向正向 y 轴时，大拇指的指向就是 z 轴的正方向，如图 8－1 所示。这样，就构成了一个空间直角坐标系。三条轴的交点 o 叫做坐标原点（或原点）。

三个坐标轴中的任意两个坐标轴所确定的平面称为坐标面。x 轴和 y 轴所确定的平面称为 xoy 平面，类似可以定义 yoz 平面、zox 平面。

三个互相垂直的坐标面把空间分成八个部分，每一部分叫做一个卦限，其序号编排如图 8－2 所示。

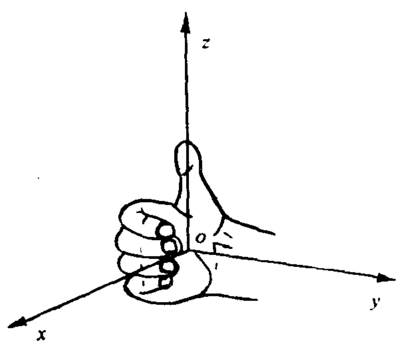

图 8－1

有了空间直角坐标系，就可以建立空间的点与有序数组之间的对应关系。

设 M 为空间一已知点，过 M 作三个平面，分别垂直于 x 轴、y 轴和 z 轴，并和它们相交于 P、Q、R 点（图 8－3）。如果 P、Q、R 在对应坐标轴上的坐标分别为 x、y、z，于是空间的点 M 就唯一地确定了一个有序数组（x、y、z）。

反之，给出一组有序实数(x,y,z)，则可在x轴上取坐标为x的点P，在y轴上取坐标为y的点Q，在z轴上取坐标为z的点R，然后通过P、Q、R分别作垂直于x轴、y轴、z轴的平面，这三个平面的交点M便是以有序数组(x,y,z)为坐标的点。这样任给一组有序实数(x,y,z)，也唯一地确定了空间一个点M。

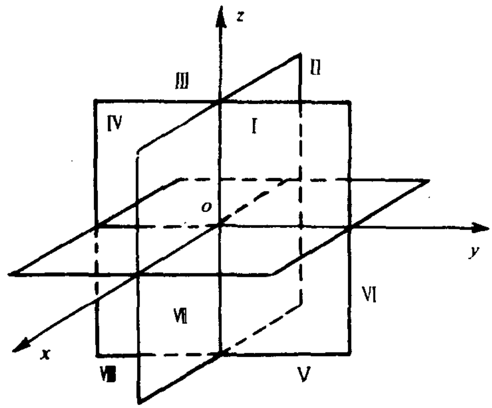

图 8－2

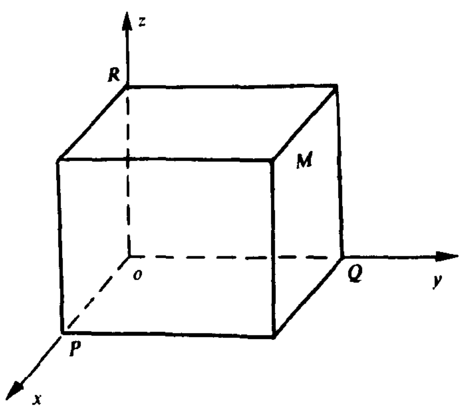

图 8－3

所以，空间点M与有序数组(x,y,z)是一一对应的。我们把(x,y,z)叫做点M的坐标，x叫横坐标，y叫纵坐标，z叫竖坐标。

显然，原点的坐标为$O(0,0,0)$；x轴、y轴、z轴上的点的坐标分别为$(x,0,0)$、$(0,y,0)$和$(0,0,z)$；xoy、yoz和zox坐标面上的点的坐标分别为$(x,y,0)$、$(0,y,z)$和$(x,0,z)$。

在各卦限内的点的坐标的符号如下表所示

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
x	+	−	−	+	+	−	−	+
y	+	+	−	−	+	+	−	−
z	+	+	+	+	−	−	−	−

二、两点间距离

设空间两点 $M_1(x_1,y_1,z_1)$、$M_2(x_2,y_2,z_2)$，求这两点间的距离 $|M_1M_2|$。

分别过 M_1、M_2 点作平行于坐标面的平面，这六个平面组成一个以 M_1M_2 为对角线的长方体(图 8－4)。

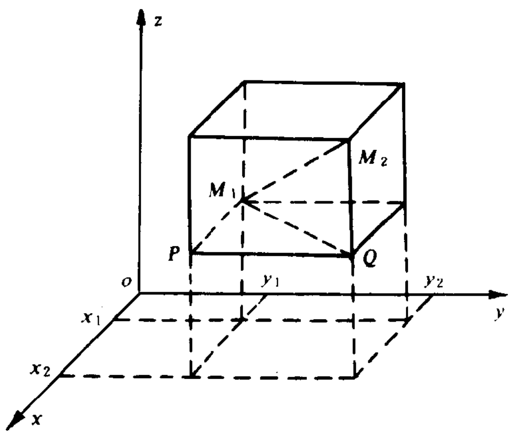

图 8－4

由于$\triangle M_1QM_2$ 为直角三角形，$\angle M_1QM_2$ 为直角，所以

$$|M_1M_2|^2 = |M_1Q|^2 + |QM_2|^2,$$

又$\triangle M_1PQ$ 也是直角三角形，$\angle M_1PQ$ 为直角，所以

$$|M_1Q|^2 = |M_1P|^2 + |PQ|^2,$$

于是

$$\begin{aligned}|M_1M_2|^2 &= |M_1P|^2 + |PQ|^2 + |QM_2|^2 \\ &= (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2。\end{aligned}$$

从而得到两点间的距离公式

$$d = |M_1M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}。\quad (1)$$

特殊地，点 $M(x,y,z)$与原点 $O(0,0,0)$的距离为

$$d = |OM| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}。\quad (2)$$

例 1 已知两点 $A(-1,0,2)$与 $B(3,-2,4)$，求这两点间的距离。

解 将 A、B 两点坐标代入公式(1)，得

$$|AB| = \sqrt{(3+1)^2 + (-2-0)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{6}。$$

例 2 在 x 轴上找一点 P，使它到点 $Q(4,1,2)$的距离为 $\sqrt{30}$。

解 因为所求点 P 在 x 轴上，所以，设 P 点的坐标为$(x,0,0)$。由题意可知

$$|PQ| = \sqrt{30},$$

即
$$\sqrt{(x-4)^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{30},$$

两端平方，得 $(x-4)^2+5=30$，

解出 $x_1=9$， $x_2=-1$。

所以，所求的点为 $P_1(9,0,0)$和 $P_2(-1,0,0)$。

习 题 8-1

1. 在空间直角坐标系内画出下列各点：

(1) $A(4,3,5)$； (2) $B(1,2,-1)$；

(3) $C(-2,-3,1)$； (4) $D(4,-4,-4)$；

(5) $E(0,-7,2)$； (6) $F(3,0,0)$。

2. 设点 $M(3,2,2)$，试求：

(1) 与点 M 分别关于 x 轴、y 轴、z 轴对称的点的坐标；

(2) 与点 M 分别关于 xoy 面、yoz 面、zox 面对称的点的坐标；

(3) 关于原点对称的点的坐标。

3. 求点$(3,4,5)$分别到原点、x 轴、y 轴、z 轴的距离。

4. 求证以 $A(4,3,1)$，$B(7,1,2)$ 和 $C(5,2,3)$ 为顶点的三角形是一个等腰三角形。

5. 在 z 轴上求与点 $M(-4,1,7)$ 和点 $N(3,5,-2)$ 等距离的点。

6. 在 yoz 平面上，求与点 $A(3,1,2)$、点 $B(4,-2,-2)$ 和点 $C(0,5,1)$ 等距离的点。

7. 已知点 $A(4,-7,1)$ 和点 $B(6,2,z)$，且 $|AB|=11$，求 z。

第二节　矢量的概念　矢量的加减法及矢量与数量的乘法

一、矢量的概念

在实际问题中，存在着两种类型的量，其中一种量如长度、面积、体积、质量、温度、时间等，用一个数就完全可以表示它，这种只有大小的量称为数量或标量。此外，还有一种量，如力、位移、速度、加速度、力矩、电场强度等，这些量除了要用一个数字来表示它们的大小，还必须指出它们的方向才能确定，这种既有大小，又有方向的量称为矢量或向量。

数学中经常用有向线段来表示矢量，有向线段的长度表示矢量的大小，箭头所示方向表示矢量的方向。以 A 为起点、B 为终点的有向线段所表示的矢量记作 $\boldsymbol{AB}$（图 8－5）。有时也用黑体字母或上面带箭头的字母表示矢量，如 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 或 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 等。

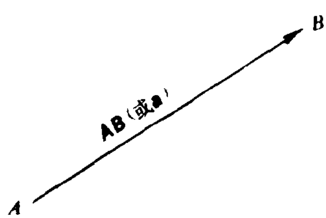

图 8－5

矢量的长度（即矢量的大小）叫做该矢量的模（或矢量的绝对值），矢量 $\boldsymbol{AB}$ 或 $\boldsymbol{a}$ 的模记作 $|\boldsymbol{AB}|$ 或 $|\boldsymbol{a}|$。模等于 1 的矢量叫做单位矢量，与矢量 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位矢量记作 $\boldsymbol{a}^0$。模等于零的矢量叫做零矢

量，记作 $\mathbf{0}$ 或 0，零矢量是起点和终点重合的矢量，其方向是任意的。

如果两个矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模相等，并且方向相同，则称这两个矢量是相等的，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$。因此，如果把一个矢量平行移动，则平行移动后得到的矢量与原来的矢量相等。这说明矢量相等仅决定于它们的大小和方向，而与它们起点的位置无关。这种与起点位置无关的矢量称为自由矢量。

与矢量 $\boldsymbol{a}$ 大小相等、方向相反的矢量称为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的逆矢量（或负矢量），记作 $-\boldsymbol{a}$。

二、矢量的加减法

根据力学中力的合成法则，作用于同一质点的两个力的合力等于以这两个力为邻边的平行四边形的对角线。由此得出矢量和的概念。

定义 1　矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和是以这二个矢量为邻边的平行四边形的对角线 $\boldsymbol{c}$，如图 8－6，记作 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$。

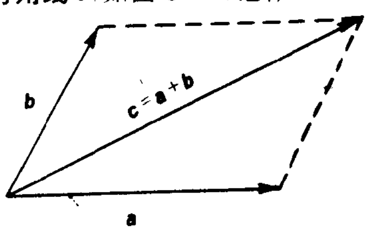

图 8－6

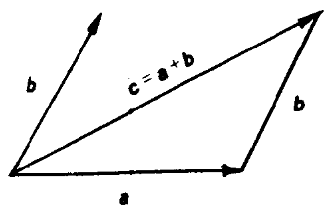

图 8－7

这种规定两个矢量和的方法叫做平行四边形法则。

如果两个矢量在同一直线上，则它们的和矢量是这样一个矢量：当这两个矢量是同方向矢量时，则它们的和矢量的模等于这两个矢量模的和，方向与两个矢量的方向相同；当这两个矢量是反方向矢量时，则它们的和矢量的模等于两个矢量模的差的绝对值，方向与模较大的矢量的方向相同。

由于我们所讨论的是自由矢量，因此可以平移矢量 $\boldsymbol{b}$，使 $\boldsymbol{b}$ 的起点与 $\boldsymbol{a}$ 的终点重合，那么由 $\boldsymbol{a}$ 的起点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点的矢量 $\boldsymbol{c}$ 就是 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

(如图 8—7)。这种求和矢量的方法叫做三角形法则。

三角形求和法则便于求多个矢量的和，如求矢量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{d}$ 的和矢量时，只要依次地把一个矢量的终点与另一个矢量的起点重合，使其首尾相接，由第一个矢量的起点为起点，最后一个矢量的终点为终点的矢量就是这四个矢量的和矢量，如图 8—8。

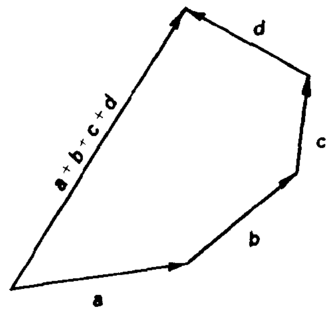

图 8—8

即使这些矢量不在同一平面上，上述求和的法则仍适用。例如图 8—9 中的矢量 $\boldsymbol{OA}$、$\boldsymbol{AB}$、$\boldsymbol{BM}$ 不在同一平面上，它

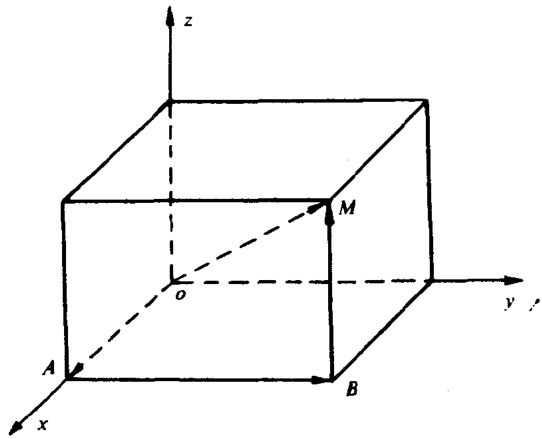

图 8—9

们的和矢量就是 $\boldsymbol{OM}$。事实上

$$\boldsymbol{OA}+\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{BM}=(\boldsymbol{OA}+\boldsymbol{AB})+\boldsymbol{BM}$$
$$=\boldsymbol{OB}+\boldsymbol{BM}=\boldsymbol{OM}。$$

矢量的加法符合下列运算法则：

(1) 交换律　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

(2) 结合律　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$。

定义 2　矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差等于矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的逆矢量 $-\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})。$$

特殊地　$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$。

由三角形法则可知，求矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，只需把 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的起点重合，则从 $\boldsymbol{b}$ 的终点到 $\boldsymbol{a}$ 的终点的矢量就是 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$（图 8－10）。

三、数量与矢量的乘积

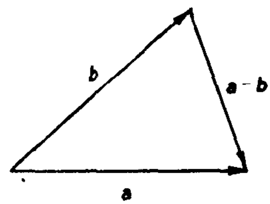

图 8—10

定义 3　数量 λ 与矢量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积仍是一个矢量，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$。$\lambda\boldsymbol{a}$ 的模等于矢量 $\boldsymbol{a}$ 的模的 $|\lambda|$ 倍，即

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|,$$

当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同，当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 方向相反。

特殊地，当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 为零矢量，方向不定。

设 $\boldsymbol{a}$ 为非零矢量，令 $\lambda=\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}$，则 $\lambda\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$，由于 $\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}>0$，因此 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同，又 $\left|\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}\right|=1$，所以 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 是与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位矢量，故

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|},$$

即
$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}^0。$$

上式表明：任一非零矢量都可以表示为它的模和与它同方向的单位矢量的乘积。因此，要求与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位矢量 $\boldsymbol{a}^0$，只需除以它的模 $|\boldsymbol{a}|$。

数量与矢量的乘积符合下列运算规律：

(1) 结合律　$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；

(2) 分配律　$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$，

$$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}。$$

其中 λ、μ 为数量。

根据数量与矢量乘积的定义可知，如果 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$（$\lambda$ 为数量），则矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行；反之，如果矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，则 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$。

思 考 题

1. 什么是矢量？

2. 在什么情况下两个矢量相等？如果 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，能够得出 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 的结论吗？反之，如果 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，能够得出 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 的结论吗？

3. 等式 $|\boldsymbol{a}|=|-\boldsymbol{a}|$ 成立吗？为什么？

4. 矢量能不能比较大小？

5. 非零矢量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 具有什么条件时，才能满足下列关系式？

(1) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$；　　(2) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$；

(3) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$；　　(4) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$。

习 题 8—2

1. 在平行四边形 $ABCD$ 内，设 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{AD}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示矢量 $\boldsymbol{MA}$、$\boldsymbol{MB}$、$\boldsymbol{MC}$ 和 $\boldsymbol{MD}$，这里 M 是平行四边形对角线的交点。

2. 已知矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=3$，求：$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 和 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的值。

3. 化简下列各式：

(1) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})-(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$；

(2) $m\boldsymbol{b}-n\boldsymbol{b}-(m+n)\boldsymbol{b}$；

(3) $(x-y)(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+(x+y)(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$；

(4) 设 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{v}=-\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，试用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 表示 $2\boldsymbol{u}-3\boldsymbol{v}$。

第三节　矢量的坐标表示法

前面讲了矢量的概念及矢量的线性运算.但这些只能靠几何画图来表示,对于矢量的运算和应用都极不方便。因此我们将引进矢量的坐标表示法,使矢量与空间的点形成对应关系,以便深入地讨论矢量以及它的运算。

一、矢量的坐标表示法

在空间直角坐标系中,若将矢量的起点移到坐标原点 O,则这个矢量完全由其终点所确定。反过来,任给空间一个点 M,总可以唯一确定一个矢量 $\boldsymbol{OM}$。因此,空间的点的坐标与起点在原点 O 的矢量是一一对应的。称矢量 $\boldsymbol{OM}$ 为点 M 对于点 O 的矢径。

对于任意矢量 $\boldsymbol{a}$,将其平移,使其起点落在原点 O 处,这时 $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标为 M。设点 M 的坐标为(x,y,z),由 M 作直线垂直于 xoy 平面,垂足为 P,再由 P 作直线垂直于 x 轴,垂足为 A(图 8－11),则

$$OA = x,\ AP = y,\ PM = z。$$

由矢量的加法法则可知

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{OM}=\boldsymbol{OA}+\boldsymbol{AP}+\boldsymbol{PM},$$

因 $$\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{OB},\ \boldsymbol{PM}=\boldsymbol{OC},$$

所以 $$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{OM}=\boldsymbol{OA}+\boldsymbol{OB}+\boldsymbol{OC}。$$

在坐标轴 ox、oy、oz 上以原点为起点,分别取与坐标轴同方向的单位矢量,并依次记作 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$,这三个单位矢量称为基本单位矢量。

由数量与矢量乘积的运算法则可知,

$$\boldsymbol{OA}=x\boldsymbol{i},\boldsymbol{OB}=y\boldsymbol{j},\boldsymbol{OC}=z\boldsymbol{k},$$

于是 $$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k},$$

上式称为矢量 $\boldsymbol{a}$ 按基本单位矢量的分解式。简记为 $\boldsymbol{a}=\{x,y,z\}$。这个表达式也称为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标表达式,x、y、z 称为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标,

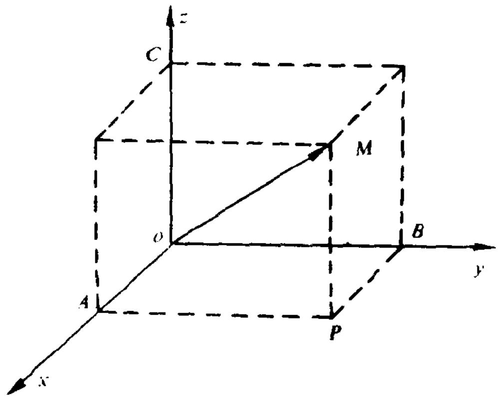

图 8－11

xi、yj、zk 称为矢量 a 在坐标轴上的分矢量。

有了坐标表达式，就可以把由几何定义的矢量运算转变为矢量坐标之间的数量运算。

设 $\boldsymbol{a}=a_1\boldsymbol{i}+a_2\boldsymbol{j}+a_3\boldsymbol{k}$，　$\boldsymbol{b}=b_1\boldsymbol{i}+b_2\boldsymbol{j}+b_3\boldsymbol{k}$，

那么

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充分必要条件是 $a_1=b_1, a_2=b_2, a_3=b_3$。

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(a_1+b_1)\boldsymbol{i}+(a_2+b_2)\boldsymbol{j}+(a_3+b_3)\boldsymbol{k}$，

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(a_1-b_1)\boldsymbol{i}+(a_2-b_2)\boldsymbol{j}+(a_3-b_3)\boldsymbol{k}$，

$\lambda\boldsymbol{a}=\lambda a_1\boldsymbol{i}+\lambda a_2\boldsymbol{j}+\lambda a_3\boldsymbol{k}$。

若记　$\boldsymbol{a}=\{a_1, a_2, a_3\}$，　$\boldsymbol{b}=\{b_1, b_2, b_3\}$，

则　$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{a_1\pm b_1, a_2\pm b_2, a_3\pm b_3\}$，

$\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3\}$。

由此可见，对矢量进行加、减及数量与矢量相乘，只须对矢量的各个坐标分别进行相应的数量运算。

例 1　设点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$，点 $M_2(x_2, y_2, z_2)$，求矢量 M_1M_2（图 8－12）的坐标表示式。

解　连接 OM_1、OM_2，则