

无扭曲模型法

Г. В. 罗曼諾夫斯基著

測繪出版社

Г. В. Романовский
СПОСОБ НЕИСКАЖЕННОЙ МОДЕЛИ
МОСКВА • 1948

本書系根据苏联1948年于莫斯科出版的“无扭曲模型法”譯出，著者是苏联技术科学博士罗曼諾夫斯基。書中闡述了有关无扭曲模型法的理論与应用。可供航空摄影測量教学与实际作業之用。

本書由張鴻珍同志翻譯，蔣杏江、韋日昇和李道义三同志校訂。

无扭曲模型法

98300字

著者	Г. В. 罗曼諾夫斯基
譯者	張鴻珍
出版者	測繪出版社 北京宣武門外永光寺西街3号 北京市書刊出版業營業許可證出字第零四號
發行者	新華書店
印刷者	人民大學印刷廠 旧鼓樓大街大石橋28号

印數(京)	1—3640册	一九五六年五月北京第一版
定價(10)	0.66元	一九五六年五月第一次印刷
開本	31"×43" 1/4	印張 4 1/4

目 錄

序言

一、立體模型的概念	3
二、標準攝影情況	6
三、將一般航空攝影情況化為標準情況	9
四、將近似垂直航空攝影化為標準情況	12
五、航空像片的相對方位元素及測定相對方位元素的精度要求	15
六、採用茹科夫法進行航空像片的定向	28
七、根據所測的上下視差確定航空像片的相對方位元素	31
八、立體模型各點假定坐標的計算及立體模型的比例尺的確定	35
九、立體模型的大地定向	38
十、在一個立體像對範圍內測定高程	43
十一、在兩相鄰立體像對範圍內測定高程	50
十二、康新連續法在無扭曲模型法中的應用	58
十三、在長條攝影航綫上建立立體模型	57
十四、航綫模型的定向	60
十五、測定地面各點高程的精度	67
十六、採用無扭曲模型法作業的發展前途	78

附錄

1. 加入投影差改正數的透明板	83
2. 根據 φ 值圖表和大地定向圖表確定像片的傾斜角	84
3. 引用像平面的變換	86
4. 確定雙重模型引用基綫的關係	88
5. 用連續法測定地面各點高程的精度	91
6. 確定各點橫坐標和縱坐標的圖解法	96
7. 蘇聯某測繪科學研究所進行的實驗工作	98
8. 蘇聯部長會議測繪總局西北航空大地測量分局進行的 實驗工作	109

序 言

在空中立體攝影測量的微分法中，常採用標準攝影情況（或叫做理想攝影情況）下的公式計算高差。這時，要將所測左右視差的改正數當作航空像片假定傾斜角的函數求出，也就是當作航空像片對於某一假定水平面的傾斜角的函數求出。同時，把航空像片的假定傾斜角當作相鄰航空像片相對方位元素的函數求出，而把相鄰航空像片的相對方位元素，當作所測上下視差的函數求出。這樣確定所測左右視差改正數的方法，需要比較多的計算工作。因此，很自然的就會去尋求所測左右視差的改正數和所測上下視差之間的直接關係。有這樣一個例子，還遠在一九三七年，當時領導測繪總局新西伯利亞航測大地分局立體測量區隊的 Ф.А. 卡查敏工程師，他爲了要求出左右視差改正數與上下視差之間的直接關係，曾經提出必須重新檢查用以計算所測左右視差改正數的公式。

然而，左右視差改正數與上下視差之間的關係，不是很簡單的。在最簡單的情況下，把左右視差的改正數當作三個角（構成立體像對兩像片之橫傾斜角和兩像片與基綫組成之角的差）的函數求得，而爲了測定這些角度至少必須在立體像對的三個點上量測上下視差（像片在儀器中定向時，要消除兩主點上的上下視差），如果是這樣，那麼所求的改正數至少應該是三個點的上下視差的函數。因爲左右視差改正數與上下視差都是立體像對航空像片相應點坐標的非直綫的函數，所以左右視差改正數與上下視差之間的關係是很複雜的。

一九四四年以後，這個問題由技術科學博士 М.Д. 康新教授出乎意外地很簡單地解決了，隨後在一九四五年五月我單獨地求出了下面這個公式：

$$\frac{Q}{q} = \frac{x}{y} \cdot$$

在此公式中， x 和 y ——在像片上量測的點的坐標， Q ——該點左右視差的改正數， q ——該點的上下視差。

M.Д. 康新曾經用解析法求得了上面的公式。我在設計攝影測量儀器——輻射糾正儀的時候，又用幾何法求出了上面的公式。本書所述是我求出的解決此問題的方法。

一九四五年六月，M.Д. 康新和我在一起討論了用攝影測量法測定高程時運用這一等式的可能性。我們與中央測繪科學研究院，同時組織了用新方法進行攝影測量加密高程的初次實驗工作。關於這次實驗工作的結果，在中央測繪科學研究院學術委員會的一次小組會上，M.Д. 康新和我共同做了傳達。後來，M.Д. 康新在製成專門儀器——斷面繪圖儀以後，就把自己的注意力集中到以攝影測量法測定高程的新方法，也就是所謂「無扭曲模型法」的運用上去。爲了改進無扭曲模型法，並使它適於現有的空中攝影測量儀器，我繼續進行了理論上的研究和實驗工作（見附錄7）。我得出了第三章所述的把一般攝影情況化爲標準情況的一般理論；研究出了確定縱坐標甚小的各點左右視差改正數的理論和實用的方法，爲此曾引用了輔助值 φ （見第四章）；研究了構成雙重模型和在航綫上構成立體模型的方法；選定了確定各點正射投影的方法，以及規定了各個過程的要求和限差，本書對這方面有所敘述。因此，這本書可以算是我個人和我所領導的同志們進行之研究工作和實驗工作的總結。

一九四六年七月，M.Д. 康新曾在測繪總局西北航空大地分局作了關於無扭曲模型法的報告，並給該分局工作人員留下了如何應用這一方法的簡要說明材料。然後，西北航空大地分局根據無扭曲模型法進行了實驗，實驗工作的結果載於附錄8中。這樣，就有了大量的實驗資料，這使我們有理由認爲無扭曲模型法是可以在作業中廣泛應用的。因此，有必要寫出這本書，幫助作業人員了解這種方法的理論。

在本書中沒有寫出所測左右視差改正數的公式，這些公式能將所測左右視差化到整條攝影航綫的一個假定水平面上；也就是說沒有寫出將整條攝影航綫建立爲一個立體模型時所用的公式，通常此項工作是利用微分法進行的。可見，用無扭曲模型法作業時最好是建立相互

重疊的單模型，同時採用最簡單的公式計算所測左右視差的改正數；由於加入了新的工作過程——將各單模型聯結為整條航綫的一個總的模型，所以這種簡單又得到了「補償」。然後根據野外高程控制點用一般的方法將整條航綫的模型進行定向。

無疑地，無扭曲模型法還須要進一步改進，特別是技術過程方面的改進。本書中幾乎沒有涉及到利用無扭曲模型法確定各點橫坐標和縱坐標的問題。同時可以推想到，在很多情況下，特別是對於山區，採用無扭曲模型法確定各點橫坐標和縱坐標要比平面輻射三角測量所需要的時間少，同時精度也高得多。

最後，我認為應該向以下同志表示深切的謝意：П.А. 謝華金同志，他保證完成了大量的實驗工作；科學研究助理員 Д.И. 維列索夫，他組織了此項實驗工作，並對各個過程都提供了很多寶貴的合理化建議；科學研究助理員 М.М. 齊爾科娃，她直接領導了作業員，並親自完成了最重要的過程；同時科學研究助理員 С.М. 哈勒夫琴科，也提供了很多寶貴的意見，在最後校閱此書時我採納了這些有價值的意見。

В.Б. 羅曼諾斯基

一、立體模型的概念

假定攝影時航空像片佔有如圖 1 所示的位置，同時假定地表面的某一地區顯示在左像片 P' 和右像片 P'' 上。這個地區的任何一點上都有兩條投影光綫相交，這兩條光綫叫做相應光綫。其中，一條相應光綫通過左投影中心 S' ，在左像片上構成點的影像，另一條相應光綫則通過右投影中心 S'' ，並在右像片上構成點的影像。

如果地面的影像固定在 P' 和 P'' 平面上，那麼這個影像的投影光綫在空間也有固定的位置。我們取掉地表面，同時保持航空像片及其投影中心的位置，投影光綫的空間位置就不會遭到破壞。因而，相應投

影光綫的相交不會遭到破壞，並且各相應光綫諸交點的幾何位置構成一表面，此表面與我們取掉的地表面完全相同。相應光綫相交而構成的這一表面，稱為所攝物體的立體模型（在上面這種情況下就稱為地面的立體模型）。在攝影測量中，稱相應光綫交點的幾何位置為物體的立體模型，不管這個模型與所攝物體相似與否。可是以後我們所討論的，僅限於與所攝物體相似的模型。

假如不致於破壞立體模型的相似性的話，便可以用改變距離 $S'S''$ （稱它為攝影基綫）的方法改變立體模型的比例尺。其實，我們在直綫 $S'S''$ 上標出 (S'') 點，並通過這一點作一直綫平行於投影中心 S' 所屬的投影光綫。這樣一來，我們就獲得以 (S'') 為頂點的新投影光束，此光束與頂點為 S' 的光束相似。這時，新投影光束的任何一條光綫同樣與其相應光綫相交，從而確定了新立體模型各點的位置。三角形 $S'(S'')(A)$ 與三角形 $S'S''A$ 相似，三角形 $S'(S'')(B)$ 與三角形 $S'S''B$ 相似等等。這些三角形的相似，證明基綫為 $S'(S'')$ 時所獲得的立體模型與基綫為 $S'S''$ 時所獲得的立體模型相似。

兩投影光束連同相應光綫相交所構成的立體模型，好像一個堅固的體系，可以在空間任意移動。因此，有了物體的立體模型，並不等於決定了這個物體的空間位置，或者說並不等於決定了立體像對兩航空像片的空間位置。構成立體模型以後，只能在任意選擇的坐標系中確定物體各點的坐標。

如果模型內有三個點（不在一條直綫上）的坐標 X 、 Y 、 Z 為已知，那麼便可以確定立體模型的比例尺和它在空間的位置。其中兩點的三個坐標都應該是已知的，而第三點僅知一個坐標即可。例如：知道 A 和 B 兩點（見圖1）的坐標 X_a 、 Y_a 、 Z_a 和 X_b 、 Y_b 、 Z_b ，就可以根據 A 和 B 兩點間的距離將立體模型化為所求的比例尺，並且可以根據 AB 直綫將立體模型定向。那麼立體模型只剩下一個自由度，也就是說立體模型只能繞 AB 直綫旋轉。因此還必須有一個控制點—— C 點，此點不在 AB 直綫上，且僅有一個坐標是已知的。對於航空攝影測量來說，如果 C 點的豎坐標 Z_c 是已知的，那麼就能夠以最高的精度完成立體模型的定向。

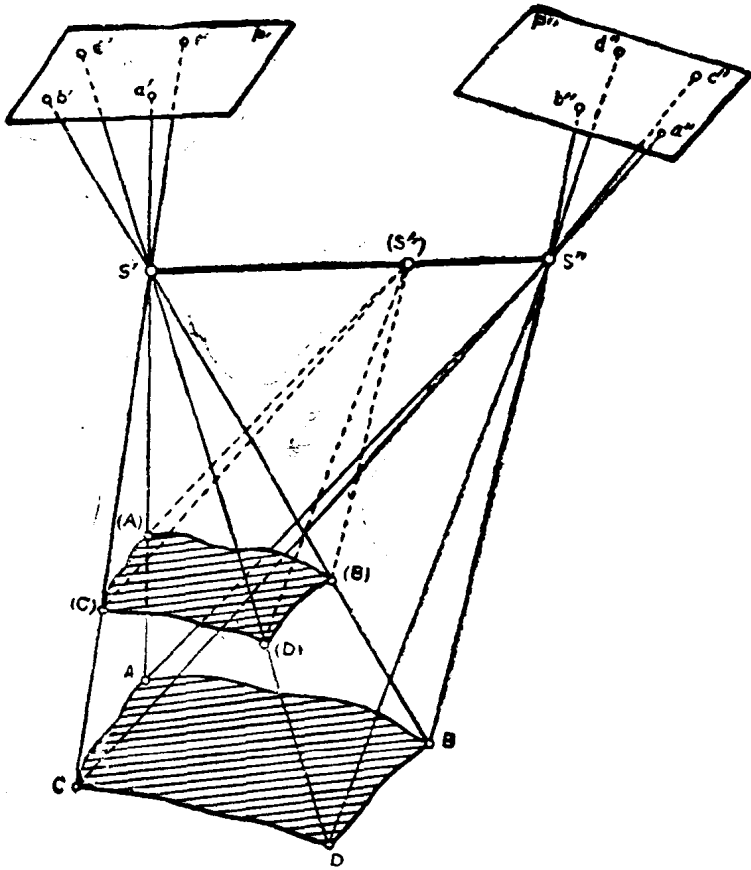


圖 1

將立體模型化為規定的比例尺並在空間定向以後，便可以根據已確定的坐標系，而不是任意的坐標系，來測定立體模型中任一點的坐標。以後我們把在模型外部定向以前得到的立體模型各點的坐標叫做假定坐標，而把外部定向以後得到的立體模型各點的坐標叫做大地坐標。

無論用光學機械法，或是用解析法，都可以構成立體模型。第一種情形：將航空像片安置在特製的投影器中，在投影器內恢復與攝影地面時所存在的光束相似的投影光束。讓這些光束得到相應光綫相交

的相對位置，這樣就構成了立體模型，然後再量測所構成的立體模型各點的坐標。而第二種情形：在每一張航空像片的像平面內量測各像點的坐標。用這種方法對每一點求出左像片上的數值 x' 和 y' 以及右像片上的數值 x'' 和 y'' 。在一般情況下，只要量得數值 x' 、 y' 和 x'' 、 y'' 的點不少於五個，就可以算出立體模型各點的假定坐標。立體模型各點的假定坐標 X' 和 Y' 與立體像對左像片上這些像點的坐標 x' 、 y' ，以及與右像片上這些像點的坐標 x'' 、 y'' 之間的關係，都是用複雜的公式來表示的。只有在標準攝影情況時，這些公式才變得極為簡單。因此，在作業中首先要將測出的數值 x' 、 y' 和 x'' 、 y'' 化爲標準攝影情況，然後再計算立體模型各點的假定坐標。

把根據像片測出的各點的坐標化爲標準攝影情況下各點應得的坐標有多種方法，在這本書中我們只研究其中的一種。根據這些已經化算的坐標，利用極簡單的公式就可以算出立體模型（此模型與攝影地面相似）各點的坐標，也就是說算出無扭曲立體模型的各點的坐標。

二、標準攝影情況

組成立體像對的兩張像片在同一平面上，而且投影中心 S' 和 S'' 與這一平面的距離 $S'o'$ 和 $S''o''$ 相等，這種攝影情況叫做標準攝影情況（圖2）。

我們取左像片的投影中心 S' 作爲空間坐標的原點，直綫 $S'S''$ 作爲橫坐標軸；並且使縱坐標軸與像平面平行，而豎坐標軸與像平面垂直。這樣，豎坐標軸就與左像片的主光綫重合，且相交於左像主點 o' 。各軸的方向如圖2所示（左邊的坐標系）。

我們取左像片和右像片的橫坐標軸與直綫 $o'o''$ 重合。同時，把左像主點 o' 當作左像片上的坐標原點，而把右像主點 o'' 當作右像片上的坐標原點。

設空間點 A 具有坐標 X' 、 Y' 、 Z' ，它在左像片上以坐標爲 x' 和 y' 的 a' 點表示，而在右像片上則以坐標爲 x'' 和 y'' 的 a'' 點表示。不難看

出:

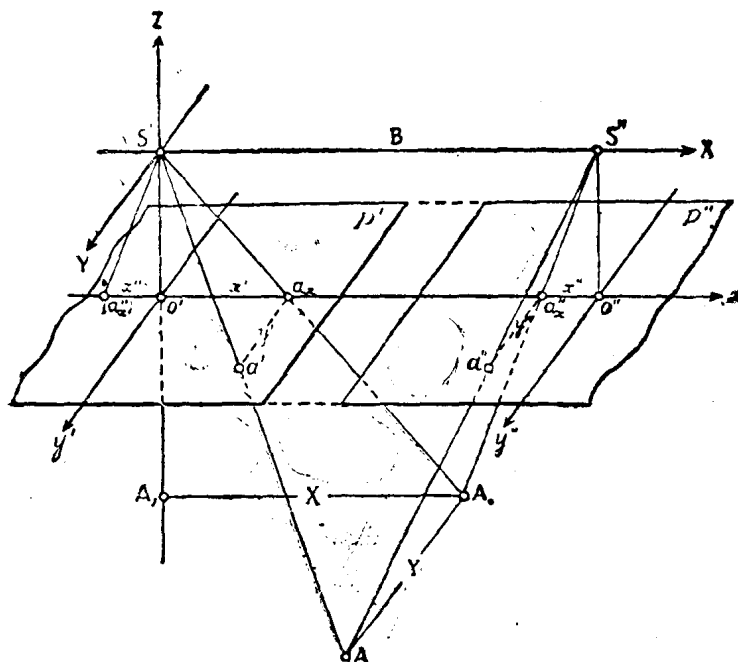


圖 2

$$X' = x' \frac{Z'}{f}, \quad (1)$$

$$Y' = y' \frac{Z'}{f}, \quad (2)$$

式中: Z' —— A 點的豎坐標 ($S'A_z$ 線段);

f —— 航攝儀鏡箱焦距 ($S'o'$ 和 $S''o''$ 綫段)。

爲了確定 Z' 值, 我們將 a' 點和 a'' 點投影到 x 軸上, 因而在 x 軸上得到 a'_x 和 a''_x 兩點。其次再過 S' 點作一條與 $S''a''_x$ 直綫平行的直綫 $S'(a''_x)$, 這樣就獲得三角形 $S'(a''_x)a'_x$, 此三角形與三角形 $A_0S''S'$ 相似。 A_0 點是 A 點在 XZ 平面上的投影。根據上面各相似三角形看來:

$$Z' = -f \frac{B}{(a''_x)a'_x}, \quad (3)$$

式中 B ——攝影基綫。

將求得的數值 Z' 代入公式(1)和(2)中,同時用字母 P 表示 $(a''_x)a'_x$ 綫段的長度,我們就獲得計算立體模型各點坐標的實用公式:

$$X' = x' \frac{B}{p}, \quad (4)$$

$$Y' = y' \frac{B}{p}, \quad (5)$$

$$Z' = -f \frac{B}{p}. \quad (6)$$

$(a''_x)a'_x$ 綫段等於 $(a''_x)o'$ 和 $o'a'_x$ 兩綫段之和。 $o'a'_x$ 綫段等於 $+x'$,而與 a''_xo'' 綫段相等的 $(a''_x)o'$ 綫段等於 $-x''$ 。因此

$$p = x' - x'' \quad (7)$$

p 值稱為左右視差。

左像片和右像片上所求像點的縱坐標差叫做上下視差 q :

$$q = y' - y'' \quad (8)$$

在標準攝影情況下,三角形 $S'a'a'_x$ 與三角形 $S'AA_0$ 相似,而三角形 $S''a''a''_x$ 與三角形 $S''AA_0$ 相似。因為在 $X'Y'Z'$ 坐標系中, a' 、 a'_x 、 a'' 、 a''_x 各點的豎坐標都等於 f ,而 A 和 A_0 點的豎坐標都等於 Z' ,所以 $a'a'_x$ 和 $a''a''_x$ 綫段相等。因而在標準攝影情況下,左像片和右像片上相同點的縱坐標相等,也就是說,這時的上下視差 q 等於零。若上下視差不等於零,這就證明不是標準攝影情況。

實際工作中往往不計算立體模型各點的豎坐標,而計算這些點對某一點的坐點增量 $\Delta Z'$ 。我們用數字1表示某點,並根據公式(6)寫出它的等式:

$$Z'_1 = -f \frac{B}{p_1}.$$

假設

$$\Delta Z' = Z' - Z'_1. \quad (9)$$

那麼

$$\Delta Z' = f \frac{B}{p_1} \cdot \frac{f - p_1}{p},$$

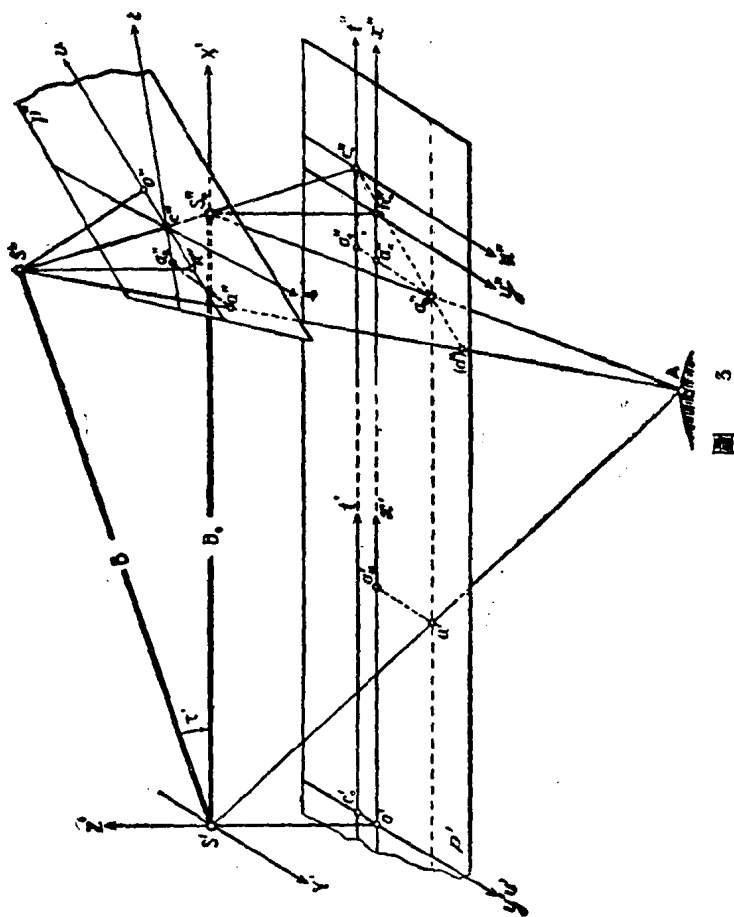
或

$$\Delta Z' = -Z'_1 \frac{P-P_1}{p} \quad (10)$$

左右視差較 $P-P_1$ 通常以 ΔP 表示。

三、將一般航空攝影情況化為標準情況

圖3表示最一般的航空攝影情況，這時，航空像片 P' 和 P'' 不在一



個平面內；航空像片的焦距 $f' = S'o'$ 和 $f'' = S''o''$ 互相不等；而且攝影基綫既不平行於平面 P' ，也不平行於平面 P'' 。

我們的任務是將在平面 P' 和 P'' 中所測定的橫坐標和縱坐標值，化為標準攝影情況所應得的數值。

爲了解決這個問題，必須選擇一個平面，這個平面應包含有假想爲標準情況下的航空像片。以後我們把這種像片叫做引用像片，而這種像片所在的平面叫做引用像平面。

引用像平面可以任意選擇（例如：平行於攝影基綫 $S'S''$ ）。然而，爲了使這一問題的解決簡單起見，我們選擇引用像平面與左像平面重合。同時，爲同一目的我們取引用像片的焦距等於左像片的焦距，即等於綫段 $S'o'$ 。選擇引用像平面的時候，左像片 P' 就是引用像片，這樣不僅往往會使這一問題的解決簡化，而主要的是在實際應用上述方法時減少了計算工作。事實上，我們將左像片當作引用像片以後，僅僅計算右像片上所測橫坐標（ x'' 值）的改正數，就可以由一般攝影情況化為標準情況。若是引用像平面在任何其他位置時，則無論右像片或左像片上的橫坐標改正數都需要計算，並且還要計算在左像片上量測的縱坐標的改正數（ x' 、 x'' 和 y' 值的改正數）（註）。

設直綫 $c''v$ 爲 P'' 平面與通過主光綫 $S''o''$ 且垂直於 P' 平面的平面之交綫，而 n'' 點爲垂直於 P' 平面的投影光綫之跡點。光綫 $S''c''$ 是 $n''S''o''$ 角的二等分綫，此光綫使我們分別地在 P' 和 P'' 兩平面上得到 c'_0 和 c'' 兩點的位置。用中心投影將 P'' 平面投影到 P' 平面上的時候， c'' 和 c'_0 兩點就是等角點。 P'' 平面內的任何一個以 c'' 爲頂點的角都等於此角在 P'' 平面上的投影。在坐標軸相互投影，而坐標原點與等角點 c' 和 c''_0 重合的條件下，由於各角相等，就使我們能夠求出 P'' 和 P' 平面內各相同點坐標間最簡單的關係。

我們在 P'' 平面內選擇一個直角坐標系 r 和 s ，其坐標原點爲 c'' ，並設 P' 平面內的坐標軸 t'' 和 u'' 分別爲坐標軸 r 和 s 的投影。顯然， $t''u''$ 坐標系的原點是與 c'_0 點重合，並且 $t''u''$ 坐標系也是直角坐標系。設 a''

註：選擇引用像平面與右像平面重合時，屬於例外（詳見附錄3）。

和 (a'') 兩點分別為 A 點在 P' 和 P'' 兩平面上的影像。 $c''a''$ 方向綫與 r 軸組成的角度等於 $c_0''(a'')$ 方向綫與 t'' 軸組成的角，因此

$$\frac{t''}{u''} = \frac{r}{s}, \quad (11)$$

式中： r 和 s ——在 P'' 平面內選擇的任意點 a'' 的坐標；

t'' 和 u'' —— P' 平面內直綫 $c''a''$ 的影像 $c_0''a_0''$ 上任何一點的坐標。

現在我們看到： $c''a''$ 方向綫和 $c_0''(a'')$ 方向綫，是直綫 $S''c''$ 和 A 點所在的平面與兩平面 P'' 和 P' 的交綫，因此，右投影中心沿直綫 $S''c''$ 的移動，使得 P' 平面內 A 點的影像只沿直綫 $c_0''(a'')$ 移動。由此看出，如果等式(11)不被破壞，便可以沿 $S''c''$ 直綫移動右投影中心。

爲了化爲標準攝影情況，我們將右投影中心移到 S_0'' 點， S_0'' 點在直綫 $S''c''$ 上，並且離開 P' 平面的距離爲 f'' 。同時 A 點的影像移到 a_0'' 點。設 n_0'' 是從 S_0'' 點到 P' 平面的一條垂綫的垂足，那麼引用像片的橫坐標軸將與 $o'n_0''$ 直綫重合，而這些像片的縱坐標軸將通過 o' 和 n_0'' 兩點。

目前對於在 P'' 平面內確定坐標軸 r 和 s 的方向，還沒有提出任何要求。現在假定選擇這些坐標軸方向的時候，使坐標軸的投影 t'' 和 u'' 分別地與坐標軸 x'' 和 y'' 平行。延長 t'' 軸使與 y' 軸相交於 c_0' 點，並取此點作爲左像片上坐標系 $u't'$ 的原點。

a' 點的縱坐標 y' 應等於 a_0'' 點的縱坐標 y'' ，因此這兩點的縱坐標 u' 和 u'' 應相等：

$$u'' = u'. \quad (12)$$

因而，等式(11)可以寫成下面的形式：

$$t'' = r \frac{u'}{s}. \quad (13)$$

我們發現

$$x'' = t'' + a'', \quad (14)$$

或

$$x'' = r \frac{u'}{s} + a'', \quad (15)$$

式中 a'' ——坐標系 $x''y''$ 中的 c_0'' 點的橫坐標。

在 $o'x'y'$ 坐標系內，以 b' 表示 c' 點的縱坐標（註）。

那麼

$$y' = u' + b'. \quad (16)$$

不難看出

$$a'' = f' \operatorname{tg} \frac{\Delta \alpha_x}{2}, \quad (17)$$

$$b' = -f' \operatorname{tg} \frac{\Delta \alpha_y}{2}. \quad (18)$$

$\Delta \alpha_x$ 角是主光綫 $S'o'$ 和 $S''o''$ 在 $X'Z'$ 平面上的投影之夾角，而 $\Delta \alpha_y$ 角是這兩條光綫在 $Y'Z'$ 平面的投影之夾角。

一般最好不直接計算 x'' 值，而計算 $r-x''$ 之差。由公式(15)應得：

$$r-x'' = -r \frac{u'-s}{s} - a''.$$

如果量測坐標的時候，在左像片上取 t' 軸作為橫坐標軸，而在右像片上取 r 軸作為橫坐標軸，那麼 $u'-s$ 之差就是上下視差 q ，此上下視差在立體坐標量測儀這類儀器上直接測得，並且量測的精度比量測縱坐標本身的精度要高。因此，可按下式求得左右視差的改正數 $dp = r-x''$ ：

$$dp = -r \frac{q}{s} - a'',$$

或

$$dp = Q - a'', \quad (19)$$

這裏

$$Q = -r \frac{q}{s}. \quad (20)$$

如果回到公式(10)，同時用 p' 表示所測的左右視差較，那麼即得：

$$\Delta Z' = Z'_1 \frac{p' - p'_1 + Q - Q_1}{p' + Q - a''}. \quad (21)$$

a'' 值對於立體像對內所有各點都是不變的，但是要為立體像對

註：為了明瞭起見，圖3是按照 $\Delta \alpha_y < 0$ 畫的。

上每一個觀測點確定 Q 值。

相互投影的 t' 軸和 r 軸，如同 t' 軸一樣，都是含有非引用基綫 B 和引用基綫 B_0 的平面的跡綫，這是很重要的。實際上， t' 軸和 t'' 軸是與平行於直綫 $o'n_0''$ 的直綫 c'_0 、 c''_0 重合的，而直綫 $o'n_0''$ 又平行於基綫 B_0 ，因此 t' 軸和 t'' 軸與基綫 B_0 同在一個平面內，但這個平面包含有直綫 c''_0S'' ，因而基綫 B 也在這個平面內。

由此可以看出：右像片上 r 軸所通過的空間點的影像，應該與左像片上 t' 軸通過的空間點的影像相同。

四、將近似垂直航空攝影化為標準情況

上面所有的推論，對於最一般的航空攝影情況來講都是正確的。直到現在，無論是對於航空像片的焦距之差，還是對於其傾斜角之差，都還沒有加以任何限制。然而，實際上用解析法構成模型的時候，僅採用大約在同一高度攝影的近似垂直航空攝影像片，而且立體像對是利用同一航攝儀攝取的航空像片組成，也就是由焦距完全相等的航空像片組成。這一切就使我們可以在以後作出一系列的假設；航空像片的焦距不同，且有着任意傾斜角的時候，就不可能產生這些假設。

如果像片的傾斜角不超過 3° ，同一航綫內相隣像片縱傾斜角的差 $\Delta\alpha_x$ 和橫傾斜角的差 $\Delta\alpha_y$ 不超過 2° ，並且同一航綫內相隣像片攝影高度差 ΔH 不超過20公尺的範圍，那麼這種近似垂直航空攝影是合乎要求的。通常， $\Delta\alpha_x$ 約為 $40'$ ， $\Delta\alpha_y$ 約為 1° ，而 ΔH 約為10公尺。

假如以後考慮到 $f' = f''$ ，且 $\Delta\alpha_x$ 角和 $\Delta\alpha_y$ 角都很小，那麼我們便可以研究計算 Q 值的方法〔見公式(20)〕。

我們要注意到，對於立體像對所有的點來說，都是以固定的精度測定上下視差 q 和縱坐標 s 的。因而， q 和 s 值越小，則測定這些數值的相對誤差就越大。 q 值與 s 值會同時化為零，所以 $s=0$ 時， $q:s$ 之比是不定的。因此，自然只是對縱坐標最大的各點，根據測出的 q 和 s 值來

計算 $q:s$ 之比，而立體像對其餘各點的這一比值是用計算法或圖解內插法求出。這樣不僅可以提高計算 Q 值的精度，而且立體像對全部所求點的上下視差，就不必量測了。將來我們就能看到，用後一種方法可以得到很好的作業效果。

用 φ 表示 $q:s$ 之比，即

$$\varphi = \frac{q}{s}. \quad (22)$$

那麼將有

$$Q = -r\varphi. \quad (23)$$

現在我們來求 φ 值。圖4表示引用的和非引用的右航空像片在垂直於 B_0 基綫的平面（ $Y'Z'$ 平面）上的投影。

我們認為 $n''S''c''$ 角等於 $c''S''o''$ 角，並且其中每個角都等於 $\frac{1}{2}\angle\alpha_y$ （註）。那麼三角形 $a''_r a''_k$ 將是等腰三角形，即其邊 $s = a''_r a''_k$ 和 $m = a''_r k$ 相等：

$$s = m. \quad (24)$$

由於三角形 $a''S''k$ 與三角形 $AS''A_u$ 相似，所以我們得到：

$$m = U \frac{d}{Z''}, \quad (25)$$

式中： U ——綫段 AA_u ，此綫段與引用右像片 P' 的跡綫平行；

d —— S'' 點與 a''_k 綫段之間的距離；

Z'' —— S'' 點與 AA_u 綫段之間的距離。

由於三角形 $AS''_o A_u$ 和 $a''_o S''_o c''_o$ 相似，應得：

$$U = -Z' \frac{u''}{f}. \quad (26)$$

由此我們得出：

$$u'' = s \frac{Z'' f}{Z' d}. \quad (27)$$

因為 $q = u'' - s$ ，所以

註： 當 $\angle\alpha_x = \angle\alpha_y = 1^\circ$ 的時候， $n'S'c'$ 角與 $c'S'o'$ 角之差大約為 $1'$ 。