

农业中的数学模型

农业及与之有关科学若干问题的数量研究

〔英〕 J. 法朗士 J. H. M. 索恩利 著
金之庆 高亮之 主译

农 业 出 版 社

农业中的数学模型

农业及与之有关科学若干问题的数量研究

〔英〕J. 法朗士 J. H. M. 索恩利 著

金之庆 高亮之 主译

农业出版社

Mathematical Models in Agriculture

A Quantitative Approach to Problems in
Agriculture and Related Sciences

J. France, PhD

Senior Scientific Officer, Biomathematics Division,
Grassland Research Institute, Hurley, Maidenhead

J. H. M. Thornley, MA, DPhil

Head, Biomathematics Division,

Grassland Research Institute, Hurley, Maidenhead

Butterworth & Co (Publishers) Ltd

First published 1984

农业中的数学模型

农业及与之有关科学若干问题的数量研究

[英] J. 法朗士 J. H. M. 索恩利 著

金之庆 高亮之 主译

* * *

责任编辑 徐建华

农业出版社出版 (北京市朝阳区农展馆北路2号)

新华书店北京发行所发行 农业出版社印刷厂印刷

850 × 1168mm 32开本 14.125印张 355千字

1991年11月第1版 1991年11月北京第1次印刷

印数 1—940册 定价 8.85元

ISBN 7-109-01691-9/S·1120

译 者 的 话

传统的农业研究大多是定性描述，数理统计方法的应用使农业研究在定量方面取得重大进展。但囿于其固有缺陷，统计方法并不能对有关数量关系从机理上作合理解释，亦难以考虑不同水平上的众多因子对研究对象的综合影响。因此统计模型仍属于经验模型的范畴。其研究结果在外延时必然会受到地区等条件的限制。统计方法还要求有较大的资料样本数，而对于周期较长的农业试验来说，这意味着费工、费时。

“科学只有当它成功地运用数学的时候才能达到完善的地步”（马克思语）。现代农业科学家从物理、化学等其他自然科学领域取得的辉煌成就中受到启迪，正力图使生理、生态遗传和生物化学等学科的理论同数学有机地结合，并用产生的模型来描述、解释和最终解决农业科研和生产上所遇到的问题。电子计算机技术的飞速发展为实现上述目标提供了有力的手段。

英国草原研究所的France和Thornley合著的这本书系统地总结了国际上农业数学模型的最新进展，其内容之广泛，构思之新颖以及可读性之强在各类农业教科书中是不多见的。鉴于目前国内各农业院校尚未开设这方面的课程，因此译者认为有必要将其译成中文，以飨广大对农业数学模型感兴趣的读者。

我国著名的农业气象和作物模型专家高亮之研究员对本书的翻译极为重视，他于百忙之中亲自翻译了其中的五章。李秉柏、黄耀、方娟、朱建辉和葛道阔同志亦参加部分章节的翻译工作。译稿中有一部分承江苏省农业科学院和南京农业大学的姜诚贯、袁从祯、江广恒、万传斌、范必勤和周行等教授核对、审阅，在

此专致谢忱。本书的译文最后由金之庆作了统校。

本书涉及的专业面宽，不乏新的概念，加上译者水平有限，故译文中疏漏和欠妥之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

金之庆志于江苏省农业科学院

一九八九年四月二十一日

前 言

农业及与之有关的学科正处于迅速革新的时期。实验和思维的数量化方法日益盛行起来。今天，数学被公认是描述实验结果以及把实验结果与研究者的构思和理论统一起来的最适合的工具和唯一的途径。用哲学和方法论学者的语言来说，农业科学似乎正变得“成熟”起来，并迈进了科学研究占主导地位的“正规”阶段。正规的科学是以理论的主体（提出的假说）与观察结果具有较好的一致性为特征的。这些理论可用来解释和预测所观察到的现象。研究方法的进步是实验和假说之间，观察和理论之间不断高度相互影响的结果，并总是伴随着精确度、普遍性和解释能力的提高。由于从物理学、化学、分子生物学和生物化学的研究成果中获得启迪，我们正进入一个令人鼓舞的时代。我们可以在未来的多年内取得扎实而显著的进展，并将改变农业的面貌。

本书作为一本教科书，将有利于促进上述的进程。但它并不是一本农业或生物学的教科书，几乎没有涉及到农业或生物学的新概念。我们的主要意图是教农业科学家们何时和怎样用数学来表达他们的设想，如何对产生出来的数学模型求解以及怎样把模型的预测值同实验数据进行比较。这是许多大学至今未取得显著成效的一个领域。

一切同农业科研和教学有关的人们，包括从事农业推广工作的科学家，都会发现本书的价值——在计算机革命持续进行之际，恰当地编成程序的数学模型对于把研究结果传递给指导者和农民，都是有效的工具。本书是农业及有关学科的研究生必不可少的读物，程度较好的大学生亦可从学习中获得裨益。

这本教科书的题材新，没有正规的教学经验可资借鉴，因此作者力图使之适合于自学。书中提出的问题尽可能和答案要点一并列出。由于书中所涉及的各问题的发展阶段和需用的数学类型都存在着很大的差别，因此数学的水平也参差不齐。计算机的出现，使上世纪和本世纪初常用的冗长繁杂的数学分析不再需要了。在此过程中把问题列为公式是一个基本的，而且是最富于创造力的步骤；问题的求解可能是乏味的、但却是比较简单的。掌握了代数、微积分和常规微分方程的普通知识，就能满足阅读本书中大部分内容的要求。凡采用的比较先进的技术，在课文和书末的词汇表中都作了介绍和解释。

本书的内容可从目录中一目了然。作者试图使之包括我们认为与农业科学家有密切关系的领域。但作者的经验和能力有限，不可避免地在很大程度上影响到选题及其处理的深度。统计方法虽然重要，但本书没有给予适当的论述，因为农业科学家可以参阅其他统计方面的专著。本书前五章的总论在阅读后面各章之前应首先阅读。其余八章有些具有独立的性质，可以不按顺序阅读；有些则相互关联，浑为一体，读者不难从各章的标题中分辨出来。

作者要感谢草原研究所的前所长Alec Lazenby，他同意并鼓励作者从事于这一写作计划。作者还要向众多的、特别是生物数学研究室的同事们致谢，他们允许作者采用共同研究成果中的思想和材料。作者还感谢Pam Berridge承担了冗长而费事的手稿打印和编辑工作。

最后，由于编著一本研究领域正在迅速变化之中的教科书是相当困难的，因此作者欢迎指出本书中不恰当的实例和问题，遗漏，错误和矛盾之处，并提出改进的建议，它们都会受到作者的重视。

J. 法朗士

J. H. M. 索恩利

(金之庆译，姜诚贯校)

目 录

第一章 数学模型在农业和农业研究中的作用	1
引言	1
数学模型是什么?	1
一个简单的动态模型	3
农业和农业研究	4
农业研究——科学的实质	5
基础研究、应用研究和开发	6
研究的效益和耗费	8
经济评价与研究成果的补充	9
描述和理解。分级：系统与子系统	10
描述和理解	10
分级：系统和子系统	11
研究模型和管理模型	13
模型的类型	14
经验和机理模型	14
静态和动态模型	15
确定性和随机性模型	16
模型对研究和管理的贡献：小结	16
练习	17
第二章 技术：动态确定性模型	19
引言	19
变量	19
状态变量	19
速率变量	20

辅助变量	20
驱动变量	21
参数与常数	22
微分方程	22
显式时间相依性	24
存储函数与延迟	25
数值积分	26
欧拉 (Euler) 法	27
二阶方法: 梯形法	29
高阶方法	30
刚性方程 (Stiff equation)	31
方法的选择	33
拟合过程	35
实验数据	35
预测数据	35
残差的计算	36
拟合参数的置信区间	38
计算机应用小结	40
一个程序例子	41
练习	46
第三章 技术: 数学规划	48
引言	48
数学列式	49
例子	50
图解法	53
计算机解法	56
实例	63
列式	64
求解	66
专题	69
矩阵生成程序和报表书写程序 (Matrix generators and	

report writers)	69
参数规划	70
整数规划	73
可分规划	75
动态规划	80
练习	83
第四章 模型的检验与评价	86
引言	86
模型的结构	87
数学方程	88
解模型方程	90
预测以及同实验的比较	91
灵敏度分析: 参数排序和模型的简化	91
练习	93
第五章 生长函数	94
引言	94
生长方程	96
骤然截止的简单指数生长	98
单分子方程	98
逻辑斯蒂 (logistic) 生长方程	100
库柏茨 (Gompertz) 生长方程	103
理查兹 (Richards) 生长方程	105
强特 (Chanter) 生长方程	109
指数多项式	112
异速生长	115
动物与植物模型中的生长函数	116
练习	117
第六章 天气	119
引言	119
时间	120

历法换算.....	120
时差.....	121
辐射	122
太阳天顶角和方位角, 昼长.....	122
辐射日接受量的季节变化.....	124
辐射的日变化.....	126
辐射的角分布.....	129
温度	131
雨量	133
风速	137
练习	138
第七章 植物与作物过程	142
引言	142
光的截获	143
作物.....	143
单株植物或植物的株行.....	145
不连续冠层.....	146
光合作用	148
叶光合作用.....	148
作物的光合作用.....	149
呼吸作用	151
现象学方法.....	152
生物化学方法.....	153
呼吸作用的底物——平衡分析.....	155
生长性与维持性呼吸的再循环模型.....	158
干物质及其成分的分配	160
经验方法.....	161
优先性, 动态分配.....	162
功能性方法.....	163
分配的机理方法.....	165
养分吸收	168

一个简单模型.....	168
一维作物模型概述.....	171
练习	172
第八章 作物响应和模型	174
引言	174
水分利用和吸收	174
水分利用效率.....	175
蒸腾模型.....	176
土壤水分平衡.....	179
彭曼-蒙蒂斯方程的简单推导	179
肥料效应	181
一般静态效应函数法.....	183
对氮、磷和钾的逆多项式效应.....	185
发育	191
积温或日一度规则.....	192
昼长和其他环境因子.....	193
春化作用.....	194
温度对发育的影响和Arrhenius 方程.....	195
作物产量：种植密度响应.....	196
响应函数的概述.....	197
产量：密度响应的机理基础.....	199
作物生长模型.....	202
经验模型.....	203
机理模型.....	206
建立作物模型的经验和机理.....	217
练习	218
第九章 植物病虫害	220
引言	220
植物病害	221
作物损失的估算.....	221
病害的预测与防治.....	222

植物病害模拟模型	223
虫害、捕捉者和寄生物	225
无年龄结构的捕食者—捕获物模型	225
时间延迟效应	229
一个具有延迟效应的系统	230
一个简单的流行病学模型	232
具有年龄结构的模型: Leslie (莱斯利) 矩阵方法	232
一个生物防治模型的例子	234
练习	236
第十章 动物过程	237
引言	237
消化作用	238
一个瘤胃模型	238
代谢作用	250
一个有关反刍动物吸收能的利用效率模型	251
练习	270
第十一章 动物产品	272
引言	272
乳牛的牛奶生产	272
泌乳模型综述	273
泌乳作用的机理模型	283
肉类生产	290
生长方程	291
异速生长	293
屠体成分	294
蛋类生产	294
练习	298
第十二章 农场规划与控制: I	300
引言	300
资源分配	301
作物生产	304

放牧和保护.....	306
放牧.....	306
保护.....	311
练习.....	319
第十三章 农场规划与控制: II	321
引言	321
乳牛业	321
牛肉生产系统	324
羔羊和其他家畜系统	326
淘汰	328
日粮定量	329
练习	336
词汇表	338
二项式分布	338
扩散	340
对偶性	342
特征值	343
F-分布	344
傅里叶分析.....	346
最小二乘法.....	348
似然	349
马尔可夫过程	350
蒙特卡罗法.....	351
偏微分法	352
部分分式	353
回归	354
t-分布	356
时间序列	357
练习答案	359

第一章 数学模型在农业和农业研究中的作用

引言

做为本书的序篇，这一章的目的是用建立模型的基本语言和概念，介绍一、两个简单的数学模型。重要的是应理解数学与农业实践和农业研究的关系。后者又与农业实践的改进有关。模型可以通过不同的方式对研究和生产做出贡献，所采用的方法在很大程度上取决于研究者的目的。

数学模型是什么？

数学模型是一个或一组描述系统行为的方程。例如，图 1.1 表示一种生长曲线，它也许是以不同的喂饲量喂养动物的一个实验的结果。由于多种原因，实验者大概希望用以下数学方程来表示图 1.1 中的各试验数据：

$$G = G_1 \frac{F}{K + F} - G_2 \quad (1.1)$$

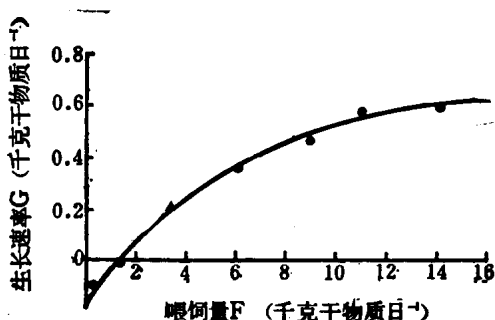


图 1.1 表示不同喂饲量 (F) 对动物生长速率 (G) 影响的假设实验

●为实验数据；实线为拟合方程(方程(1.1))。

式中 F 是动物的喂饲量, G 是动物的生长速率。 F 和 G 均为变量, 可取不同的数值。 F 称为自变量, 因为实验者可将 F 固定在一定的数值上——他希望包括的喂饲量的不同水平范围; G 称为依变量, 它不受实验者的直接控制, 其值依赖于所选的 F 值的不同水平。 G_1 、 G_2 和 K 称为参数, 对一条 (例如在图 1.1 中画出的) 曲线它们各自取固定的值。不难看出 G_1 、 G_2 和 K 对图 1.1 中的曲线所起的作用; 如果喂饲量 F 为零, 则生长速率 $G = -G_2$, 表示动物的体重在下降; 如果 F 值很大, 则 $F/(K+F)$ 趋近于 1, 这时生长速率 G 趋近于 $G_1 - G_2$; 参数 K 反映出图 1.1 中曲线的陡度, 当 G 位于其最小值 ($F=0$ 时) 和最大值 (F 很大时) 之间一半时, K 就等于 F 值。简言之, 参数 G_1 、 G_2 和 K 分别描述了方程 (1.1) 的渐近线、截距和最大响应的半值。

方程 (1.1) 常被称做直角双曲线, 因为它具有两条相互垂直的渐近线, 即

$$F \rightarrow \infty \quad G \rightarrow G_1 - G_2 \quad (1.2a)$$

和

$$F \rightarrow -K \quad G \rightarrow -\infty \quad (1.2b)$$

两条直线 $G = G_1 - G_2$ 与 $F = -K$ 互相垂直。

在生物学或其他领域, 类似图 1.1 中报酬递减类型的响应曲线是很常见的, 象作物对肥料的养分响应, 作物的光合作用响应, 植株和叶片对光的响应以及酶反应速率对底物的响应都是例子。

值得注意的是, 图 1.1 中的曲线并没有准确地通过各实验数据点, 因此方程 (1.1) 的数学模型仅给出了这些数据的近似表达, 并具有一定的误差。考虑方程 (1.1) 本身不过是重新描述和概括了这些数据, 并没有给我们以任何有关的新的知识。后面我们还将详细讨论描述和理解 (或经验和机理) 之间的重要差异。

为了绘出图 1.1 中的实线, 事先须用方程 (1.1) 对实验数据

进行“拟合”——即对方程中的3个参数 G_1 、 G_2 和 K 进行调整，使该实线同各试验数据点尽可能地密切相重合。假定上述实验是以不同年龄或不同物种的动物为研究对象的，人们将期望那些概括了响应曲线的参数（假定方程（1.1）仍描述各种情况下的实验数据）会具有不同的值。这些参数差异大概会引起科学家们很大的兴趣，而象图1.1中这类经验性模型的使用，对揭示这些效应仍不失为有效的方法。

一个简单的动态模型

方程（1.1）是一静态模型，它不含时间变量 t ，这类模型有很多是有效的。然而，还存在着另一类非常重要的模型，称做动态模型；它们含时间变量 t ，常被用来描述事件的时间过程。

下面是个简单的动态模型的例子：

$$W = W_0 + bt \quad (1.3)$$

W 是有机体（动物或植物）的重量， t 为时间， W_0 和 b 分别为参数。 W_0 是 W 在零时间（ $t=0$ ）上的值， b 是生长曲线的斜率。方程（1.3）的图形如图1.2所示。

然而，表达动态模型更常见的是其微分形式，即使用一个或多个一阶微分方程。将方程（1.3）两边对时间 t 微分，有

$$\frac{dW}{dt} = b \quad (1.4)$$

如用文字来叙述，方程（1.4）阐明了生长速率 dW/dt 是一个常数，实际上它等于参数 b 。

方程（1.3）和（1.4）这类模型很不现实，大多由有效的动态模型得到的微

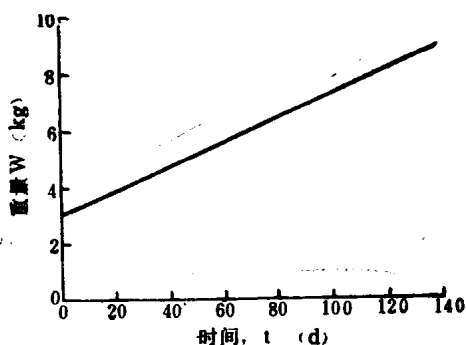


图 1.2 一个简单的动态生长模型

方程（1.3）代表有机体的重量 W ，它随着时间 t 变化。