被控对象的动态误差和起伏误差

〔苏联〕A. H. 修根

国防工业出版社

被控对象的动态误差和起伏误差

〔苏联〕A. H. 修根

赵厚君 譯

国防工業出版社

内容简介

本书的目的是确定被控对象相对于其理想运动彈道的偏离的数值、特性和物理实质。在設計被控对象时是以这种理想运动彈道为基础的。

本书从性质上对那些影响被控对象运动精度的主要因素作了近似的估算。同时簡明叙述了包括被控对象在内的系統中所发生的基本物理过程。为了便于閱讀，在第一部分簡要地叙述了有关的数学方法。

本书可供制导和飞行理論方面的工程技术人員和大学师生閱讀。

ДИНАМИЧЕСКИЕ И ФЛЮКТУАЦИОННЫЕ
ОШИБКИ УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ
А. Н. Шукин
ИЗДАТЕЛЬСТВО "СОВЕТСКОЕ РАДИО" 1961

被控对象的动态误差和起伏误差
赵厚君譯

国防工業出版社 出版
北京市书刊出版业营业許可証出字第074号
新华书店北京发行所发行　各地新华书店經售
国防工业出版社印刷厂印装

850×1168 1/32　印張 5 1/4　133 千字
1965年7月第一版　1965年7月第一次印刷　印数：0,001—1,800册
統一书号：15034·899　定价：(科六) 0.80元

目 录

緒　言

实际上，任何时候都不能使导弹准确地命中所指定的点。有許多原因会使导弹偏离目标，按其引起的原因，誤差可分为两类。

第一类誤差（或称偏差）是由于导弹不能准确地执行所获得的指令，特别是由于不能即刻地执行指令而产生的。这种偏差的产生，是因为导弹弹体本身以及整个控制設备的各种装置都具有惯性，以致对导弹运动条件所需要的变化响应迟緩的緣故。这种誤差称为动态誤差或称为动态偏差。

第二类誤差是由于指令本身不准确而引起的，指令誤差是由于目标和导弹运动的訊息中以及在傳遞指令时存在干扰而引起的。由于这种干扰是无規則的随机干扰，所以由于这种干扰所引起的誤差（或偏差）称之为起伏誤差（偏差）。

像任何其它分类一样，动态誤差与起伏誤差的区分在一定程度上是具有假定性质的。实际上，这两种誤差和引起它們的原因一样，是相互紧密交錯和相互作用的。但是，为了分析被控对象运动时所发生的过程，这种划分是十分有益的，因为这将使我們能較深刻地去理解这些过程，并且能更好地去控制它們，也就是說将动态誤差和起伏誤差的合成誤差减小到最低限度。

如果在每一瞬間都能准确地确定动态誤差及起伏誤差的数值，并从而能对导弹的实际运动弹道作出相应的修正，那么就可以得到所謂“运动学弹道”。因此，“运动学弹道”乃是导弹沿之运动曲綫，此时导弹在确定目标和导弹的位置与运动时不受随机干扰，且导弹以及产生和执行控制指令的整个設备都沒有惯性。

除运动学弹道外，还可建立一条动态弹道。后者也是导弹沿之而运动的一条曲綫，此时考虑整个系統的惯性影响，但无引起

起伏誤差的干扰作用。

在同一瞬間，运动学彈道与动态彈道上相应点之間的距离即是动态偏差值，或称为动态誤差值。运动学彈道与目标相交时的动态誤差就是脱靶距离的动态分量数值。

在同一瞬間，动态彈道与实际彈道上相应点之間的距离即是起伏偏差值或称为起伏誤差值。此誤差即确定了运动学彈道与目标相交时的脱靶距离起伏分量数值。

如果說引起动态誤差的根源是彈体和所有控制設备諸环节的慣性，那么产生起伏誤差的根源主要是电阻、电子仪器及电路中其它元件所产生的噪声干扰，这种干扰迭加在产生目标和导彈运动信息的有益信号和控制信号上。除接收裝置本身所产生的起伏噪声干扰外，还有由于受控对象本身（目标及导彈）所产生的信号不稳定而引起的起伏干扰。

产生动态誤差和起伏誤差的原因不同，誤差的性质也不同。

动态誤差的符号由运动学彈道的类型来确定，因为动态誤差本身是由于彈体及整个控制系統对运动条件的变化响应迟緩所引起的。运动学彈道愈平緩，且导彈的速度愈小，則动态誤差就愈小。

起伏誤差所固有的特点是它們所造成的偏差具有随机性。因此，在沒有系統的誤差时，起伏誤差所引起的脱靶将以同样的概率偏右或偏左，偏上或偏下。

包括导彈在內的系統的慣性以各种各样的方式影响着动态誤差和起伏誤差的数值。

系統的慣性愈小，系統所产生的动态誤差愈小。但导彈对随机起伏干扰的响应却愈强烈，愈迅速。相反系統內随机扰动愈平稳，則导彈对控制指令的响应愈迟緩，动态誤差就愈大。

这些相互矛盾的影响使得选擇确定系統慣性之特性参数的自由常常受到限制。此外系統参数的选擇对保証整个控制系統及其元件的稳定性也有很大影响。

最不希望的是，导彈在所給指令的作用下改变其运动方向时

沿新的运动方向作长时間的減幅振蕩。而且絕对不允許产生下述这样的状态，即由于被控对象对控制指令的响应迟緩而引起摆动及使导弹失去运动的稳定性。因此，为了減少动态誤差及起伏誤差，通常不能在較大的范圍內改变系統的參数。

适当地选擇控制規律，就能够在一定程度上減小动态誤差。这种控制規律把目标运动与相应时刻的导弹位置及其速度方向联系起来，并且决定着导弹的运动学彈道。

任何現代的自动被控对象都是一种由互相連結的元件所組成的复杂元件鏈。这些元件的种类很多，其中有：在运动过程中与周圍环境相互作用的运动对象本身，用来控制导弹运动方向的电气、液压或气动机构（这些都是机电系統）、陀螺仪、用来接收目标运动訊息并产生控制指令的彈上电子設备以及用来自动跟踪目标的电气及机械元件等。有时当用跟踪目标的雷达制导头、热力制导头或其它裝置将导彈自动导向目标时，或者根据給定的程序作自主运动时，控制系統的所有元件都集中安装在导彈上。在其它情况下，控制設备的一部分不裝置在运动对象上，这一部分設备用来接收目标及导彈的座标訊息（或仅是其中一个座标的訊息），并对这个訊息进行加工整理，同时根据系統所采用的控制規律向导彈发送指令。

在一切情况下，自动控制导彈运动的特点是：信号通过控制設备的整个元件鏈由电信号变成机械信号，或相反地由机械信号变成电信号。作为起始信号的是运动着的导弹和目标的瞬时位置。

例如，在借助于地面雷达設备将地空导彈导向空中目标的情况下，所用的地面雷达就能测量目标和导弹的座标，并确定它們的相对位置。地面設备根据这些数据将产生指令并給导彈发送指令，迫使导彈按前面所讲过的运动学彈道运动。导弹将所接收的指令变成控制信号并作用在导彈舵面上，使导弹相对于目标轉入一个新的位置。这个新位置又成为地面产生新的指令及弹上产生新的控制信号的依据。当导弹进行自动寻的时，在很多情况下控制指令是根据弹軸与目标方向之間所形成的夹角而产生的。

在有些系統中，控制指令只是根据目标的运动而产生的，此时只須周期性地观察导彈的位置，当导彈偏离規定的运动学彈道时向导彈发送补充指令。

尽管由彈体和用来自动地控制其运动的設备所构成的系統在結构原理上有着显著区别，但这些系統的原理图均如图1所示。

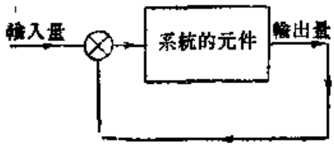

图 1

系統原理图的其它方案，我們将在后面研究，这里只較詳細地研究图1所示的系統原理图，因为这一系統图能使我們非常清楚地了解导彈自动控制迴路里所发生的过程以及弄清在这种情况下所发生的现象的一些基本关系。

导彈的实际綫座标或角座标与导彈运动学彈道的座标之間的差值是随时間而变化的。当此差値作用于图1所示的四端网路的輸入端时，端上同样也形成随时間而变化的导彈座标，这些座标是由于指令作用的結果而产生的，而指令則是根据实际彈道与运动学彈道座标之差而产生的。导彈的新座标值重新与运动学彈道的相应座标值比較，所得新的差值重又輸到四端网路的輸入端，如此等等。

图1所示的这种系統統称为带有反饋的自动調节系統。

例如，在最簡单的寻的情况下，比如在采用导彈軸綫与目标方向相重合的这种控制規律时，在表示导彈連同彈上整个控制設备的四端网路的輸出端上便产生表示导彈軸綫方向的角度。在四端网路的輸入端上同时作用着表示目标方向和导彈軸綫方向的角度。角度的差値，也就是导彈軸綫与目标方向之間的夹角的数値以电量形式或其它量的形式輸入四端网路的輸入端。在四端网路里根据此差值的大小和符号产生控制指令，此指令力图使这个差値减小到零，亦即使导彈軸綫与目标方向重合。

可以把造成被控对象相对于其平均运动彈道的无規則随机偏

离的干扰，看作是运动学彈道上相应各点与被控对象座标間之座标差数的随机变化。这种随机变化是由于有干扰时目标和被控对象的座标测定得不准确而引起的。

为了得出图1所示系統中所发生的过程的数学表达式并求出实际彈道座标偏离运动学彈道座标的数值，必須首先給出运动学彈道的方程，然后求出实际彈道的座标与“控制函数” $\varphi_{BX}(t)$ 之間的关系；$\varphi_{BX}(t)$ 乃是运动学彈道与实际彈道上相应各点之間的差值。問題在于确定系統的元件对运动学彈道与实际彈道之間的座标差值的响应。

为了确定整个控制机构对作用在其輸入端上的控制函数的响应，必須求出表示系統每个元件的輸入值与輸出值之間关系的数学表达式，并且必須順次地研究构成导彈控制系統的所有元件。分析这种系統的直接方法就是将构成此种系統的各个元件的輸入端数值与輸出端数值之間的关系用微分方程的形式表示出来。

在一般情况下，这些方程可能是綫性方程(可能是具有常系数或变系数的綫性方程)，但也可能是非綫性方程。对整个控制机构的所有元件順序地构成一个方程組，为了求出被控对象的运动学彈道与实际彈道間座标差值的瞬时数值，就必須解出这个方程組。

因此，分析导彈系統的直接方法就是列出并求解大量的微分方程。

甚至最簡单的被控对象，在其控制系統內，或者說在其控制迴路內，至少也都具有十个以上的不同的串联环节。因此，数学分析的任务可归結为求解由10～15个（而有时更多的）微分方程所組成的方程組。

尽管数字計算机的发展給高阶方程的数值积分带来了很大的可能性，但仍須有一种比較簡单的近似方法，以便能分析一些复杂系統（如导彈）的状态，而勿需每次都去解出全部微分方程。在进行这种近似研究时，眞实系統可用比較簡单的等效系統来代替。眞实系統的状态应当用許多微分方程所組成的方程組来描述，

而等效系統則可用較低阶的微分方程来描述。

在这种情况下，眞实系統与等效系統的状态的基本特点在性质和数量上均应是互相近似的。

当然，在一般情况下并不能証明，8～10阶的微分方程組可以用二阶方程来代替。然而，很多理由証明，尽管构成导弹眞实系統的元件总体非常复杂，但这种代替是可能的。証明这种可能性的理由如下所述。

使导弹稳定和沿規定方向运动的元件所組成的各种环节大部分都在极其不同的頻譜区內工作。由于这些环节在系統內是串联的，它們构成一个閉合控制迴路，因此某些环节（如探測目标的雷达和无綫电指令控制綫）內的高頻振蕩将被濾除，像相应的控制綫在脉冲状态下工作时的頻率振蕩一样，而这并不影响那些具有較大时間常数的环节（如导弹弹体、导弹的控制机构、自动跟踪机械系統等）的性质。

因此，当把导弹的元件总合看成是一个統一的整体时，可不必去注意那些描述高頻环节的方程式及相应的頻譜区。这样的簡化使我們大大地減少描述系統状态的方程式数目。因此，如果在設計与綜合一个系統时必須計算所有环节，那么在分析整个系統的性质时可以只考虑其低頻环节。

可以用較为簡单的等效系統来代替以高阶方程描述的实际系統的第二个理由是，在任何一个适于实用的导弹系統中，导弹的运动仅取决于它本身的座标及其一阶与二阶导数。不可能有这样一种导弹系統，在此种系統中导弹对加速度变化的响应与它对加速度本身或运动速度的响应是一样的。这是因为必須保証系統能在自然起伏干扰和扰动的条件下进行工作的緣故。若系統对輸入量的高阶导数的响应很强烈，那么系統(包括导弹弹体)在高阶导数数值很大的起伏干扰作用下将受到剧烈的顚簸。这种系統实际上是不适用的。

用等效系統来代替实际系統的第三个理由是，影响整个机构

功能的輸入量本身也是緩慢而平稳地随时間而变化的函数，其高阶导数并不很大。因此，在用数学方法来描述构成导弹閉合控制迴路的环节之总合体的性质时，可以仅限于較低阶的微分方程，而特別是二阶的微分方程。

在以后的叙述中我們处处都将认为对导弹的閉合控制迴路的上述这种簡化是可能的。至于等效迴路的参数数値（即相应的簡化微分方程中系数的数値），我們将在叙述过程中介紹一种根据整个系統的試驗数据来确定这些参数的可能的方法。

摆在我們面前的任务是确定由于各环节的慣性所引起的导弹动态誤差的大小，故以后我們将以下列論点作为依据：

1．动态誤差完全由导弹的运动学弹道参数、弹体本身以及控制迴路所有环节的慣性所确定；

2．导弹的状态可以用包括控制迴路所有环节的綫性微分方程組来描述；

3．描述导弹控制迴路性质的綫性微分方程組可以大大地簡化并可用不高于二阶的微分方程来代替，这个方程的系数根据实驗数据来确定。在很多情况下，如果在过渡过程所引起的扰动停止后导弹在弹道上处于稳定运动，則整个方程組的求解可以簡化。

在确定随机起伏誤差的大小时，我們将认为这些誤差是由于在有随机干扰的作用下，目标及导弹的运动参数数据測得不准确而引起的。

測量設备、接收設备、电磁波或声波的傳播介质的特性以及目标的运动特性等都是产生干扰的根源。

用无綫电方法測定座标时，影响座标精确度的最重要的因素之一就是起伏干扰。測定座标时的精确度同时还与設备的誤差和无綫电波的傳播路徑有关。但我們不拟研究这些誤差的来源，而把注意力集中在起伏誤差上。

測定座标时，除由于电阻中的电荷起伏及电子管和半导体管中的电流不均匀所引起的热噪声外，这种起伏或是由于电磁波輻

射的不固定性，或是由于測量被控对象座标的反射波的不固定性而引起的，以及或是由于信号傳播条件的无規則随机变化而引起的。

对起伏过程及其数学分析方法的大量研究，使我們現在已能十分精确地評价因起伏所引起的測量誤差的大小，并指出从减少起伏誤差的观点出发来設計較合理的系統的可能途徑。但是，严格的分析方法往往要求采用复杂而笨重的数学解算装置。严格而精确的計算結果与近似的、但較簡单的研究結果之間的差值，对工程設計或实驗数据的分析是沒有多大影响的。因此，下面我們将只对那些影响起伏誤差的基本因素作一个簡单的分析（这种分析是以所发生的現象的物理性质为基础的）。此外，还将推导出近似的但却足够簡单的数学关系式，来說明座标測量精度与起伏干扰的能量、信号的能量和无綫电設备的参数之間的关系。

为了测得具有实用精度的座标数值，必須使有用信号的强度大大超过起伏噪声的平均水平。后面我們所要研究的也正是这样一种情况。我們将不討論关于如何确定起伏噪声中有无微弱信号这一有趣而又复杂的問題。以后在分析影响动态誤差的因素和确定动态誤差的大小时，我們将采用运算微积方法来解微分方程，这种方法是以拉普拉斯变换为基础的。

我們将在研究干扰和有用信号成分內的振蕩頻譜及导彈控制迴路的頻率特性的基础上，来分析起伏干扰对导彈随机誤差的影响。所发生的各种过程的頻譜法或頻率法是以傅立叶变换为基础的。虽然大家已十分熟悉运用以拉普拉斯变换和傅立叶变换为基础的运算微积法和頻率法来分析用綫性微分方程描述的系統的状态，并且有关这些方法在很多文献中已有論述，但在下面仍将对这两种方法的基本原理作一个簡短的叙述，以便使讀者在以后引用个别公式和原理时不必去查找其它参考資料。

第一章　用来解綫性微分方程的运算微积法

1. 拉普拉斯变换

用运算微积法解綫性微分方程是以拉普拉斯变换为基础的。根据拉普拉斯变换，每一个仅对正的时間值（$t \geqslant 0$）考虑的分段平滑函数 $\varphi(t)$ 都有一个“象函数” $L|\varphi(t)| = F(p)$ 与之相对应，$\varphi(t)$ 称为“原函数”，$L|\varphi(t)| = F(p)$ 称为“象函数”。象函数的积分表达式为：

$$L|\varphi(t)| = F(p) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{-pt} dt, \qquad (1)$$

式中　p——复数 $\alpha + j\omega$ 称之为“运算子”。运算微积法的名称即由此而来。

拉普拉斯变换是单值对应的，即相对于每一个“原函数”只有唯一的一个“象函数”与之相对应，而且对每一个“象函数”也只有唯一的一个“原函数”与之相对应。

下面我們列出几个函数的拉普拉斯变换式：

阶跃函数

取函数 $\varphi(t)$ 为(图 2)：

当 $t < 0$ 时，$\varphi(t) = 0$；

当 $t \geqslant 0$ 时，$\varphi(t) = A$。

图　2

此时因为 $t \to \infty$ 时，$e^{-pt} \to 0$，故得：

$$L|\varphi(t)| = F(p) = A\int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \frac{A}{p}。 \qquad (2)$$

如果 $A = 1$，則得 $F(p) = \frac{1}{p}$。

諧波函数

在 $t \geqslant 0$ 的区間里，$\varphi(t)=\sin\Omega t$。

$$\sin\Omega t=\frac{e^{j\Omega t}-e^{-j\Omega t}}{2j},$$

因此得:

$$L|\sin\Omega t|=F(p)=\frac{1}{2j}\left[\int_0^\infty e^{-(p-j\Omega)t}dt-\int_0^\infty e^{-(p+j\Omega)t}dt\right]=$$

$$=\frac{1}{2j}\left[\frac{1}{p-j\Omega}-\frac{1}{p+j\Omega}\right]=\frac{\Omega}{p^2+\Omega^2}。\qquad(3)$$

在 $t \geqslant 0$ 的区間里，$\varphi(t)=\cos\Omega t$。

$$\cos\Omega t=\frac{e^{j\Omega t}+e^{-j\Omega t}}{2},$$

因此得:

$$L|\cos\Omega t|=F(p)=\frac{1}{2}\left[\int_0^\infty e^{-(p-j\Omega)t}dt+\int_0^\infty e^{-(p+j\Omega)t}dt\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{p+j\Omega}+\frac{1}{p-j\Omega}\right]=\frac{p}{p^2+\Omega^2}。\qquad(4)$$

綫性递增函数

在 $t \geqslant 0$ 的区間里，$\varphi(t)=Ct$。

$$L|Ct|=F(p)=C\int_0^\infty te^{-pt}dt=\frac{C}{p}\left|-te^{-pt}\right|_0^\infty+$$

$$+\frac{C}{p}\int_0^\infty e^{-pt}dt=\frac{C}{p^2}。\qquad(5)$$

指数函数

$\varphi(t)=e^{\beta t}$，$(\beta<\alpha)$。

$$L|e^{\beta t}|=F(p)=\int_0^\infty e^{-(p-\beta)t}dt=\frac{1}{p-\beta}\qquad(6)$$

比上述函数更为复杂的各种“原函数”的拉普拉斯“象函数”可見于許多专門的书籍[14]。一些較常見的函数巳列于本书附表2。

2. 拉普拉斯变换的性质

从拉普拉斯变换的定义（1）可得，它是綫性的。“原函数”乘以常系数时；它的象函数也同样乘以此系数，即如果

$$\varphi_1(t)=C\varphi(t),$$

式中 $C=\text{const},$

和 $$L|\varphi(t)|=F(p)=\int_0^\infty \varphi(t)e^{-pt}dt,$$

則 $$L|C\varphi(t)|=F_1(p)=\int_0^\infty \varphi_1(t)e^{-pt}dt=CF(p)。\quad (7)$$

原函数之和的象函数等于其象函数的和。即如果

$$L|\varphi_1(t)|=F_1(p) 及 L|\varphi_2(t)|=F_2(p),$$

則 $$L|\varphi_1(t)+\varphi_2(t)|=\int_0^\infty[\varphi_1(t)+\varphi_2(t)]e^{-pt}dt$$

$$=F_1(p)+F_2(p)。\quad (8)$$

导数的象函数

若 $F(p)$ 是原函数 $\varphi(t)$ 的象函数，則

$$L\left|\frac{d\varphi}{dt}\right|=\int_0^\infty \frac{d\varphi}{dt}e^{-pt}dt=\left|\varphi(t)e^{-pt}\right|_0^\infty+$$

$$+p\int_0^\infty \varphi(t)e^{-pt}dt=-\varphi(+0)+pF(p)。\quad (9)$$

符号 $\varphi(+0)$ 表示函数当 t 从正値方向无限趋近于零时的数值。

用类似于上面的討論可以得出，二阶导数 $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ 的象函数等于

$$L\left|\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right|=pL\left|\frac{d\varphi}{dt}\right|-\frac{d\varphi(+0)}{dt}=p^2L|\varphi(t)|-$$

$$-p\varphi(+0)-\frac{d\varphi(+0)}{dt}。\quad (10)$$

积分的象函数

$$L\left|\int\varphi(t)dt\right|=\frac{1}{p}L|\varphi(t)|+\frac{1}{p}\int_{t=0}\varphi(t)dt=$$

$$= \frac{F(p)}{p} + \frac{1}{p}\int_{t=0} \varphi(t)\,dt, \qquad (11)$$

式中　$F(p) = L\{\varphi(t)\}$。

利用公式

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du,$$

可以証明公式 (11) 的正确性；式中 $u = e^{-pt}$，$dv = \varphi(t)dt$。故得：

$$L\{\varphi(t)\} = \int_0^\infty \varphi(t)e^{-pt}dt = \left| e^{-pt}\int \varphi(t)dt \right|_0^\infty +$$

$$+ p\int_0^\infty \left[\int \varphi(t)dt\right] e^{-pt}dt = -\int_{t=0} \varphi(t)dt +$$

$$+ pL\left\{\int \varphi(t)dt\right\},$$

由此即得出公式 (11)。

用同样方法可以求出二重积分的象函数。

$$L\left\{\int\int\left[\varphi(t)\,dt\right]dt\right\} = \frac{F(p)}{p^2} + \frac{1}{p^2}\int_{当\, t=0} \varphi(t)\,dt +$$

$$+ \frac{1}{p}\int dt \int_{当\, t=0} \varphi(dt)\,dt。 \qquad (12)$$

极限值

如果 $F(p) = L\{\varphi(t)\}$ 是函数 $\varphi(t)$ 的象函数，函数 $\varphi(t)$ 在 $t \to \infty$ 时有极限，則此极限值可以按下式求得：

$$\lim_{t\to\infty} \varphi(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)。 \qquad (13)$$

根据导数的拉普拉斯变换的定义(9)：

$$L\left\{\frac{d\varphi(t)}{dt}\right\} = \int_0^\infty \frac{d\varphi(t)}{dt}\,e^{-pt}dt = pF(p) - \varphi(+0)。$$

当 $p \to 0$ 时，e^{-pt} 趋向于 1，因此得：

$$\int_0^\infty \frac{d\varphi(t)}{dt}\,dt = \lim_{p\to 0}[pF(p) - \varphi(+0)]。$$

将这个等式改写成下面的形式：